Nama : Nabila Shofiyatus Sholiha NIM : 23030130016 Prodi: Pendidikan Matematika A 2023

Menggambar Grafik Fungsi Satu Variabel dalam Ekspresi Langsung

Ekspresi adalah gabungan suku-suku yang digabungkan dengan menggunakan operasi matematika seperti pengurangan, penjumlahan, perkalian, dan pembagian. Istilah-istilah yang terlibat dalam ekspresi dalam matematika adalah:

- Konstanta: nilai numerik yang tetap.

- Variabel: simbol yang tidak memiliki nilai tetap.

- Suku: Suku dapat berupa konstanta tunggal, variabel tunggal, atau kombinasi variabel dan konstanta yang digabungkan dengan perkalian atau pembagian.

- Koefisien: angka yang dikalikan dengan variabel dalam suatu ekspresi.

Ekpresi Linier

Ekspresi linier adalah ekspresi aljabar yang mengandung konstanta dan variabel yang dipangkatkan 1. Misalnya:

2x + 3

2x+3 merupakan ekspresi linier karena variabelnya disini x yang merupakan representasi dari x¹. Gunakan plot2d pada baris perintah untuk membuat grafik 2x+3.

>plot2d("2*x+3",-2,2): // plot x dari-2 sampai 2



Pada grafik rentang x yang ditampilkan antara-2 sampai 2. Itu sesuai dengan baris perintah "plot2d(expr,2,2)". Sedangkan untuk rentang y yang digunakan default: skala dengan nilai. Untuk mencari titik potong dengan sumbu x dan sumbu y, gunakan x=0 untuk mencari titik perpotongan dengan sumbu y dan gunakan y=0 untuk mencari perpotongan sumbu y. untuk x=0

2x + 3 = 2(0) + 3 = 3

untuk y=0

2x + 3 = 0

2x = 3

 $x = \frac{-3}{2}$

Ekspresi Kuadrat

Ekspresi bentuk di atas merupakan ekspresi kuadrat. Dengan kata lain, ekspresi apa pun dengan variabel eksponen tertinggi atau derajat ekspresi 2 adalah ekspresi kuadrat. Sehingga nilai a tidak boleh sama dengan nol karena saat a=0, maka ini akan menghasilkan ekspresi linier. Contoh dari ekspresi kuadrat adalah:

$$x^2 - 5x + 6$$

Untuk membuat grafik dengan ekspresi tersebut dapat diperoleh dengan merepresentasikan sebagai fungsi kuadrat atau:

$$y = ax^2 + bx + c$$

untuk membuat grafik tersebut di EMT, gunakan "plot 2d(...)"

>aspect(6,3); plot2d("x^2-5x+6",-1,4); insimg(10); //



Untuk baris perintah insimg() digunakan untuk menyisipkan grafik ke dalam EMT jika kita menggunakan ; bukan : sehingga insimg() juga mengubah ukuran grafik namun tidak memengaruhi rasio grafik yang digu

nakan. Grafik diskalakan menjadi
n baris. Untuk insimg() ukuran barisnya sebanyak 35 baris atau default.

$$x^2 - 5x + 6$$

Ekspresi kuadrat $ax^2 + bx + c$ dapat diperoleh dengan merepresentasikan persamaan kuadrat tersebut sebagai fungsi $y = ax^2 + bx + c$. Selanjutnya dalam menyelesaikan dan mensubstitusi nilai x, kita dapat memperoleh nilai y, kita dapat memperoleh titik-titik yang dapat disajikan dalam sumbu koordinat sehingga diperoleh grafik berbentuk parabola untuk persamaan kuadrat.Hal yang perlu dilakukan yaitu mencari titik potong grafik tersebut pada sumbu x dan sumbu y, subsitusikan x=0 untuk mencari titik potong antara sumbu y dan substitusikan y=0 untuk mencari titik potong antara sumbu x.

Untuk x=0

 $x^2 - 5x + 6 = y$

 $0^2 - 5(0) + 6 + y$

y = 6

untuk y=0

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x-3)(x-2) = 0$$

 $x1 = 3; x2 = 2$

Untuk mencari faktor dari ekspresi linear tersebut juga bisa menggunakan "\$&factor(expr)".

>\$&(x^2-5*x+6), \$&factor(x^2-5*x+6), \$&solve(x^2-5*x+6)

[x = 3, x = 2]

>p2 &= (x^2-5*x+6)

2 x - 5 x + 6

>&p2 with x=0

f(x) = x2 - 5x + 6(x) = ax + bx + c

Nilai koefisien a dalam bentuk fungsi kuadrat menentukan jenis bentuk grafiknon-linear yang dibentuk,yaitu:

- a <0 menghasilkan parabola membuka ke atas

- a >0 menghasilkan parabola membuka ke bawah

- Jika D < 0 dan a>0 maka grafik parabola selalu berada di atas sumbu X atau disebut definit positif.

- Jika D < 0 dan a<0
makagrafik
parabola selalu berada di bawah sumbu X atau disebut definit negatif. karena pada grafik x^2
- 5x + 6 dengan a = 1 atau a > 0, maka menghasilkan parabola membuka ke bawah.

Selanjutnya akan mencari titik ekstrim yaitu titik puncak grafik parabola dari fungsi kuadrat. Untuk mencari titik puncak grafik fungsi kuadrat, yaitu hitung titik ekstrim di sumbu x, lalu hitung nilai fungsinya untuk mendapat titik ekstrim sumbu y.

$$x_p = \frac{-b}{2a} = \frac{-5}{2.1} = \frac{5}{2}$$

Untuk mencari titik ekstrim pada sumbu y, kita perlu mencari nilai determinan dari fungsi kuadrat tersebut dengan menggunakan EMT.

>a=1; b=-5; c=6; D = b^2- 4*a*c // mengecek diskriminan

$$y_p = \frac{1}{-4a} = \frac{1}{-4.1} = \frac{1}{-4}$$

Dengan karakteristik grafik fungsi kuadrat berdasarkan nilai determinannya (D) sebagai berikut.

- D > 0; berarti grafik fungsi kuadrat mempunyai dua akar real berbeda (grafik memotong sumbu x di dua titik yang berbeda).

- D=0; berarti grafik fungsi kuadrat mempunyai dua akar real kembar (grafik memotong sumbu x pada satuntitik dan merupakan sebuah titik puncak).

- D<0; berarti grafik fungsi kuadrat mempunyai akar imaginer (grafik tidak memotong sumbu x).

Terdapat 2 jenis karakteristik grafik kuadrat saat nilai D < 0, yaitu:

- Definit positif saat
a>0dan D<0adalah karakteristik grafik ku
adrat saat posisinya berada di atas sumbu x.

- Definit negatif saat
a<0dan D<0adalah sebutan karakteristik grafik ku
adrat saat posisinya berada di bawah sumbux.

Karena nilai D>0 maka grafik kuadrat tersebut mempunyai dua akar real berbeda (grafik memotong sumbu ${\bf x}$ di dua titik yang berbeda.

Ekspresi Rasional

Ekspresi rasional menunjukkan rasio dua polinomial, artinya pembilang dan penyebutnya adalah polinomial. Sama seperti pecahan, ini juga merupakan rasio ekspresi aljabar, yang terdiri dari variabel yang tidak diketahui.

Contoh dari ekspresi rasional yaitu:

$\frac{2x+3}{x+1}$

Untuk menggambar ekspresi rasional:

>\$& (2*x+3)/(x+1)

 $\frac{2x+3}{x+1}$

>x1 = linspace(-5,-0.1, 100); >x2 = linspace(0.1, 5, 100); >x = [x1, x2]; >y = (2*x+3)/(x+1); >plot2d(x,y):



Pada baris perintah kita menggunakan linspace, itu digunakan untuk mengatur jumlah titik yang digunakan antara rentang-5 sampai-0.1 atau rentang 0.1 sampai 5. Semakin banyak titik yang digunakan maka grafik yang dihasilkan akan semakin jelas. Oleh karena itu digunakan 100 titik pada grafik tersebut. Untuk menentukan titik potong pada grafik ekspresi rasional, gunakan x=0 untuk mencari perpotongan dengan y dan gunakan y=0 untuk mencari perpotongan dengan sumbu x.

Untuk mencari perpotongan dengan sumbu y maka x=0:

$$y = \frac{2x+3}{x+1}$$
$$y = \frac{2(0)+3}{0+1}$$
$$y = \frac{3}{1} = 3$$

untuk mencari perpotongan dengan sumbu x maka y=0:

$$\frac{2x+3}{x+1}$$

$$\frac{2x+3}{x+1} * (x+1) = 0 * (x+1)$$

$$2x + 3 = 0$$

$$2x = -3$$

$$x = \frac{-3}{2}$$

>\$&factor((2*x+3)/(x+1)), \$&solve((2*x+3)/(x+1))

$$\left[x = -\frac{3}{2}\right]$$
$$\left[x = -\frac{3}{2}\right]$$

>p1 &= (2*x+3)/(x+1)

>&p1 with x=0

Untuk mencari asimtot datarnya yaitu:

- Jika n<m, maka asimtot datarnya adalah y=0
- Jika n=m, maka asimtot datarnya adalah y=ap
- Jika n>m, maka asimtotnya berupa asimtot miring atau asimtot kurva

$$y = \frac{2x+3}{x+1}$$

maka asimtot datarnya adalah:

$$y = \frac{2}{1} = 2$$

maka asimtot datarnya adalah2

untuk asimtot tegaknya yaitu:

$$y = \frac{2x+3}{x+1}$$

x = -1

maka asimtot tegaknya adalah -1

Ekspresi Trigonometri

Ekspresi trigonometri adalah ekspresi matematika yang melibatkan fungsi trigonometri seperti sinus (sin),cosinus (cos), tangen (tan), cotangen (cot), sec, dan cosec (csc). Contohnya adalah:

2sin2x

Untuk menggambar grafik fungsi 2
sin2x yaitu dengan menggunakan "plot2d(...)" seperti eks
presi yang lain

>aspect(2,1); plot2d("2*sin(2*x)",0,pi):





Untuk baris perintah aspect(2,1) digunakan untuk mengubah rasio pada grafik fungsi tersebut menjadi rasio panjang dan lebar sebesar 2:1. Karena sebelumnya menggunakan baris perintah aspect(), maka kita perlu menggunakan reset() agar rasio yang digunakan pada baris perintah sebelumnya tidak memengaruhi rasio dari grafik fungsi selanjutnya. Pada grafik menggunakan rentang antara 0 sampai 180. Pada baris perintah kita menggunakan aspect(1) untuk mengatur rasio dari grafiknya. Jika menggunakan aspect (1) berarti rasio yang digunakan adalah 1:1. Dasarnya adalah grafik y = sin x, sehingga pada saat x=0, maka y=0. Untuk mencari nilai minimum grafik sin dapat menggunakan: Nilai maksimum jika y = k sin(x+n*pi) maka nilai max = |k|

$$y = |2| = 2$$

Nilai minimum jika $y = k \sin (x+n^*pi)$ maka nilai min =-|k|

y = -|2| = -2

Untuk periode:

$$\frac{2\pi}{2} = \pi$$

Ekspresi Logaritma

Ekspresi logaritma adalah bentuk matematika yang mewakili kuantitas sebagai eksponen suatu basis

contoh dari ekspresi logaritma adalah:

 $log_3(x)$

Untuk menggambar grafik fungsi logaritma, gunakan "plot2d(log1(expr))" atau "plot2d(logbase(x,base))".

>\$& logbase(x,3); \$&3^y=x

 $3^y = x$

>plot2d("logbase(x,3)",-1,2):



Pada baris perintah menggunakan "plot2d("logbase(x,3),xmin,xmax" karena basis yang digunakan adalah 3 sehingga menggunakan (x,3). Jika menggunakan basis 10, gunakan "plot2d("log10(...)"). Untuk mencari titik potong pada sumbu x, subtitusikan nilai y=0 pada ekspresi logaritma tersebut. Untuk y=0

$$x = 1$$

Ekspresi Eksponensial

Fungsi eksponensial adalah fungsi yang memetakan anggota setiap x bilangan real ke $f(x)=a^x$ dengan a=/=1 dan a>0. Contoh dari ekspresi eksponensial ini adalah:

 e^{x+2}

Untuk menggambar ekspresi eksponensial, gunakan plot2d(exp) pada baris perintah.

>\$&exp(x+2)

 e^{x+2}

>plot2d("exp(x+2)",-2,3):



k=1a=e=2.7182

Kurva fungsi eksponensial e(x+2) dengan k=/=0 dan a>1 atau a=e, kurva monoton naik, karena untuk setiap x_1 < x_2 maka f(x_1)<f(x_2) atau dengan kata lain "ketika nilai x semakin besar, maka nilai y pun semakin besar, dan sebaliknya ketika x semakin kecil, maka nilai y pun semakin kecil."Kurva fungsi eksponensial e(x+2) memotong sumbu Y di titik (0,2.7182). Sumbu x sebagai asimtot, maksudnya

untuk x menuju negatif tak hingga maka nilai y semakin mendekati nol atau dengan kata lain kurva semakin mendekati sumbu X namun tidak pernah memotong sumbu X.

Menyimpan Rumus Fungsi 1 Variabel dalam Variabel Ekspresi

Grafik fungsi satu variabel merupakan representasi visual dari hubungan antar variabel bebas / independen (x) dengan variabel terikat / dependen 9y) dalam matematika.Grafik fungsi variabel merupakan himpunan pasangan terurut (x,y) dimana f(x)=y.Dengan demikian, grafik fungsi satu variabel ini saling berhubungan, dimana nilai y akan berubah jika ada perubahan nilai x.Beberapa jenis fungsi matematika yang termasuk contoh dari grafik fungsi satu variabel, di antaranya :

1. Fungsi Linear
Grafik yang dihasilkan berupa garis lurus.Contoh fungsi :

y = 4x + 7

2. Fungsi Kuadrat

Grafik yang dihasilkan berbentuk parabola.Contoh fungsi :

 $y = x^2 + 4$

3. Fungsi Trigonometri
Grafik yang dihasilkan berupa gelombang.Contoh fungsi :

$$y = 2cosx$$

4. Fungsi Eksponensial. Contoh fungsi :

y = 3x

5. Fungsi Logaritmik. Contoh fungsi :

y = log(x)

Menyimpan Fungsi dalam Variabel Ekspresi

Jika pada subtopik sebelumnya sudah dibahas mengenai cara menggambar grafik fungsi satu variabel dengan ekspresi langsung, yang mana menggunakan fungsi matematis secara langsung, dimana fungsi ini dapat digunakan satu kali.Pada subtopik ini akan mempelajari cara menggambar grafik fungsi satu variabel dengan menyimpan rumus fungsinya ke dalam variabel ekspresi. Hal ini berarti kita menyimpan fungsi tersebut ke dalam suatu variabel sebelum digunakan, sehingga fungsi ini dapat diulang beberapa kali. >function a(x):= 2x+6
>plot2d("a"):



Langkah pertama yang dilakukan untuk menyimpan suatu fungsi yaitu menentukan variabel yang akan digunakan (variabel hanya dapat digunakan satu kali). Pada contoh di atas, fungsi disimpan dalam variabel a.

Memotong sumbu x(y=0)

$$0 = 2x + 6$$
$$x = \frac{6}{2}$$
$$x = 3$$

Memotong sumbu y(x=0)

$$y = 2(0) + 6$$
$$y = 6$$

>function b(x):= x^2-4x+3
>aspect(2); plot2d("b",0,4):



Untuk menyelesaikan soal yang berbeda, anda harus menyimpan ekspresi tersebut dalam variabel lainnya(tidak sama dengan soal sebelumnya). Mencari titik potong x dan y

>\$&factor(x^2-4*x+3), \$&solve(x^2-4*x+3)

[x = 3, x = 1]

>p2 &=(x^2-4*x+3)

2 x - 4 x + 3

 $\geq p2$ with x = 0

3

karena a $\!>\!0$ maka parabola nanti akan terbuka ke atas. Mencari titik puncak sumbu x :

$$x_p = \frac{-b}{2a} = \frac{(-4)}{2(1)} = \frac{4}{2} = 2$$

mencari determinan:

>a=1; b=-4; c=3; D = b^2-4*a*c

4

Setelah didapat nilai D, maka titik ekstrim sumbu y dapat dicari dengan:

$$y_p = \frac{D}{-4a} = \frac{4}{-4(1)} = -1$$

karena D<0 dan a>0=, maka Grafik parabola berada di atas sumbu x (definit positif)

>function f(x,n):= x^2-n*x+2; >n=4; plot2d("f",-2,7;n):



Formula ini dapat digunakan jika ingin memasukkan nilai atau koefisien yang berbeda dalam satu fungsi yang sama. Pada contoh di atas, fungsi /ekspresi matematika disimpan dalam variabel f dan variabel n untuk merepresentasikan nilai / koefisien yang diinginkan.Berikut adalah titik potong dari grafik tersebut :

$$\left[x = 2 - \sqrt{2}, x = \sqrt{2} + 2\right]$$

>plot2d("f",-1,9;6):



Titik potong grafik di atas adalah :

>\$&solve(x^2-6*x+2)

$$\left[x = 3 - \sqrt{7}, x = \sqrt{7} + 3\right]$$

Grafik di atas berbentuk serupa dengan grafik yang sebelumnya karena menggunakan ekspresi matematika yang sama yaitu fungsi f namun dengan koefisien berbeda yang bernilai -6. Sehingga terjadi perbedaan di titik potong grafiknya.

>function m(x):= sin(3*x)
>aspect(1); plot2d("m",0,3,-1,1):



Penulisan pada baris perintah jika ingin menggambar grafik yaitu menggunakan () di setelah sin / cos / tan. Misal seperti grafik yang tertera pada contoh di atas. Fungsi $\sin(3x)$ memiliki nilai maksimum di:

$$|k| = |1| = 1$$

Fungsi sin(3x) memiliki nilai minimum di:

$$-|k| = -|1| = -1$$

LATIHAN SOAL

sin(3x)

$$f(x) = 3x^2 - 6$$

>\$&(3*x^2-6), \$&factor(3*x^2-6), \$&solve(3*x^2-6)

$$\left[x = -\sqrt{2}, x = \sqrt{2}\right]$$

$$x = -\sqrt{2}, x = \sqrt{2}$$

>p2 &= (3*x^2-6)

2 3 x - 6

>&p2 with x=0

>reset;
>function f(x):=3*x^2-6
>aspect(1), plot2d("f(x)",-6,sqrt(2)):



$$f(x) = 4x + 2$$

>function f(x):=4*x+2
>sol &= solve(4*x+2,x); \$&sol

$$\left[x = -\frac{1}{2}\right]$$

>p2 &=(4*x+2)

4 x + 2

>&p2 with x=0

2

>aspect(2.3), plot2d("f(x)",2,3):



3.

f(x) = -2x + 5

>\$&solve(-2*x+5) $\left[x = \frac{5}{2}\right]$ >p2 &=(-2*x+5)

>&p2 with x=0

5

>reset;
>function y := -2x+5
>aspect(2.3), plot2d("-2*x+5",0,5):



Fungsi Numerik Fungsi numerik adalah sebuah fungsi dengan himpunan bilangan cacah sebagai domain dan himpunan bilangan real sebagai kodomain. Fungsi numerik merupakan konsep matematika yang mendasar yang melibatkan hubungan matematis antara bilangan yang menjadi domain dan bilangan sebagai kodomain.

Fungsi numerik memiliki setidaknya 1 variabel independen dan dapat dilambangkan sebagai "x" atau alfabet lain. Variabel X adalah nilai atau parameter yang dapat berubah, dan fungsi numerik menggambarkan bagaimana variabel ini memengaruhi variabel dependen. Variabel dependen adalah hasil perhitungan atau keluaran dari fungsi numerik yang bergantung pada nilai atau perubahan dalam variabel independen.

Dalam euler math toolbox cara mendefinisikan fungsi menggunakan sintak function. untuk mendefinisikan fungsi numerik menggunakan tanda ":="

Fungsi numerik menjelaskan cara bilangan dalam domain berhubungan dengan bilangan sebagai kodomain, biasanya diberikan dalam bentuk rumus matematik(persamaan) atau aturan yang memetakan setiap domain kedalam kodomain yang sesuai. contoh:

$$f(x) = 2x + 1$$

(x)(variabel dependen) adalah fungsi yang memetakan setiap nilai x(variabel independen)kedalam nilai 2x+1. Terdapat berbagai jenis fungsi yang termasuk ke dalam fungsi numerik, diantaranya: . Fungsi linier dengan bentuk umum

Bentuk grafiknya adalah garis

f(x) = ax + b
. Fungsi kuadrat dengan bentuk umum

Bentuk grafik adalah parabola

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

. Fungsi eksponensial dengan bentuk umum

$$f(x) = a^x$$

. Fungsi logaritma dengan bentuk umum

$$f(x) = \log_a(x)$$

. Fungsi trigonometri dengan bentuk umum

$$f(x) = sin(x), f(x) = cos(x)$$

dan lain lain.

Salah satu cara yang umum digunakan untuk memvisualisasikan fungsi numerik adalah dengan menggambar grafiknya. Grafik ini menggambarkan bagaimana variabel dependen berubah seiring perubahan variabel independen dan membantu dalam memahami sifat-sifat fungsi, seperti titik ekstrem Dll

CONTOH 1

10x + 2

>reset; >function f(x) := 10x+2 >aspect(2.5), plot2d("f(x)",-1,5):



titik potong:

$$f(x) = 10x + 2$$
$$f(x) = 10 * 0 + 2$$
$$f(x) = 2$$

0 = 10x + 2 $x = -\frac{1}{5}$

CONTOH 2

$$f(x) = \frac{3x - 4}{x + 2}$$

>reset;
>function f(x):=(3*x-4)/(x+2) // mendefinisikan fungsi
>plot2d("f(x)",0,10): //menggambar fungsi ke bidang kartesius xy



>aspect(2.5), plot2d("f(x)",0,5):



Mengambar fungsi ke bidang kartesi
us xy dengan memberikan ukuran atau rasio plot yaitu 2.5 atau setara dengan x:
y (5:2).

titik potong sumbu y

$$\frac{3x-4}{x+2} \\
\frac{3*0-4}{0+2} \\
\frac{-4}{2} \\
-2$$

titik potong sumbu x

$$\frac{3x-4}{x+2} = 0$$
$$3x-4 = 0$$
$$3x = 4$$

$$x = \frac{4}{3}$$

CONTOH 3

 $f(x) = 3^x$

>reset; //mereset plot agar yang idtampilkan adalah plot selanjutnya
>function f(x):=3^x
>plot2d("f(x)",-6,5):



CONTOH 4

 $f(x) = x^3 + 6$

>reset;
>function f(x):=x^3+6
>aspect(2), plot2d("f(x)",-10,10):



CONTOH 5

 $x^2 + 5x + 6$

>reset; >function f(x):=x^2+5*x+6 >aspect(2), plot2d("f(x)",-10,5):



CONTOH 6

 $f(x) = \log(x)$

>reset;
>function f(x):=logbase(x,6)
>plot2d("f(x)",-4,3):



Pada baris perintah menggunakan "plot2d("logbase(x,4),xmin,xmax" karena basis yang digunakan adalah 3 sehingga menggunakan (x,4). Jika menggunakan basis 10, gunakan "plot2d("log10(...)"). Untuk mencari titik potong pada sumbu x, subtitusikan nilai y=0 pada ekspresi logaritma tersebut. Untuk y=0

 $4^0 = x$ x = 1

CONTOH 7

 $f(x) = \sin(x)$

>reset;
>aspect(2.5), plot2d("sin(x)",-2*pi,2*pi):



Nilai maksimum

$$y = ksin(x + n * pi)$$

sehingga max=|k|

y = |k|k = 1

jadi max = 1

Fungsi Simbolik Satu Variabel

Untuk membuat plot sebuah fungsi di EMT, cara termudahnya adalah dengan menggunakan ekspresi, numerik atau simbolik, dalam variabel x.

Pada subtopik kali ini, akan dibahas mengenai grafik fungsi satu variabel yang fungsinya didefinisikan sebagai fungsi simbolik.

Fungsi simbolik memberikan ekspresi simbolik ke sebuah variabel dalam Maxima dan Euler, setelah ekspresi tersebut dievaluasi oleh Maxima.

Ekspresi & = memberikan sebuah ekspresi hanya dalam bentuk simbolik. Ekspresi dievaluasi sebelum ekspresi tersebut didefinisikan. Hal ini berguna jika ekspresi berisi fungsi-fungsi yang tidak dapat dievaluasi secara numerik.

Di dalam Euler, kita dapat menggambar plot dengan menggunakan perintah plot2d(). Untuk fungsi simbolik kita definisikan terlebih dahulu menggunakan tanda "&=". Lalu, untuk menampilkan gambar hasil plot di layar notebook, perintah plot2d() dapat diakhiri dengan titik dua (:).

Dibawah ini adalah rentang plot yang telah diatur dengan parameter yang ditetapkan:

```
- a,b merupakan rentang sumbu x (default -2,2)
```

- c,d merupakan rentang sumbu y (default: skala dengan nilai)

```
- r: jarak di sekitar pusat plot, jika r diatur, maka
a=cx-r,b=cx+r,c=cy-r,d=cy+r
```

- cx,cy: koordinat pusat plot (default 0,0)

>reset(); // mereset format default grafik
>function f(x) &= x*sin(x) + sqrt(1+x^2)

$$2$$

x sin(x) + sqrt(x + 1)



>plot2d(&f(x),-10,10):



>plot2d(&f(x),-10,10); insimg(20)



Fungsi insimg() di atas dapat mengatur besar kecilnya gambar plot yang ditampilkan. Semakin besar angkanya, semakin besar pula ukuran bingkai plot.

Fungsi Turunan

Untuk membuat plot fungsi turunan, kita dapat menambahkan &diff() beserta fungsi yang akan diturunkan setelah perintah plot2d().

>reset();
>function g(x) &= x^3-2*x^2

3 2 x - 2 x

>plot2d(&diff(g(x),x),0,2):



Fungsi Logaritma

EMT menggunakan parameter "logplot" untuk skala logaritmik. Plot logaritmik dapat diplot menggunakan skala logaritmik dalam y dengan logplot = 1, atau menggunakan skala logaritmik dalam x dan y dengan logplot = 2, atau dalam x dengan logplot = 3.

- logplot=1: y-logarithmic
- logplot=2: x-y-logarithmic
- logplot=3: x-logarithmic

>reset();
>function f(x) &= log(x*(2+sin(x)))

log(x (sin(x) + 2))

>plot2d(&f(x),10,100,logplot=1):



Untuk logplot=1, rentang sumbu y dituliskan dalam bentuk 10 pangkat n.

>plot2d(&f(x),10,100,logplot=2):



Untuk logplot=2, rentang sumbu x dan y dituliskan dalam bentuk 10 pangkat n.

>plot2d(&f(x),10,100,logplot=3):



Sementara logplot=3, rentang sumbu x dituliskan dalam bentuk 10 pangkat n.

Fungsi Eksponensial

Fungsi eksponensial memiliki bentuk umum

 e^x

Dalam baris perintah EMT, kita dapat menuliskannya menjadi "exp(x)"

>reset();
>function g(x) &= x^2*exp(x)

2 x x E

>plot2d(&g(x),a=-1,b=5,c=0,d=2):



Untuk menuliskan rentang sumbu x dan y, kita juga dapat menuliskan a=...,b=...,c=...,d=... setelah menuliskan fungsi dan diakhiri dengan tutup kurung seperti contoh di atas. a merupakan rentang bawah sumbu x, b merupakan rentang atas sumbu x,c merupakan rentang bawah sumbu y, dan d merupakan rentang atas sumbu y.

1. Gambarlah grafik fungsi f(x) berikut dengan -20<x<20

$$f(x) = x\cos(x) + \sqrt{2 + x^2}$$

Penyelesaian:

>reset(); // mereset ke format default grafik
>function f(x) &= x*cos(x) + sqrt(2+x^2) // mendefinisikan fungsi simbolik

$$2$$

x cos(x) + sqrt(x + 2)

>plot2d(&f(x),-20,20,title=latex("f(x)= x*cos(x)+\sqrt(2+x^2)")); insimg(20)



Terbentuk grafik fungsi f(x) dengan rentang x dari -20 sampai 20. Fungsi insimg(20) untuk mengatur besar kecilnya plot yang ditampilkan. Jika tidak menggunakan insimg, otomatis tampilan plot menggunakan default insimg(30) yang lebih besar dari tampilan plot di atas.

2. Gambarkan grafik fungsi $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ berikut beserta turunannya

$$h(x) = 2x + x^3$$

Penyelesaian:

>reset();
>function h(x)&=2*x+x^3

3 x + 2 x

>&h(x)//memanggil fungsi h(x)

3 x + 2 x

>plot2d(&h(x),color=green); // grafik fungsi h(x):
>plot2d(&diff(h(x),x),>add,color=blue,style="--"): // menambahkan grafik fungsi



perintah >add berfungsi untuk menambahkan fungsi ke dalam satu plot. 3. Gambarlah kedua fungsi berikut dan tentukan titik potong kedua grafik tersebut

$$f(x) = \frac{x^3 - 9x^2 + 2}{3}, 0 \le x \le 10$$
$$g(x) = \frac{5}{3}x + \frac{2}{3}, 0 \le x \le 10$$

>function f(x) &= $(x^3-9*x^2+2)/3$ // mendefinisikan fungsi f(x);



>function g(x) &= 5/3*x+2/3 // mendefinisikan fungsi g(x)

```
5 x 2
---- + -
3 3
```

>plot2d([&f(x),&g(x)],0,10,color=[red,blue]):



Dari grafik di atas, kita dapat membuat grafik fungsi f(x) dan g(x) sekaligus dalam satu plot dengan menggunakan kurung siku [] setelah perintah plot2d dan kedua fungsi dipisahkan oleh koma. Begitu juga dengan pewarnaan kedua grafik, kita dapat melakukannya demikian.

Grafik di atas terlihat ada perpotongan di titik x=0 dan di sekitar titik x=9.5. Untuk lebih tepatnya, kita dapat menentukan titik perpotongan tersebut.

- Mencari titik potong pertama

>x1 = 0; g(x1), f(x1)

0.666666666667

Sehingga titik potong pertama di titik (0, 0.667).

- Mencari titik potok yang kedua

>x2 = solve("g(x)-f(x)",10)

9.52493781056

>(g(x2))

16.5415630176

>(f(x2))

16.5415630176

Sehingga titik potong kedua berada di titik (9.5249, 16.5416)

Jadi, titik perpotongan fungsi f(x) dan g(x) tersebut dengan 0<x<10 adalah (0, 0.667) dan (9.5249, 16.5416).

LATIHAN SOAL

1.

f(x) = 35x + 5

>function f(x):=35*x+5
>aspect(2.3), plot2d("f(x)",-5,5):



titik potong untuk x=0

$$f(x) = 35x + 5$$
$$f(x) = 35 * 0 + 5$$
$$f(x) = 5$$

untuk y=0

0 = 35x + 5 $x = -\frac{1}{7}$

2.

 $f(x) = x^2 + 6x + 9$

>reset;
>function f(x):=x^2+6*x+9
>aspect(2), plot2d("f(x)",-15,10):



titik potong untuk x=0

 $x^{2} + 6x + 9 = y$ $0^{2} + 6(0) + 9 = y$ 9 = y

untuk y=0

 $x^{2} + 6x + 9 = y$ (x + 3)(x + 3) = 0 $x_{1} = -3; x_{2} = -3$

$$f(x) = \cos(x)$$

>reset();
>plot2d("cos(x)",-2*pi,2*pi):



 $x^3 + x$

>reset();
>function f(x):=x^3+x
>plot2d(&diff(f(x),x),10,34):


Dalam subtopik ini, kita akan membahas cara menggambar menggambar kurva sekaligus (dalam satu baris perintah). Dengan adanya materi pada subtopik ini, diharapkan kita bisa menggambar beberapa kurva dalam bidang koordinat yang berbeda dalam satu waktu. Untuk melakukannya, kita dapat menggunakan perintah figure(). Berikut contoh menggambar beberapa kurva sekaligus. Gambarkan plot fungsi berikut:

 $x^n, 1 \le n \le 6$

>reset;...
>figure(2,3);...
>for n=1 to 6; figure(n); plot2d("x^"+n); end;...
>figure(0):



Penjelasan plot fungsi

 $x^n, 1 \le n \le 6$

1. reset;

- Digunakan sebagai awalan

- Digunakan untuk menghapus grafik yang telah ada sebelumnya

2. figure (2,3)

- Digunakan untuk membuat jendela grafik di ukuran axb dimana a merupakan banyaknya baris dan b
 merupakan banyaknya kolom

- figure(2,3) berarti akan dibuat 2 baris dan 3 kolom

3. for n=1 to 4;

- Digunakan untuk melakukan looping

- 1 to 4, looping sebanyak 4 kali, 1 sampai 4

4. figure(n)

- Digunakan untuk beralih dari grafik satu ke grafik lain (grafik ke-n)

5. $plot2d("x^"+n);$

- Digunakan untuk membuat plot fungsi matematika

- x^n, dimana n
 adalah nilai variabel yang dikenai looping

6. end;

- Digunakan untuk menunjukkan berakhirnya looping

7. figure(0):

- Digunakan untuk beralih kembali ke jendela utama

Gambarkan plot fungsi berikut:

 $3x^3 - 5x, -2 \le x \le 2$

```
>reset; ...
>figure(3,3); ...
>for k=1 to 9; figure(k); plot2d("3x^3-5x",-2,2,grid=k); end; ...
>figure(0):
```



Penjelasan plot fungsi

$$3x^3 - 5x, -2 \le x \le 2$$

1. reset;

- Digunakan sebagai awalan

- Digunakan untuk menghapus grafik yang telah ada sebelumnya

2. figure (3,3)

- Digunakan untuk membuat jendela grafik di ukuran axb dimana a merupakan banyaknya baris dan b
 merupakan banyaknya kolom

- figure
(3,3) berarti akan dibuat 3 baris dan 3 kolom

3. for k=1 to 9;

- Digunakan untuk melakukan looping

- 1 to 9, looping sebanyak 9 kali, 1 sampai 9

4. figure(\mathbf{k})

- Digunakan untuk beralih dari grafik satu ke grafik lain (grafik ke-n)

5. plot2d("3x^3+5x",-2,2,grid=k);

- Digunakan untuk membuat plot fungsi matematika, $3x^{\hat{}}3+5x$

- Batas sumbu -2 sampai 2

- grid=k digunakan untuk mengaktifkan grid pada jendela grafik ke-n

6. end;

- Digunakan untuk menunjukkan berakhirnya looping

7. figure(0):

- Digunakan untuk beralih kembali ke jendela utama

Dari contoh di atas dapat kita perhatikan bahwa tampilan plot dari yang ke-1 hingga ke-9 memiliki tampilan yang berbeda-beda. EMT memiliki berbagai gaya plot 2D yang dapat dijalankan menggunakan perintah

grid=n di mana
n adalah jumlah langkah minimal. Setiap nilai
n memiliki tampilan plot adaptif yang berbeda

dalam plot 2D, di antaranya yaitu:

0: tidak ada grid (kisi), frame, sumbu, dan label, hanya kurva saja

1 : dengan sumbu, label-label sumbu di luar frame jendela grafik

2 : tampilan default

- 3 : dengan grid pada sumbu x dan y, label-label sumbu berada di dalam jendela grafik
- 4 : tidak ada grid (kisi), sumbu x dan y, dan label berada di luar frame jendela grafik

5 : tampilan default tanpa margin di sekitar plot

6 : hanya dengan sumbu x y dan label, tanpa grid

7 : hanya dengan sumbu x y dan tanda-tanda pada sumbu.

8 : hanya dengan sumbu dan tanda-tanda pada sumbu, dengan tanda-tanda yang lebih halus pada sumbu.

9 : tampilan default dengan tanda-tanda kecil di dalam jendela

10: hanya dengan sumbu-sumbu, tanpa tanda

CONTOH SOAL

1.

 $x^{3} + 2x$ $2x^2 - 3x$ -2x + 6

>reset;...
>aspect(3,1);...
>figure(1,3);...
>figure(1); plot2d("x^3+2*x", grid=5);...
>figure(2); plot2d("2*x^2-3*x", grid=5);...
>figure(3); plot2d("-2*x+6", grid=5);...
>figure(0):



Penjelasan plot fungsi

 $x^{3} + 2x$ $2x^{2} - 3x$ -2x + 6

1. reset;

- Digunakan sebagai awalan

- Digunakan untuk menghapus grafik yang telah ada sebelumnya

2. aspect(3,1)

- Digunakan untuk mengatut rasio aspek dari jendela grafik

- aspect
(3,1) akan menghasilkan plot dengan perbandingan panjang sumbu
x dan sumbu y berturut-turut 3:1

3. figure (1,3)

- Digunakan untuk membuat jendela grafik di ukuran axb dimana a merupakan banyaknya baris dan b
 merupakan banyaknya kolom

- figure
(1,3) berarti akan dibuat 1 baris dan 3 kolom

4. figure(1); $plot2d("x^3+2x",grid=5)$;

- Digunakan untuk beralih ke jendela grafik ke-1 dan menggambar plot fungsi x^3+2x dengan grid 5(tampilan default tanpa margin di sekitar plot)

5. figure(2); $plot2d("2x^2-3x",grid=5);$

- Digunakan untuk beralih ke jendela grafik ke-2 dan menggambar plot fungsi 2x^2-3x dengan grid 5

6. figure(3); plot2d("-2x+6",grid=5);

- Digunakan untuk beralih ke jendela grafik ke-3 dan menggambar plot fungsi $-2\mathrm{x}+6$ dengan grid 5

7. figure(0):

- Digunakan untuk beralih kembali ke jendela utama

2.

sin(x)

```
>reset;...
>figure(3,1);...
>figure(1); plot2d("sin(x)",0,2pi, grid=5);...
>figure(2); plot2d("sin(x)",0,4pi, grid=5, color=red);...
>figure(3); plot2d("sin(x)",0,2pi, grid=5, color=green, style="--");...
>figure(0):
```



Penjelasan plot fungsi

1. reset;

- Digunakan sebagai awalan

- Digunakan untuk menghapus grafik yang telah ada sebelumnya

2. figure (3,1)

- Digunakan untuk membuat jendela grafik di ukuran axb dimana a merupakan banyaknya baris dan b
 merupakan banyaknya kolom

- figure
(3,1) berarti akan dibuat 3 baris dan 1 kolom

3. figure(1); plot2d("sin(x)", 0, 2pi, grid=5);

- Digunakan untuk beralih ke jendela grafik ke-1 dan menggambar plot fungsi $\sin(\mathbf{x})$ dengan batas 0 dan 2pi

- grid=5 digunakan untuk menampilkan plot dengan default tanpa margin di sekitar plot

4. figure(2); plot2d("sin(x)",0,4pi,grid=5, color=red);

- Digunakan untuk beralih ke jendela grafik ke-2 dan menggambar plot fungsi $\sin(\mathbf{x})$ dengan batas 0 dan 4pi

- grid=5 digunakan untuk menampilkan plot dengan default tanpa margin di sekitar plot

- color=red digunakan untuk memberikan warna merah pada grafik

5. figure(3); plot2d("sin(x)",2,4pi,grid=5, color=blue, style="-");

- Digunakan untuk beralih ke jendela grafik ke-3 dan menggambar plot fungsi $\sin(\mathbf{x})$ dengan batas 2 dan 4pi

- grid=5 digunakan untuk menampilkan plot dengan default tanpa margin di sekitar plot

- color=green digunakan untuk memberikan warna hijau pada grafik

- style="-" digunakan untuk memberikan style pada grafik ("-","-.",".",".","-.","->")

6. figure(0):

- Digunakan untuk beralih kembali ke jendela utama

Buat dalam satu bidang fungsi

 x^2 x+2

>reset;...
>plot2d("x^2",a=-3,b=3,c=-1,d=5,grid=5,color=red,style="--");...
>insimg(30);



1. reset;

- Digunakan sebagai awalan
- Digunakan untuk menghapus grafik yang telah ada sebelumnya
- 2. >plot2d("x^2",a=-3,b=3,c=-1,d=5,grid=5,color=red,style="-");
- Digunakan untuk menggambar plot fungsi x^2 dengan batas
- a merupakan batas awal x
- b merupakan batas akhkir x

- c merupakan batas awal y
- d merupakan batas akhir y
- grid=5 digunakan untuk menampilkan plot default tanpa margin di sekitar plot
- color=red digunakan untuk memberikan warna merah pada grafik
- style="-" digunakan untuk memberikan style pada grafik
- 3. insimg(30);
- Digunakan untuk menentukan ukuran grafik (zoom in/out)

>plot2d("x+2",>add,color=blue,style="-."):



- 1. plot2d("x+2",>add,color=blue,style="-."):
- Digunakan untuk menambahkan plot fungsi x+2 pada grafik yang sudah ada
- fungsi ">add" digunakan untuk menggabungkan grafik fungsi pertama dengan kedua
- color=blue digunakan untuk memberikan warna biru pada grafik
- style="-." digunakan untuk memberikan style pada grafik

Mencari titik potong:

>\$& solve(x^2=x+2, x)

[x = 2, x = -1]

Menambahkan titik potong grafik

```
>function f(x):=x+2;...
>plot2d((2),f(2),>points,>add,color=red);...
>plot2d((-1),f(-1),>points,>add,color=red):
```



1. function f(x):=x+2;

- Mendefinisikan salah satu fungsi yang ada di grafik
- 2. plot2d((2),f(2),>points,>add,color=red);
- Digunakan untuk menambahkan titik (2,f(2)) pada grafik yang sudah ada dengan warna merah
- 3. plot2d((-1),f(-1),>points,>add,color=red):
- Digunakan untuk menambahkan titik (-1, f(-1)) pada grafik yang sudah ada dengan warna merah

>a=1; b=0; c=0; D=b^2-4*a*c; // ax^2+bx+c untuk x^2...
>plot2d((-b/2*a),(-D/4*a),>points,style="o#",>add,color=12):



- 1. a=1; b=0; c=0; $D=b^2-4*a*c$; // ax^2+bx+c untuk x^2
- Mendefinisikan ax^2+bx+c untuk x^2
- 2. plot2d((-b/2*a),(-D/4*a),>points,style="o",>add,color=12):
- Digunakan untuk menambahkan titik puncak $(x,y)=((-b/2^*a),(-D/4^*a))$
- style="o" digunakan untuk memberikan style pada titik
- color=12 digunakan untuk memberikan warna ke-12 dari urutan warna di bawah pada titik

>aspect(2); columnsplot(ones(1,16),lab=0:15,grid=0,color=0:15):



Ada yang lebih simple daripada >add dan add=true yaitu dengan ditambahkan kedalam kurung siku seperti berikut.

```
>plot2d(["x^2+1","x+1"],color=10:13,grid=5):
```



- 1. $plot2d(["x^2+1","x+1"],color=2:3):$
- Digunakan untuk menggambar plot fungsi x $^2+1$ dan x+1 dalam satu bidang
- Dengan warna kode 10 sampai 13
- grid=5 digunakan untuk menampilkan plot dengan default tanpa margin

Menuliskan Label Sumbu Koordinat, Label Kurva, dan Keterangan Kurva

MENULISKAN LABEL SUMBU KOORDINAT

Sumbu koordinat x dan y dapat dituliskan dengan perintah x1="string" dan y1="string". Selain itu, dapat juga ditambah judul untuk plot yang digambarkan. Judul plot dapat berisi string unicode (string yang menunjuk ke rutinitas plotnya sendiri).

Secara sederhana dapat dituliskan sebagai berikut:

- judul dengan title="..."

- label sumbu x dan y dengan xl="...", yl="..."

Gambarkan kurva dengan fungsi:

$$y = 4 - x^2$$

>aspect(1);...
>plot2d("4-x^2",-3,4,title="y=4-x^2",xl="x",yl="y"):



1. $\operatorname{aspect}(1)$

- Digunakan untuk mengatut rasio aspek dari jendela grafik
- aspect
(1) akan menghasilkan plot dengan perbandingan panjang sumbu
x dan sumbu y berturut-turut 1:1
- 2. plot2d("4-x^2",-3,4,title="y=4-x^2",xl="x",yl="y"):
- Digunakan untuk menggambar plor fungsi 4-x^2
- Batas sumbu -3 sampai 4

- title="y=4-x^2" digunakan untuk menuliskan judul di atas grafik
- xl="x" digunakan untuk menuliskan label sumbu x
- yl="y" digunakan untuk menuliskan label sumbu y

CONTOH SOAL

$$y = x^3 - 5$$

>plot2d("x^3-5",-3,3,title=latex("x^3-5"),xl=latex("x"),yl=latex("y")):



- 1. plot2d("x^3-5",-3,3,title=latex("x^3-5"),xl=latex("x"),yl=latex("y")):
- Digunakan untuk menggambar plor fungsi x^3-5
- Batas sumbu -3 sampai 3
- title=latex("x^3-5") digunakan untuk menuliskan judul di atas grafik dengan latex
- xl=latex("x") digunakan untuk menuliskan label sumbu x dengan latex
- yl=latex("y") digunakan untuk menuliskan label sumbu y dengan latex

MENULISKAN LABEL KURVA

Pada kurva yang digambarkan dapat diberi label teks dengan menggunakan perintah label("...",x,y). Perintah label akam memplot ke dalam plot saat ini pada koordinat plot (x,y). Itu bisa mengambil argumen posisi.

Gambarkan plot fungsi

y = 4x

 dan

 $y = x^2$

dengan interfal [-1,3].

>reset;...
>plot2d(["4x","x^2"],-1,3,xl=latex("x"),yl=latex("y")); ...
>label(["p","(0,0)"],0,0);...
>label(latex("4x"),2.5,10,pos="uc");...
>label(latex("x^2"),2.5,6,pos="lc"):



1.reset;

- Digunakan sebagai awalan
- Digunakan untuk menghapus grafik yang telah ada sebelumnya

2. $plot2d(["4x", "x^2"], -1, 3, xl = latex("x"), yl = latex("y"));$

- Digunakan untuk menggambar plot fungsi 4
x dan x 2
- Batas sumbu -1 sampai 3
- xl=latex("x") digunakan untuk menuliskan label sumbu x dengan latex
- yl=latex("y") digunakan untuk menuliskan label sumbu y dengan latex

3. label(["P","(0,0)"],0,0);

- Digunakan untuk menuliskan label " $\mathbf{P}(0,0)$ " di titik(0,0)
- 4. label(latex("4x"), 2.5, 10, pos="uc");
- Digunakan untuk menuiskan label "4x" di titik (2.5,10) di atas garis menggunakan latex
- 5. $label(latex("x^2"), 2.5, 6, pos="lc"):$
- Digunakan untuk menuiskan label "x^2" di titik (2.5,6) di bawah garis menggunakan latex

MENULIS KETERANGAN KURVA (LEGEND)

Untuk menuliskan keterangan kurva (legend) digunakan perintah labelbox().

Label box dengan label dan gaya garis untuk setiap fungsinya. Label box juga dapat dikatakan sebagai daftar

label dari setiap fungsi yang ada dalam plot. Biasanya setiap label dan garis fungsi memiliki gaya dan warna

masing-masing.

Secara default kotak ditambatkan di kanan atas.

Gambarkan plot fungsi

$$f(x) = x^2 + 2x$$

 dan

g(x) = 2x

lalu diberikan keterangan kurvanya (legend)

```
>plot2d("x^2+2*x",-1,1,color=blue); ...
>plot2d("2*x",color=red,style="-.",>add); ...
>labelbox(["x^2+2x","2x"],colors=[blue,red],styles=["-","-."]):
```



```
Gambarkan plot fungsi
latex: f(x)=3x^2
dan
latex: g(x)=x
lalu berikan keterangan kurvanya
Gambarkan plot fungsi
latex: f(x)=3x^2
dan
latex: g(x)=x
lalu berikan keterangan kurvanya
```

Penjalasan

1. $plot2d("x^2+2*x",-1,1,color=blue);$

- Digunakan untuk menggambar plot fungsi x^2+2x
- Batas sumbu x dari -1 sampai 1
- Warna biru

>plot2d("2*x",color=red,style="-.",>add);

- Digunakan untuk menambahkan plot fungsi 2x pada grafik yang sudah ada

- Warna merah

- style -.

>labelbox(["x^2+2x","2x"],colors=[blue,red],styles=["-","-."]):

- Digunakan untuk menuliskan kotak legend dengan x ^2+2x berwarna biru style - dan 2x berwarna merah style -.

CONTOH

Gambarkan plot fungsi

 $f(x) = 3x^2$

 dan

g(x) = x

lalu berikan keterangan kurvanya

```
>plot2d(["3*x^3","x"], color=[green, orange], style=[".-","--"]); ...
>labelbox(["3x^3","x"], colors=[green, orange], styles=[".-","--"]):
```



1. plot2d(["3*x^3","x"], color=[green, orange], style=[".-","-"]);

- Digunakan untuk menggambar plot $3x^3$ dengan warna hijau style .- dan x dengan warna oranye style

2. $labelbox(["3x^3", "x"], colors=[green, orange], styles=[".-", "-"]):$

- Digunakan untuk menuliskan kotak legend dengan 3x^x berwarna hijau style .- dan x berwarna oranye style –

1. Gambarkan plot fungsi

 $f(x) = x^2 - 2$

 dan

 $g(x) = x^3 - 2$

dalam bidang/jendela yang berbeda

>reset;...
>aspect(2,1);...
>figure(1,2);...
>figure(1); plot2d("x^2-2",grid=5);...
>figure(2); plot2d("x^3-2",grid=5):



2. Gambarkan kurva x^i dengan
i adalah bilangan asli 1-5 dalam satu bidang dan warna yang berbeda dengan batas sumb
u x[-10,10] dan batas sumbu y[-10,10]

>aspect(1), plot2d(["x","x^2","x^3","x^4","x^5"],a=-10,b=10,c=-10,d=10,color=9:13,grid=5):



3. Gambarkan plot fungsi

 $f(x) = 3x^2 + 6$

dan

g(x) = x + 6

dalam satu bidang

>reset;
>plot2d(["3x^2","x+6"],grid=5):



4. Gambarkan plot fungsi

f(x) = 4x + 2
berikan label kurva dan keterangan kurvanya(legend)

```
>reset;...
>plot2d("4x+2", color=red, style="-"); ...
>plot2d("x^2", color=blue, style="--",>add); ...
>label(latex("4x+2"),0.5,2.5,pos="lc"); ...
>label(latex("x^2"),1,1,pos="uc"); ...
>labelbox(["4x+2","x^2"],colors=[red,blue],styles=["-","-."]):
```



5. Gambarkan plot fungsi

 $y = 6 - x^2$

berikan judul grafik dan sumbu x dan y



>aspect(1); plot2d("6-x^2",title=latex("y=6-x^2"),xl=latex("x"),yl=latex("y")):

1. Mengatur Ukuran Gambar

Mengatur ukuran gambar dapat diatur dengan menyesuaikan aspek rasio yang sesuai dengan data yang disajikan. Plot di EMT dapat muncul dijendela terpisah atau jendela notebook.

2. Mengatur Format (Style)

Format (Style) digunakan untuk menentukan bentuk seperti apa yang akan muncul untuk garis kurva. Ada beberapa pilihan antara lain sebagai berikut.

1. "-" 2. "-" 3. "-." 4. "." 5. ".-." 6. "-.-" Untuk r

Untuk menggunakan style tersebut dapat menggunakan perintah style="..."

3. Mengatur Warna Kurva

EMT memiliki indeks warna dengan skala 0-15.

Konstanta warna : putih, hitam, merah, hijau, biru, cyan, zaitun, abu-abu muda, abu-abu tua, oranye, hijau muda, pirus, biru muda, oranye terang, kuning.

Berikut warna konstan yang ada di EMT

>columnsplot(ones(1,16),lab=0:15,grid=0,color=0:15):



Contoh:

1. Buatkan kurva dengan fungsi:

$$y = x^3$$

g = x

Dengan ukuran aspect (1), style "–" dan "-", dan warna kurva 10:11!

```
>reset;...
>aspect(1);...
>plot2d(["x^3","x"], style=["--","-"], color=10:11, grid=5, thickness=[2:3]):
```



penjelasan perintah >reset;... >aspect(1);... >plot2d(["x^3","x"], style=["-","-"], color=10:11, grid=5, thickness=[2:3]): 1. reset; -digunakan sebagai awalan

-untuk menghapus grafik yang telah ada sebelumnya. 2. aspect(1) -digunakan untuk mengatur rasio aspek dari jendela grafik

-aspect(1) akan menghasilkan plot dengan perbandingan panjang sumbu x dan y berturut-turut 1:1

3. plot2d(["x^3","x"], style=["-","-"], color=10:11, grid=5, thickness=[2:3]):

-digunakan untuk menggabungkan plot fungsi y=x^3 dan g=x

-dengan style "–" untuk fungsi y dan "-" untuk fungsi g

-color=10:11 untuk menentukan warna yang sesuai dengan no warna konstan EMT

-thickness ketebalan grafik

Menggambar Sekumpulan Kurva dengan Satu Perintah Plot2d

Cara menggambar sekumpulan kurva dalam satu perintah plot 2d

>plot2d(["x^3","x^2","5x"],-4,5):



Dalam perintah diatas menggunakan [] untuk menggambar sekumpulan kurva, dalam contoh diatas menggambar 3 kurva dengan batas berada pada rentang -4 sampai 5. Ketiga kurav berpotongan di ${\rm x}{=}0.$

```
>plot2d(["x^3","x^2","5x"],-4,5,color=[10:12], thickness=2:2:2);...
>label(latex("x^3"),4,64,pos="uc");...
>label(latex("x^2"),3,9,pos="lc");...
>label(latex("5x"),4,20,pos="uc"):
```



Unruk memudahkan dalam membedakan kurva maka diberikan warna dengan warna oranye= $10(x^3)$, hijau= $11(x^2)$, dan biru=12(5x). serta diberikan label nama

```
>a:=6.5; f&=exp(-a*x^2)/a; g&=x^2;...
>plot2d([f,g],r=2,thickness=4):
```



bisa didefinisikan terlebih dahulu fungsinya lalu dari definisi tersebut dijalankan pada perintah seperti cara sebelumnya menggunakan [].

parameter r untuk mengatur rentang plot dan parameter thickness untuk mengatur ketebalan garis grafik.

>n=(1:8)'; plot2d("x^n",1,2,color=1:8):



menggambar banyak kurva dengan satu fungsi diketahui berurutan.

Membuat Gambar Kurva yang Bersifat Interaktif

Saat memplot suatu fungsi atau ekspresi,pengguna memungkinkan pengguna untuk memperbesar dan menggeser plot dengan tombol kursor atau mouse. Pengguna bisa

- perbesar dengan +atau -
- pindahkan plot dengan tombol kursor
- pilih jendela plot dengan mouse
- atur ulang tampilan dengan spasi
- keluar dengan kembali

>plot2d({{"x^3-a*x",a=1}},>user,title="Press any key!"):



LATIHAN SOAL

1. Gambarkan grafik interaktif dengan fungsi:

$$f(x) = 2x^2 + 3x + 5$$

dengan x=2

>plot2d({{"2*x^2+3*x+5",x=2}},>user,title="Press any key!"):



2. Gambarkan grafik dibawah ini!

$$f(x) = 2x^3 + 5$$
$$g(x) = 4x^2$$
$$h(x) = 7x^2 - 5$$

dengan setiap fungsi memiliki warna yang berbeda-beda

>plot2d(["2*x^3","4*x^2","7*x^2-5"],-4:5,color=[10:12]):



3. Gambarlah grafik :

$$f(x) = 2x^a - 100a$$

dengan a=1:10

>a=(1:10)'; plot2d("2*x^a-100a",1,2):



4. Berikan warna yang berbeda-beda pada grafik no 3





Persamaan parametrik adalah persamaan yang menyatakan hubungan variabel x dan y dituliskan dengan

x = f(t)
y = g(t)
a < t < b

(f(a), g(a)) adalah initial point(titik awal) dan (f(b), g(b)) adalah terminal point (titik terminal).

Setiap nilai t(parameter) akan menentukan setiap titik (x,y) dalam sistem koordinat. Kurva yang dibentuk oleh persamaan parametrik disebut kurva parametrik.

Contoh pertama

Buat sketsa kurva yang dideskripsikan oleh persamaan parametrik berikut:

$$x(t) = 2t - 4$$
$$y(t) = t^{2} + 1$$
$$-1 \le t \le 2$$

Salah satu tujuan utama adalah membuat sketsa kurva yang diberikan dalam bentuk persamaan parametrik. Metode yang paling sederhana adalah mencari hubungan antara x dan y; yang biasanya dilakukan dengan melakukan substitusi parameter t.

>t=(-1:2); x=2*t-4

[-6, -4, -2, 0]

>t=(-1:2); y=t^2+1

[2, 1, 2, 5]

Dari x = 2t - 4; diperoleh

$$t = \frac{x+4}{2}, maka$$
$$y = 4t^2 + 1 = 4(\frac{x+4}{2})^2 + 1 = (x+4)^2 + 1 = x^2 + 8x + 17$$

Jadi, kurva tersebut merupakan bagian dari parabola

$$y = (x+4)^2 + 1, -1 \le t \le 2, maka :$$

-2 \le 2t \le 4
-6 \le 2t - 4 \le 0,
-6 \le x \le 0

Jadi, domain grafik adalah interval [-2, 0].

>t=linspace(-1,2,100); x=2*t-4; y=t^2+1; >plot2d(x,y,grid=2):



linspace(a,b,n)

Pada baris perintah kita menggunakan linspace untuk memudahkan batasan pada parameter t. n adalah nilai spasi linear dalam [a,b] yang termasuk a dan b.

Sekarang grafik fungsi parameter tersebut memiliki nilai vektor x dan y. Plot2d() juga bisa membuat kurva dengan menghubungkan titik-titik yang ada di grafik. Selain itu juga plot tersebut dapat diisi dengan baris perintah ">filled".

Sehingga grafik fungsi yang ditampilkan bagus karena kita menambahkan arsiran pada plot yang dihasilkan seperti berikut:

>t=linspace(-1,2,100); x=2*t-4; y=t^2+1; >plot2d(x,y,grid=2,>filled,style="/"):



Garis singgung (baik horizontal maupun vertikal) dari persamaan parametrik tersebut dapat ditemukan dengan menentukan dimana titik stasioner tersebut.

Titik stasioner dari garis singgung horizontal dapat dicari dengan menyelesaikan:

$$\frac{dy}{dt} = 0, y = t^2 + 1$$
$$2t = 0$$
$$t = 0$$

Artinya ketika t=0, maka posisi titik tersebut adalah titik stasioner untuk garis singgung horizontal. Jika t=0, maka (0,1) adalah titik yang dimaksud. Oleh karena itu, garis singgung horizontalnya adalah y=1. Titik stasioner dari garis singgung vertikal dapat dicari dengan menyelesaikan:

$$\frac{dx}{dt} = 0, x = 2t - 4$$
$$\frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(2t - 4) = 2\frac{d}{dt}(t) - 0 = 2$$

Kemudian, dx/dt sama dengan 0 untuk mencari titik stasionernya: $2{=}0$

Namun, persamaan di atas tidak memiliki solusi yang masuk akal. Artinya, garis singgung vertikal ini tidak memiliki titik stasioner dalam konteks ini. Jadi, tidak ada nilai t di mana garis ini memiliki kemiringan 0(garis singgung vertikal).

>reset();

Persamaan parametrik dari suatu lingkaran dengan jari-jari
r ${\rm dan}$ berpusat di titik asal ${\rm O}(0,0)$ dengan parameter t
heta adalah

```
x = rcos\thetay = rsin\theta
```

Jika nilai theta naik dari 0 sampai 360 maka titik P(x,y) bergerak dari titik P(r,0) melingkar dengan arah berlawanan arah jarum jam sepanjang lingkaran.

Contoh:

Buat sketsa kurva yang dideskripsikan oleh persamaan parametrik berikut:

```
x = 2costy = 2sint0 \le t \le 2\pi
```

```
>t=(0:2pi); x=2*cos(t);
>t=(0:2pi); y=2*sin(t);
>t=linspace(0,2pi,100);
>plot2d(x,y,grid=1, title="x=2cos(t); y=2sin(t)"):
```



>plot2d("2*cos(x)","2*sin(x)",xmin=0,xmax=2pi):



>plot2d("2*cos(x)","2*sin(x)",xmin=0,xmax=2pi,>filled,style="/"):



Garis singgung persamaan parametrik: Secara umum, gradien garis singgung untuk persamaan parametrik adalah:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}$$

Sehingga untuk persamaan parametrik berikut:

$$x = 2cost$$
$$y = 2sint$$

maka:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{2cost}{-2sint} = -cott$$

Ketika t = pi/6, maka diperoleh titik (pi/6, 1) lalu garis singgung di titik tersebut memiliki gradien:

$$m = -\cot(\pi/6) = \sqrt{3}$$

Karena kurva parametrik dilalui titik $(\mathrm{pi}/6,1)$ maka garis singgung di titik tersebut memiliki gradien 0, sehingga:

$$(y-1) = \sqrt{3}(x - \frac{1}{2}\sqrt{3})$$
$$y = \sqrt{3}(x - \frac{1}{2}\sqrt{3}) + 1$$
$$y = \sqrt{3}x - \frac{3}{2}) + 1$$
$$y = \sqrt{3}x - \frac{1}{2}$$

>reset();

Sekarang akan kita bentuk persamaan parametrik untuk ellips dengan pusat di titik asal O(0,0) dengan sumbu mayor di sumbu x dan sumbu minor terletak di sumbu y. Untuk persamaan parametrik ellips:

```
x = a\cos\thetay = b\sin\theta
```

Seperti halnya menggambar suatu persamaan, persamaan parametrik dapat digambarkan dengan mencacah nilai dari variabel x dan variabel y. Tentu, nilai dari dua variabel tersebut diperoleh dengan mensubtitusikan beberapa nilai dari parameternya dahulu.

Contoh: Gambar sketsa dari grafik

 $x = 4\cos(t)$ $y = 10\sin(t)$ $0 \le t \le 2\pi$

```
>t=(0:2pi); x=4*cos(t);
>t=(0:2pi); y=10*sin(t);
>t=linspace(-4,4,1000); x=4*cos(t); y=10*sin(t);
>aspect(2); plot2d(x,y,<square,<frame,<filled,style="[]#"):</pre>
```



>reset(); >a=4; >b=10; >x= a*cos(t); >y=b*sin(t); >aspect(2); t=linspace(-4,4,1000); plot2d(x,y,grid=1):



Cycloid atau sikloid adalah kurva yang dihasilkan oleh suatu titik pada keliling lingkaran yang menggelinding sepanjang garis lurus . Jika r adalah jari-jari lingkaran dan theta adalah perpindahan sudut lingkaran, maka persamaan kutub kurvanya adalah

$$x = r(\theta - \sin\theta)$$
$$y = r(1 - \cos\theta)$$

Sehingga kita akan menggambar grafik fungsi persamaan parametrik sikloid:

$$x = 2(\theta - \sin\theta)$$
$$y = 2(1 - \cos\theta)$$
$$0 \le \theta \le 6\pi$$

```
>t=(0:2*pi); x=t-sin(t);
>t=(0:2*pi); y=1-cos(t);
>t=linspace(0,6*pi,100); r=2;
>aspect(2); plot2d(x,y,<square,<frame,>filled,style="[]#"):
```



Untuk mencari luas satu area sikloid dapat dicari dengan menggunakan:

 $3\pi a^2$

Dengan persamaan sikloid:

$$x = r(\theta - \sin\theta)$$
$$y = r(1 - \cos\theta)$$

Maka luas satu area sikloid adalah:

$$3\pi(2)^2$$

 $3\pi(4)$
 12π

Sehinggga luas satu lengkungan sikloid adalah 12\pi. Untuk panjang busur satu area sikloid adalah:

8a
8(2)
16

Sehinggga panjang busur untuk satu area sikloid adalah 16.

Menggambar Kurva Fungsi Implisit

Fungsi implisit merupakan fungsi yang memuat lebih dari satu variabel, bisa variabel dependen atau independen yang berada dalam satu ruas sehingga tidak bisa dipisahkan pada ruas yang berbeda. Di euler sendiri, fungsi implisit haruslah berupa fungsi atau ekspresi yang parameternya adalah x dan y.

$$f(x,y) = c$$

Untuk menggambar himpunan f(x,y)=c untuk satu atau lebih konstanta c, dapat menggunakan "plot2d()". Fungsi implisit juga dapat diisi dengan persamaan tingkat

$$a \le f(x, y) \le b$$

Untuk fungsi ini harus berupa matriks 2xn dimana baris pertama berisi awal dan baris kedua adalah akhir dari setiap interval.

contoh menggambar kurva fungsi implisit

>aspect(2)
>plot2d("x^2+y^2-x*y-x", r=2, level=[0,1,2], contourcolor=red):


r merupakan batas sumbu x dan y yang berkisar dari -2 hingga 2.

level adalah daftar nilai-nilai level yang ingin ditampilkan dalam grafik kontur (harus lebih dari 0). untuk lebih dari 1, penulisannya = [0,1,2,...]jadi semakin besar levelnya, semakin besar konturnya

>reset; >expr:="2*x^2+x*y+3*y^4+y"; //mendefinisikan ekspresi f(x,y) >plot2d(expr, level=0):



>plot2d(expr, level=0:0.5:20, >hue, contourcolor=white, n=200):



garis kontur untuk nilai level dari 0 hingga 20 dengan selang 0.5.

>hue berarti level yang rendah memiliki warna yang lebih pekat daripada level yang lebih tinggi

n merupakan jumlah titik atau resolusi yang akan digunakan untuk membuat plot dimana jumlah titik ini mempengaruhi seberapa detail atau halus plot yang dihasilkan. Semakin besar nilai n, semakin banyak titik yang digunakan, dan semakin halus plotnya dan semakin butuh waktu untuk menghasilkan plot.



>spectral bertujuan untuk mengubah warna contour agar tampak seperti spektrum (kuning, orange, merah, hijau, biru, dan ungu).

grid berfungsi untuk mengatur jumlah grid(garis bantu) pada plot. grid=4 menunjukkan garis bantu pada plot dengan interval sebanyak 4 satuan. Garis grid ini membantu dalam memahami skala plot dan memudahkan untuk mengidentifikasi nilai pada sumbu x dan y.

>reset; >plot2d("x^2+y^3+x*y", level=[0,2,4;1,3,5], style="/", r=3, n=100):



level[a,b,c;d,e,f] a,b,c sebagai batas bawah d,e,f sebagai batas atas pada saat memberikan garis dalam plot kontur.

>plot2d("x^2+y^3+x*y", level=-10:20, style="|", r=2, n=100, dl=0.1):

10.20, Buyte | , 1-2, II-100



d
1 adalah tingkat perubahan dalam kontur adalah sebesar
 0.1

```
>plot2d("(x^2+y^2-1)^3-x^2*y^3", r=1.5, ...
>style=".", color=red, <outline, ...
>level=[-2;0],n=100):
```



<outline: menampilkan garis batas luar dari objek yang akan diplot

Kurva Fungsi Kompleks

fungsi kompleks adalah suatu ekspresi dalam matematika yang melibatkan bilangan real dan bilangan imaginer. Fungsi kompleks dengan variabel kompleks z dinyatakan oleh w = f(z) dengan z = x + iy, yang dapat dinyatakan dengan

$$w(z) = u(x, y) + v(x, y)i$$

dimana u(x,y) adalah bilangan real dan v(x,y) bilangan imaginer.

ungsi kompleks dapat divisualisasikan dalam suatu kurva untuk melihat bagaimana pola / bentuk dari fungsi tersebut.

Suatu array (larik bilangan) juga dapat direpresentasikan menjadi plot dengan plot2d(). Titik-titik grid akan terhubung sesuai dengan ekspresi dan array yang dituliskan pada baris perintah.

Dalam menggambar Kurva Fungsi Kompleks yang dapat dilakukan, yaitu :

1. Mendefinisikan fungsi kompleks yang akan digambar.

2. Menentukan rentang sumbu x dan y sehingga dapat menampilkan gambar yang sesuai & mencakup wilayah kompleks.

3. Menggunakan sintaks plot2d()

4. Menyesuaikan style plot sesuai yang diinginkan.

Penulisan Bilangan Kompleks

Penulisan $\mathbf{z}=\mathbf{x}+\mathbf{i}\mathbf{y}$ dengan
x dan y \mathbf{a} dalah bilangan real, yaitu :

 $>_{z} = 4 + I*6$

>aspect(1); r=linspace(0,5,10); a=linspace(0,2pi,20)'; z=r*exp(I*a);

Persamaan

 $z = r \times \exp^{ia}$

adalah bentuk umum dari representasi bilangan kompleks eksponensial bentuk polar.

z = fungsi yang akan digambarkan

 $\mathbf{r} = \mathbf{j}\mathbf{a}\mathbf{r}\mathbf{a}\mathbf{k}$ dari titik kompleks ke titik asal

a = sudut argumen (antara sumbu real positif dan garis yang menghubungkan titik tersebut dengan pusat koordinat dalam arah berlawanan jarum jam)

 ${\rm cgrid}={\rm tampilan}$ grid pada plot yang dapat diubah sesuai kebutuhan / keinginan. Jika ${\rm cgrid}{=}0$ maka grid akan disembunyikan

r dan a disini adalah suatu array. Untuk r yaitu array dari 0 sampai 5 yang berisi 20 elemen.

>aspect(1); n=linspace(0,2pi,200); >plot2d(exp(I*n)+exp(6*I*n),-3,3,-3,3, color=blue):



Contoh di atas merupakan penjumlahan dua fungsi eksponensial dengan n yang meruapakan suatu array kompleks dari 0 sampai 2pi hingga 200 titik sehingga dapat membentuk beberapa lingkaran. Gambar di atas menggunakan aspect 1 dengan rentang sumbu x dan y dari -3 sampai 3.

```
>aspect(1); r=linspace(0,1,20); a=linspace(0,2pi,100)'; z=r*exp(I*a);
>plot2d(exp(z),-1,3,-2,2,cgrid=[6,4]):
```



Gambar di atas menunjukkan hasil dari fungsi eksponensial z dengan
r adalah array 1 sampai 5 yang berisi 10 elemen dan jumlah c
grid yang berbeda.

>aspect(1); r=linspace(1,5,20); a=linspace(0,2pi,90)'; z=r*(cos(a) + I*sin(a)); >plot2d(z,-5,5,-5,5, cgrid=6):



Perintah di atas merupakan eksponensial kompleks yang melibatkan fungsi trigonometri dengan r
 yaitu array dari 1 sampai 5 yang berisi 20 elemen di dalamnya

Bilangan kompleks $\mathbf{z}=\mathbf{x}+\mathbf{y}\mathbf{i}$ dapat ditulis dalam bentuk polar menjadi

$$z = r \times (\cos(\Theta)) + i \times \sin(\Theta))$$

dimana r adalah modulus dari z

>aspect(1); r=linspace(1,5,20); a=linspace(0,2pi,10)'; z=r*(cos(a) + I*sin(a)); >plot2d(z,-5,5,-5,5, cgrid=6, >points):



Contoh gambar di atas adalah kurva fungsi kompleks yang sama dengan sebelumnya, namun ada penambahan sintaks <points ke dalam plot2d, sehingga gambar yang dihasilkan berupa titik-titik.

Menggambar Daerah yang Dibatasi Beberapa Kurva

Pada subtopik sebelumnya telah kita ketahui dan pelajari bersama bahwa EMT dapat melakukan visualisasi plot mulai dari bentuk ekspresi langsung hingga plot dari fungsi-fungsi.

Subtopik ini merupakan kelanjutan dari subtopik sebelumnya, yaitu membentuk/menggambar daerah dari perpotongan beberapa kurva yang telah didefinisikan. Hal ini dapat bermanfaat untuk membantu dalam menyelesaikan permasalahan dalam matematika, salah satu contohnya seperti optimasi program linear, di mana disajikan beberapa fungsi-fungsi kendala beserta dengan fungsi tujuannya dan perlu divisualisasikan dalam bentuk grafik untuk melihat dimana letak daerah layaknya untuk menentukan nilai optimum.

Dalam EMT ada beberapa perintah yang digunakan untuk menggambar daerah yang dibatasi oleh beberapa kurva, di antaranya yaitu:

- plot2d

Digunakan untuk melakukan plotting.

- filled=true

Digunakan untuk memberikan isian/arsiran pada daerah/area di bawah kurva saat plotting.

- style="..."

Digunakan untuk memilih gaya kurva yang akan digunakan sa
at plotting. Anda dapat memilih dari beberapa gaya, seperti "", "/", "
\", atau "-". Dan hal ini mempengaruhi tampilan daerah kurva yang terbentuk.

- fillcolor

Digunakan untuk menentukan warna isian yang akan digunakan untuk mengiri area di bawah kurva.

```
>t=linspace(0, 2pi, 1000); // paramenter untuk kurva
>x=cos(t)*exp(t/pi); y=sin(t/pi); // x(t) dan y(t)
>figure(1,2); aspect(3/2)
>figure(1); plot2d(x,y,r=7): // plot kurva
```



> figure(2); plot2d(x,y,r=7,>filled,style="/",fillcolor=blue); // mengisi kurva
>figure(0):



- t=linspace(0,2pi,1000);

Pada langkah pertama yaitu mendefinisikan parameter t sebagai serangkaian 1000 titik antara 0 dan 2pi. Parameter t ini akan digunakan sebagai parameter untuk menggambar kurva.

- $\cos(t)^* \exp(t/pi)$; $y=\sin(t)^* \exp(t/pi)$;

Didefiniskan dua vektor x dan y yang merupakan koordinat x dan y dari kurva yang akan digambar. Fungsi :

 $\cos(t) * \exp(t/pi)$

digunakan untuk menghitung komponen x(x(t)), dan

sin(t) * exp(t/pi)

digunakan untuk menghitung komponen y(y(t)) dari kurva.

- figure(1,2); aspect(3/2)

Perintah ini digunakan untuk mengatur tampilan gambar. Perintah figure(1,2) digunakan membuat dua gambar (1 dan 2) dalam satu jendela gambar. Dan perintah aspect(3/2) mengatur rasio aspek gambar menjadi 3:2, yang mempengaruhi bentuk dan ukuran gambar yang akan digambar.

- figure(1); plot2d(x,y,r=7);

Perintah ini memilih gambar pertama (1) dan menggunakan perintah plot2d untuk menggambar kurva yang dihitung sebelumnya. Parameter r=10 mengatur lebar garis plot. Ini menghasilkan kurva tanpa adanya isi atau arsiran di dalamnya.

- figure(2); plot2d(x,y,r=7,>filled,style="/",fillcolor=blue);

Selanjutnya pada perintah ini beralih ke gambar kedua (2) dan menggunakan perintah plot2d lagi untuk menggambar kurva yang sama dengan pengisian area di bawahnya. Perintah >filled digunakan untuk mengisi area di bawah kurva, style="/" digunakan untuk mengatur gaya garis menjadi garis miring, dan fillcolor=blue digunakan untuk mengatur warna isian menjadi biru.

- figure(0);

Baris perintah ini digunakan untuk mengakhiri gambar dan kembali ke tampilan biasa tanpa gambar. Perintah ini berfungsi untuk menyelesaikan proses penggambaran.

```
>t=linspace(0,2pi,4);
>plot2d(cos(t),sin(t),>filled, style="/",fillcolor=orange,r=1.5):
```



- t=linspace(0,2pi,4);

Pada perintah ini, kita definisikan vektor t dengan menggunakan perintah linspace. Linspace digunakan untuk membuat vektor dengan 4 titik yang terletak secara merata antara 0 dan 2pi. Dalam konteks ini, vektor t akan digunakan sebagai parameter saat menggambar kurva.

- plot2d(cos(t),sin(t),>filled,style="/",fillcolor=orange,r=1.5):

Perntah ini merupakan perintah utama yang digunakan untuk menggambar plot.

Perintah ini memiliki beberapa parameter sebagai berikut:

 $> \cos(t)$ adalah komponen x dari kurva.

 $> \sin(t)$ adalah komponen y dari kurva.

> filled digunakan untuk mengisi area di bawah kurva, sehingga menciptakan bentuk yang terisi. Ini berarti daerah di bawah kurva akan diwarnai.

> style="/" mengatur gaya garis kurva menjadi garis miring ("/").

> fillcolor=orange mengatur warna isian daerah di bawah kurva menjadi oranye.

> r=1.2 mengatur lebar garis plot menjadi 1.5.



- t = linspace(0, 2pi, 6);

Pada perintah ini, kita definisikan vektor t dengan menggunakan perintah linspace. Linspace digunakan untuk membuat vektor dengan 6 titik yang terletak secara merata antara 0 dan 2pi. Dalam konteks ini, vektor t akan digunakan sebagai parameter saat menggambar kurva.

- plot2d(cos(t),sin(t),>filled,style=""):

Ini adalah perintah utama yang digunakan untuk menggambar plot. Perintah ini memiliki beberapa parameter sebagai berikut:

 $>\cos(t)$ adalah komponen x
 dari kurva.

 $> \sin(t)$ adalah komponen y
 dari kurva.

> filled digunakan untuk mengisi area di bawah kurva, sehingga menciptakan bentuk yang terisi. Ini

berarti daerah di bawah kurva akan diisi dengan warna atau pola tertentu.

>style="" mengatur isian kurva menjadi warna solid dengan menggunakan simbol tanda pagar ("")

```
>t=linspace(0,2pi,7); ...
>plot2d(sin(t),cos(t),r=1,>filled,style="/",fillcolor=red):
```



Penjelasan:

- t=linspace(0,2pi,7);:

Fungsi linspace digunakan untuk membuat array berisi sejumlah nilai yang merata dalam rentang tertentu. Dalam hal ini, rentangnya adalah dari 0 hingga 2pi (dua kali nilai pi) dan sebanyak 7 titik akan dihasilkan. Ini akan digunakan sebagai sudut dalam koordinat polar untuk menggambarkan data.

- plot2d(sin(t), cos(t), r=1, >filled, style="/", fillcolor=red):

Ini adalah perintah untuk melakukan plotting data. Terdapat beberapa argumen di sini:

 $> \sin(t)$: Ini adalah nilai sinus dari setiap elemen dalam array t
. Ini akan digunakan sebagai komponen sumbu X dalam koordinat polar.

 $>\cos(t)$: Ini adalah nilai kosinus dari setiap elemen dalam array t
. Ini akan digunakan sebagai komponen sumbu Y dalam koordinat polar.

>r=1: Ini adalah argumen opsional yang menentukan radius plot. Dalam hal ini, radiusnya diatur menjadi 1.

> filled: Ini adalah argumen yang menginstruksikan untuk mengisi area di dalam kurva plot.

> style="/": Ini adalah argumen yang menentukan gaya garis yang digunakan untuk plot. Di sini, garisnya akan berbentuk garis miring ("/").

> fillcolor=red: Ini adalah argumen yang menentukan warna pengisian untuk area di dalam kurva plot. Dalam hal ini, warnanya diatur menjadi merah.

>t=linspace(0,2pi,1000); x=cos(3*t); y=sin(4*t); >plot2d(x,y,<grid,<frame,>filled):



- t = linspace(0, 2*pi, 1000);

Ini adalah perintah untuk membuat vektor t
 yang berisi 1000 nilai yang merata terdistribusi antara 0 hingga 2
pi. Vektor t ini akan digunakan sebagai parameter waktu atau sudut dalam parameter
isasi lingkaran.

linspace
(0, 2*pi, 1000) membuat 1000 titik antara 0 hingga 2
pi, memberikan sudut-sudut yang merata di sepanjang satu putaran lingkaran.

- $x = \cos(3^*t); y = \sin(4^*t);$

Ini adalah perintah untuk menghitung vektor x dan y yang menggambarkan lintasan dalam koordinat polar.

 $> x = cos(3^*t)$; menghitung nilai x sebagai hasil dari fungsi kosinus dari 3 kali nilai t. Ini akan menghasilkan osilasi yang lebih cepat pada sumbu x.

> y = sin(4*t); menghitung nilai y sebagai hasil dari fungsi sinus dari 4 kali nilai t. Ini akan menghasilkan osilasi yang lebih cepat pada sumbu y.

- plot2d(x, y, <grid, <frame, >filled);

Ini adalah perintah untuk membuat plot dari vektor x dan y. Berikut adalah rincian perintah ini: x adalah vektor yang digunakan sebagai data untuk sumbu x.

y adalah vektor yang digunakan sebagai data untuk sumbu y.

<grid mengaktifkan garis-garis koordinat (grid) di latar belakang plot, membantu dalam visualisasi.
 <frame mengaktifkan bingkai (frame) di sekitar plot.

>filled mengisi area di bawah kurva dengan warna, membuat plot menjadi lebih berwarna

```
>t=0:0.1:1; ...
>plot2d(t,interval(t-random(size(t)),t+random(size(t))),style="/"); ...
>plot2d(t,t,add=true):
```



- t = 0:0.1:1;

Ini adalah perintah untuk membuat vektor t
 yang berisi nilai-nilai dari 0 hingga 1 dengan interval 0.1. Hasilnya adalah vektor [0, 0.1, 0.2, 0.3, ..., 0.9, 1].

- plot2d(t, interval(t - random(size(t)), t + random(size(t))), style="|");

Ini adalah perintah untuk membuat plot pertama. Rincian perintah ini adalah sebagai berikut:

> interval(t - random(size(t)), t + random(size(t))) adalah interval yang digunakan untuk menggambar "garis" pada plot. Setiap titik pada sumbu x (t) akan dihubungkan oleh dua garis vertikal yang dibuat secara acak di sekitar titik tersebut menggunakan random(size(t)). Hasilnya adalah plot dengan garisgaris vertikal yang mewakili interval acak di sekitar setiap titik pada sumbu x.

> style="|" mengatur gaya plot menjadi garis vertikal ("|").

- plot2d(t, t, add=true);

Ini adalah perintah untuk membuat plot kedua dan menambahkannya ke dalam plot yang sudah ada dari perintah sebelumnya. Rincian perintah ini adalah sebagai berikut:

> t adalah sumbu x dan y plot ini, sehingga plot ini akan menjadi plot garis diagonal dengan kemiringan 45 derajat.

>add=true digunakan untuk menambahkan plot ini ke dalam plot sebelumnya, sehingga kedua plot akan ditampilkan dalam satu plot yang sama.

>t=-1:0.01:1; x=~t-0.01,t+0.01~; y=x^3-x

[~-0.04,0.04~, ~-0.02,0.059~, ~-0.0003,0.077~, ~0.018,0.096	~,
~0.0373,0.113~, ~0.0552,0.13~, ~0.0726,0.146~, ~0.0894,0.162	~,
~0.105,0.177~, ~0.121,0.191~, ~0.136,0.206~, ~0.151,0.219~,	
~0.165,0.232 [~] , ~0.178,0.244 [~] , ~0.191,0.256 [~] , ~0.203,0.268 [~] ,	
~0.215,0.279 [~] , ~0.227,0.289 [~] , ~0.238,0.299 [~] , ~0.248,0.308 [~] ,	
~0.258,0.317 [~] , ~0.268,0.326 [~] , ~0.276,0.334 [~] , ~0.285,0.342 [~] ,	
~0.293,0.349 [~] , ~0.301,0.355 [~] , ~0.308,0.361 [~] , ~0.314,0.367 [~] ,	
~0.32,0.373~, ~0.326,0.377~, ~0.332,0.382~, ~0.337,0.386~,	
~0.341,0.39~, ~0.345,0.393~, ~0.349,0.396~, ~0.352,0.398~,	
~0.355,0.4~, ~0.357,0.402~, ~0.359,0.404~, ~0.361,0.404~,	
~0.363,0.405~, ~0.364,0.405~, ~0.364,0.405~, ~0.364,0.405~,	
~0.364,0.404~, ~0.364,0.403~, ~0.363,0.402~, ~0.362,0.4~,	
~0.361,0.398~, ~0.359,0.395~, ~0.357,0.393~, ~0.355,0.39~,	
~0.352,0.387 [~] , ~0.349,0.383 [~] , ~0.346,0.379 [~] , ~0.342,0.375 [~] ,	
~0.338,0.371~, ~0.334,0.366~, ~0.33,0.362~, ~0.325,0.356~,	
~0.321,0.351~, ~0.316,0.346~, ~0.31,0.34~, ~0.305,0.334~,	
~0.299,0.328~, ~0.293,0.321~, ~0.287,0.315~, ~0.28,0.308~,	
~0.274,0.301~, ~0.267,0.293~, ~0.26,0.286~, ~0.253,0.279~,	
~0.245,0.271~, ~0.238,0.263~, ~0.23,0.255~, ~0.222,0.247~,	
~0.214,0.238~, ~0.206,0.23~, ~0.197,0.221~, ~0.189,0.212~,	
]	

>plot2d(t,y):



- t = -1:0.01:1;

Ini adalah perintah untuk membuat vektor t yang berisi nilai-nilai dari -1 hingga 1 dengan interval 0.01. Hasilnya adalah vektor t yang berisi nilai-nilai seperti [-1, -0.99, -0.98, ..., 0.99, 1]. Vektor t ini akan digunakan sebagai sumbu x pada plot.

- x = t - 0.01, t + 0.01;

Ini adalah perintah yang menghitung vektor x. Tanda digunakan di sini untuk mendefinisikan dua interval, yaitu [t - 0.01, t + 0.01]. Ini menghasilkan vektor x yang memiliki dua interval, satu yang kurang dari t - 0.01 dan satu yang lebih dari t + 0.01.

 $-y = x^{3} - x;$

Ini adalah perintah yang menghitung vektor y
 sebagai fungsi dari x. Fungsi ini menghitung nilai y dengan memasukkan seti
ap nilai x ke dalam rumus x^3 - x.

- plot2d(t, y);

Ini adalah perintah untuk membuat plot dari fungsi y sebagai fungsi dari t. Rincian perintah ini adalah sebagai berikut:

>t adalah sumbu x pada plot, yang berisi vektor t
 yang telah didefinisikan sebelumnya.

>y adalah sumbu y
 pada plot, yang berisi vektor y
 yang dihitung dari rumus x^3 - x.

>expr := "2*x^2+x*y+3*y^4+y"; // mendefinisikan sebuah ekspresi f(x,y) >plot2d(expr,level=[0;1],style="-",color=red): // 0 <= f(x,y) <= 1



Penjelasan:

- expr := $"2*x^2+x*y+3*y^4+y";$

Ini adalah perintah untuk mendefinisikan ekspresi matematika yang disimpan dalam variabel expr. Ekspresi ini merupakan suatu fungsi f(x, y) yang tergantung pada dua variabel, yaitu x dan y. Ekspresi ini memiliki bentuk matematika yang terdiri dari berbagai suku, seperti kuadrat dari x, perkalian x^*y , kuadrat dari y, dan lainnya.

- plot2d(expr, level=[0;1], style="-", color=blue);

Ini adalah perintah untuk membuat plot dari fungsi f(x, y) yang telah didefinisikan sebelumnya. Berikut adalah rincian perintah ini:

>expr adalah ekspresi yang akan digunakan sebagai fungsi yang akan diplotkan. Dalam hal ini, ekspresi 2*x^2+x*y+3*y^4+y adalah fungsi f(x, y) yang telah didefinisikan sebelumnya.

> level=[0;1] mengatur tingkat kontur (contour levels) yang akan digunakan dalam plot. Dalam hal ini, tingkat kontur berada pada interval 0 hingga 1, yang berarti plot akan menunjukkan wilayah di mana f(x, y) memiliki nilai antara 0 hingga 1.

>style="-" mengatur gaya plot menjadi garis berjenis -, yang akan menghasilkan plot kontur.

> color=blue mengatur warna garis plot menjadi biru

Kita juga dapat mengisi rentang nilai seperti berikut:

$$-1 \le (x^2 + y^2)^2 - x^2 + y^2 \le 0$$

>plot2d("(x^2+y^2)^2-x^2+y^2",r=1.2,level=[-1;0],style="/\"):



- $plot2d("(x^2+y^2)^2-x^2+y^2", r=1.2, level=[-1;0], style="/\");$

Ini adalah perintah untuk membuat plot dari fungsi matematika yang didefinisikan dalam bentuk string: $(x^2+y^2)^2-x^2+y^2$ ". Fungsi ini tergantung pada dua variabel, yaitu x dan y.

 $(x^2+y^2)^2-x^2+y^2$ adalah rumus dari fungsi matematika yang akan diplotkan.

- r=1.2 mengatur rentang (range) plot untuk kedua sumbu x dan y. Dalam hal ini, rentangnya adalah [-1.2, 1.2], yang berarti plot akan berada dalam wilayah ini.

- level=[-1;0] mengatur tingkat kontur (contour levels) yang akan digunakan dalam plot. Dalam hal ini, ada dua tingkat kontur: -1 dan 0. Ini akan menentukan wilayah kontur dalam plot.

- style="/\" mengatur gaya plot menjadi garis berpotongan ("/\").

Ini akan menghasilkan plot dengan garis-garis berpotongan yang menggambarkan kontur fungsi. Di sini menggunakan kombinasi dua simbol yaitu slash dan backslash ("/\") untuk membuat garis-garis yang berpotongan.

dengan

xmax = 10

3. Gambarkan plot fungsi berikut:

$$3x^2 + 3x + 1$$
$$2x + 6$$
$$-3x + 2$$

dengan

xmin = -10

xmax = 0

Menggambar Segi Banyak

Poligon atau segi banyak adalah bangun datar yang digambarkan dengan jumlah terhingga dari garis lurus yang terhubung, sehingga membentuk sebuah rantai poligonal (atau sirkuit poligonal) yang tertutup.

Ruas garis dari sirkuit poligonal disebut sebagai sisi. Perpotongan dari dua sisi pada poligon dikenal sebagai titik sudut.

Segi-n adalah sebuah poligon yang mempunyai
n sisi, contohnya, segi-3(segitiga). Segi banyak memiliki paling sedikit tiga sisi.

Terdapat dua macam segi banyak, yaitu:

- 1. Segi banyak beraturan
- 2. Segi banyak tidak beraturan

Segi banyak beraturan

Segi banyak beraturan merupakan suatu bangun yang ukuran semua sisinya sama panjang dan besar sudutnya juga sama.

Contoh dari segi banyak beraturan adalah bangun segi tiga sama sisi, persegi, segi lima beraturan, segi enam beraturan, dst.

Contoh gambar

```
>plot2d("sin(x)^3","cos(x)",xmin=2pi,>filled,style="|"):
```



 $plot2d("sin(x)^3", "cos(x)", xmin=0, xmax=2*pi, >filled, style="|");$

Ini adalah perintah untuk membuat plot dari dua fungsi matematika, yaitu $\sin(x)^3 dan \cos(x)$, dalam satu plot yang sama. Berikut adalah rincian perintah ini:

- "sin(x)^3" adalah ekspresi pertama yang akan diplotkan. Ini adalah fungsi trigonometri sin(x) yang dipangkatkan tiga. Fungsi ini tergantung pada variabel x.

- " $\cos(x)$ " adalah ekspresi kedua yang akan diplotkan. Ini adalah fungsi trigonometri $\cos(x)$. Fungsi ini juga tergantung pada variabel x.

- xmin=0 dan xmax=2*pi mengatur rentang (range) plot untuk sumbu x dari 0 hingga 2pi. Ini adalah rentang yang akan ditampilkan dalam plot.

- >filled mengisi area di bawah kurva fungsi dengan warna, sehingga area di bawah kurva fungsi akan diisi dengan warna.

- style="|" mengatur gaya plot menjadi garis vertikal ("|"). Ini akan menghasilkan plot dengan garis-garis vertikal.