Instrucciones:

a) Duración: 1 hora

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos] Sea la función definida por $f(x)=\frac{1}{x}+\ln(x)$ en el dominio $(0,+\infty)$. Obtener los puntos de inflexión (abscisas y ordenadas que alcanzan).

b) [1 punto] Demuestra que la ecuación $x^3+x+10=0$ tiene una única solución real aplicando Teorema de Bolzano y Teorema de Rolle.

Ejercicio 2.- Sea $f(x)=\frac{x^2+3x+4}{2x+2}$ para $x\neq-1$

a) [1,5 punto] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de $f(x)$.

b) [1 punto] Obtener recta tangente a la función en $x=0$.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Sea la función $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}=x+x\cdot e^{-x}$. Determina las asíntotas oblicuas de la función.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Una imprenta recibe el encargo de diseñar un cartel con las siguientes características: la zona impresa debe ocupar $100\,cm^2$, el margen superior debe medir 3 cm, el inferior 2 cm, y los márgenes laterales 4 cm cada uno. Calcula las dimensiones que debe tener el cartel de modo que se utilice la menor cantidad de papel posible.

Opción B

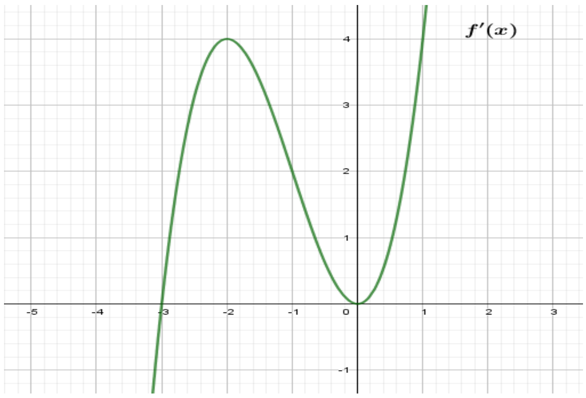
Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Sea la función $f(x)=\frac{x}{e^x}$ definida en toda la recta real. Determina el punto de la gráfica $(x, f(x))$ en el que la pendiente de la recta tangente es mínima.

Ejercicio 2.- a) [1,5 puntos] Obtener a y b para que $f(x)=\left\{\begin{array}{ll} a-x & si \quad x\leq 1 \\ \frac{b}{x}+\ln(x) & si \quad x>1 \end{array}\right\}$ sea derivable en $x=1$.

b) [1 punto] Sea $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ definida por $f(x)=(x-a)e^x$. Determina a sabiendo que la función tiene un punto crítico en $x=0$.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] A partir de la gráfica (ver imagen) de la función derivada $f'(x)$ obtener los intervalos de crecimiento, los extremos relativos y los puntos de inflexión de la función original $f(x)$.

Explica tus razonamientos de manera adecuada y detallada.



Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Se necesita construir un depósito cilíndrico, con tapas superior e inferior, con volumen de $20\pi m^3$. El material para las tapas cuesta $10€$ por m^2 y el material para el resto del cilindro $8€$ por m^2 . Calcula el radio de las tapas y la altura del cilindro que hace que el coste total sea mínimo.