Skalarprodukt, Größe von Winkeln

1. Berechnen Sie $\vec{a} \circ \vec{b}$. Ist das Skalarprodukt kleiner, gleich oder größer null? Ist der Winkel φ zwischen $\vec{a}$ und $\vec{b}$ ein spitzer, ein rechter oder ein stumpfer?

a) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 0{,}6 \\ 0{,}8 \end{pmatrix}$; $\vec{a} \circ \vec{b} =$ $\qquad$ $=$ $\qquad$ $0 \Rightarrow$ φ ist ein $\qquad$ Winkel.

b) $\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} -5 \\ -7 \end{pmatrix}$; $\vec{a} \circ \vec{b} =$ $\qquad$ $=$ $\qquad$ $0 \Rightarrow$ φ ist ein $\qquad$ Winkel.

c) $\vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 0{,}5 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$; $\vec{a} \circ \vec{b} =$ $\qquad$ $=$ $\qquad$ $0 \Rightarrow$ φ ist ein $\qquad$ Winkel.

2. Die Punkte A(2 | 1 | 0), B(4 | 0 | 2) und C(4 | 3 | −1) bilden ein Dreieck.

a) Berechnen Sie die Größe des Winkels β = ∢ABC.

$$\cos\beta = \frac{\qquad \circ \qquad}{|\qquad| \cdot |\qquad|} = \frac{\begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}}{\qquad \cdot \qquad} = \frac{\qquad}{\qquad} = \qquad$$

ggf. Taschenrechner
↓
⇒ β =

b) Zeigen Sie, dass das Dreieck ABC gleichschenklig ist und bei A einen rechten Winkel hat.

$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix}$; $|\overrightarrow{AB}| =$ $\qquad$ $=$ $\qquad$;

$|\overrightarrow{AC}| =$ $\qquad$ $=$ $\qquad$;

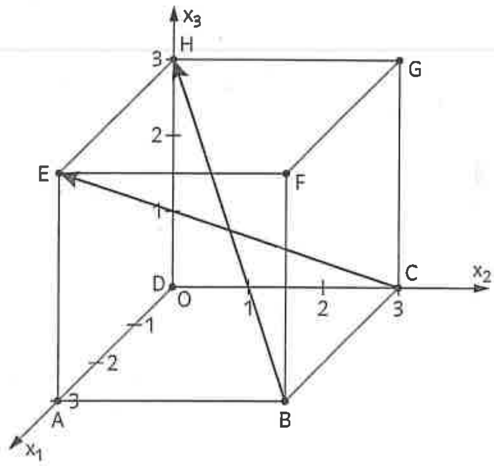
$\overrightarrow{AB} \circ \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix} =$ $\qquad$ $=$ $\qquad$; also gilt: $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$

3. a) Untersuchen Sie mithilfe des Skalarprodukts, ob die beiden Raumdiagonalen [BH] und [CE] orthogonal sind.

$\overrightarrow{BH} \circ \overrightarrow{CE} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix} =$

$=$ $\qquad$;

also gilt: [BH] $\qquad$ [CE]



b) Zeigen Sie, dass die Raumdiagonale [BH] mit der Kante [AB] den Winkel φ ≈ 54,7° einschließt.

$$\cos\beta = \frac{\qquad \circ \qquad}{|\qquad| \cdot |\qquad|} = \frac{\begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}}{\qquad \cdot \qquad} = \frac{\qquad}{\qquad} = \qquad$$

ggf. Taschenrechner
↓
⇒ φ ≈