

1 Primo teorema di unicità della sezione

DEFINIZIONE 1.1 (Sezione di un segmento). Dato un segmento AB , un punto $P \in AB / P \neq A, P \neq B$, definisce una *sezione* di AB nei due segmenti AP e PB per i quali si ha:

- $AP \cup PB = AB$
- $AP \cap PB = P$

TEOREMA 1.1 (Primo teorema di unicità della sezione). Dato un segmento AB e una sua sezione definita da un punto interno P , il rapporto $r = \frac{AP}{PB}$ è unico.

Ipotesi:

1. P e Q punti interni ad AB
2. $P \neq Q$
3. $r = \frac{AP}{PB}, s = \frac{AQ}{QB}$

Tesi:

$$s \neq r$$

Dimostrazione. Per le ipotesi 1 e 2, Q può essere solo interno ad AP o interno a PB .

Se Q è interno ad $AP \implies AQ < AP, QB > QP$.

$$\text{Quindi: } s = \frac{AQ}{QB} < \frac{AP}{QB} < \frac{AP}{PB} \implies s < r$$

Se Q è interno a $PB \implies AQ > AP, QB > QP$.

$$\text{Quindi: } s = \frac{AQ}{QB} > \frac{AP}{QB} > \frac{AP}{PB} \implies s > r$$

Cioè $s < r$ o $s > r$

□