Conceptos básicos de Geometría Plana (Parte I)

1. Un poco de etimología y breve reseña histórica

La palabra *geometría* deriva del griego y significa *medida de la tierra* (de *geos* = tierra y *metron* = medida). Los orígenes de esta ciencia se remontan a los asirios, los babilonios y los egipcios, si bien fue más tarde, en la antigua Grecia, cuando la geometría se desarrolló como una ciencia racional. Los principales protagonistas de dicho desarrollo fueron indudablemente Tales de Mileto, Pitágoras y Euclides. Éste último se encargó de organizar los resultados matemáticos de sus predecesores y de escribir sus demostraciones de manera breve y clara. Simplificados de esta forma, dichos resultados están contenidos en su obra maestra *Los Elementos,* constituida de trece libros, en donde se describe y demuestra una gran porción de lo que se sabe acerca de las líneas, los puntos, los círculos y las formas sólidas elementales. Toda esta información la dedujo Euclides, de manera rigurosa y lógica, a partir de diez simples premisas: cinco *axiomas* (afirmaciones sencillas y evidentes que se admiten sin demostración) y cinco postulados (proposiciones no tan evidentes como los axiomas, pero que también se admiten sin demostración). Los cinco postulados de Euclides son:

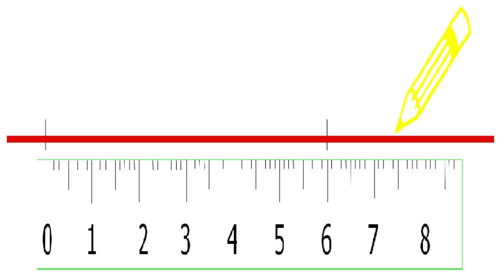
1. Por dos puntos cualesquiera pasa una línea recta.
2. Cualquier parte de una línea recta puede ser prolongada, obteniéndose una parte de la misma línea recta.
3. Dados un punto y una distancia se puede trazar un círculo.
4. Todos los ángulos rectos son iguales.
5. Por un punto exterior a una línea recta pasa una y solamente una paralela (el postulado de las paralelas).

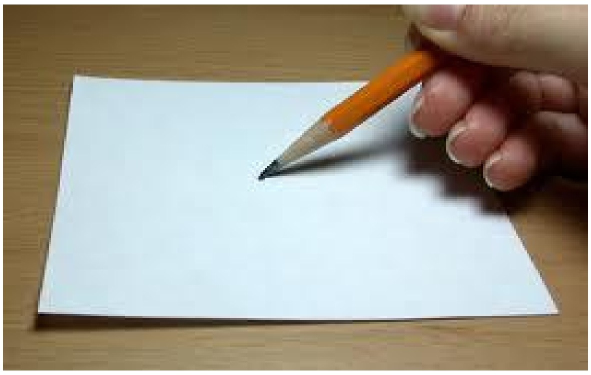
Cabe mencionar que del hecho de negar el quinto postulado de Euclides, aceptando los demás, no se obtiene contradicción alguna. De hecho, surgen así las llamadas *geometrías no euclidianas*: la de Riemann y la de Lobachevski.

Actividad 1: Investigue y escriba una breve reseña que incluya las biografías de todos los matemáticos mencionados en los párrafos anteriores. Incluya sus principales aportaciones.

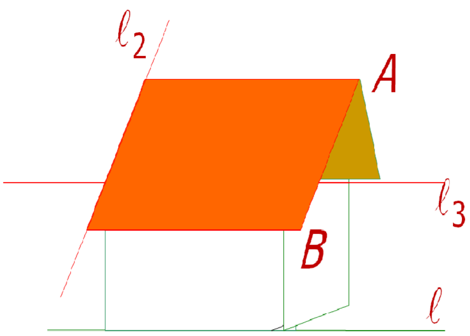
2. Algunos conceptos básicos

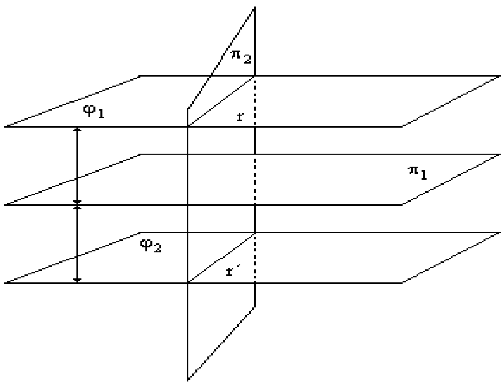
Punto, *línea* y *plano* son conceptos primitivos (es decir, no definidos) en geometría. Intuitivamente, la idea de punto nos sugiere la marca que deja sobre el papel un lápiz bien afilado, mientras que la línea recta se puede concebir como la huella que se obtiene al deslizar el lápiz sobre el borde de una regla. Por su parte, una superficie como la pared, el piso, una hoja de papel, etc., nos proporciona un modelo físico de lo que en geometría se denomina plano.



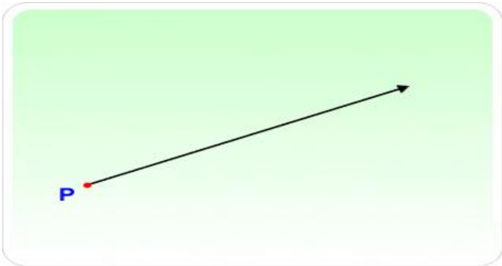


Los puntos suelen denotarse mediante letras mayúsculas del alfabeto latino (A, B, C,. . ., P, Q, etc.), las líneas rectas se representan por medio letras minúsculas del alfabeto latino o letras cursivas (a veces, con subíndices), mientras que los planos se indican, generalmente, con letras minúsculas del alfabeto griego (α (alfa), β (beta), π (pi), etc.), como se aprecia en las ilustraciones que se presentan a continuación:

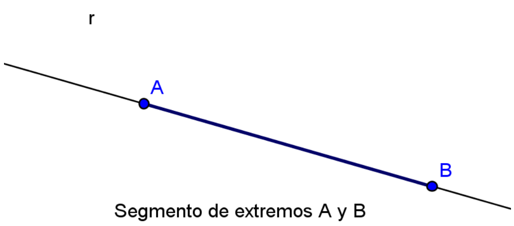




Una línea recta se prolonga o extiende sin límite en ambos sentidos; es decir, no tiene principio ni fin. Ahora, cualquier punto **P** de una línea recta determina en ella dos *rayos* o *semirrectas.* En este último caso, al punto **P** se le denomina *extremo* u *origen* del rayo o semirrecta.



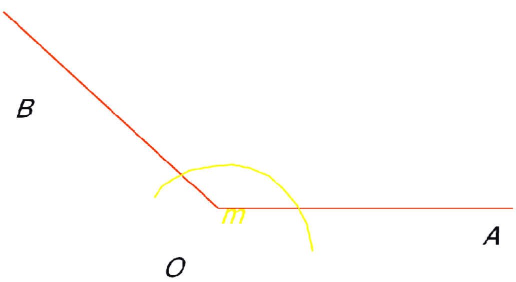
En los trazos se suele trabajar con fragmentos o porciones de una línea recta determinados por dos puntos. A dichos fragmentos se les llama *segmentos* y a los puntos que los determinan se les dice *extremos del segmento*. En la siguiente ilustración se aprecia el segmento determinado por los puntos A y B, a menudo denotado como AB.



Pregunta 1: ¿Cómo se procede gráficamente para la realizar las siguientes operaciones entre segmentos?

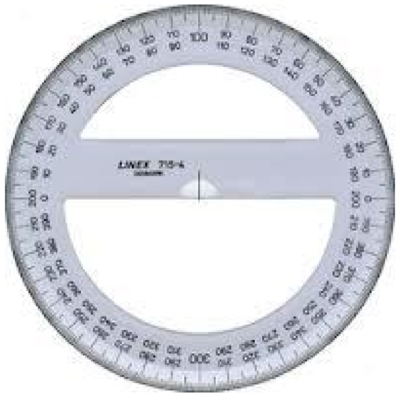
- **adición de segmentos;**
- **sustracción de segmentos;**
- **multiplicación de un segmento por un número real.**

Un *ángulo* es la abertura formada por dos semirrectas que tienen un punto extremo común llamado *vértice* del ángulo. Las semirrectas que forman el ángulo se dicen *lados* del mismo.



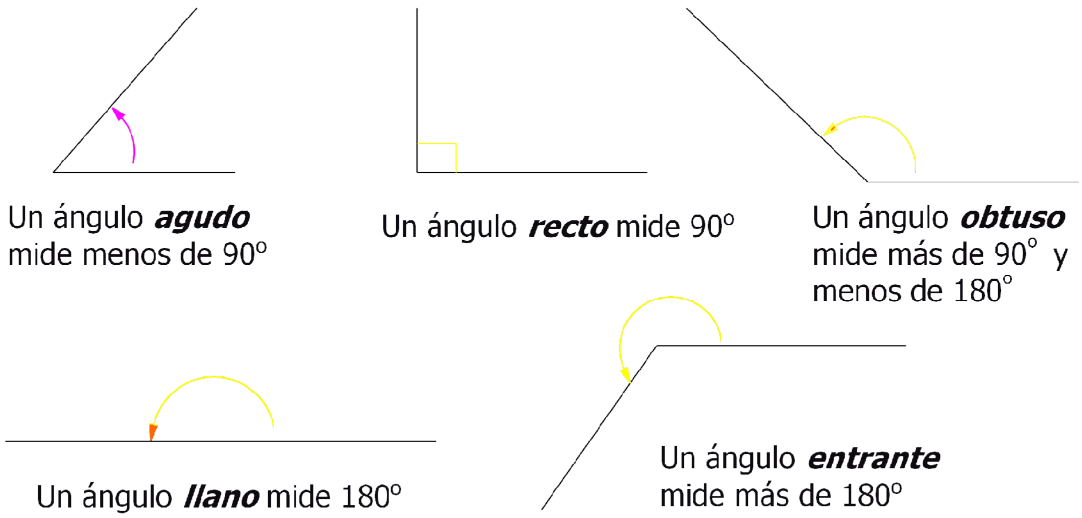
$\angle AOB$ se lee "ángulo A, O, B"
$\angle m$ se lee "ángulo m"

Medir un ángulo es compararlo con otro que se toma como unidad. Desde la antigüedad se ha considerado como unidad el *grado sexagesimal*, el cual se puede pensar de la siguiente manera: si consideramos a la circunferencia dividida en 360 partes iguales, un ángulo de un grado (indicado por 1^o) es aquél cuyo vértice se encuentra en el centro de la circunferencia y cuyos lados pasan por dos divisiones consecutivas.

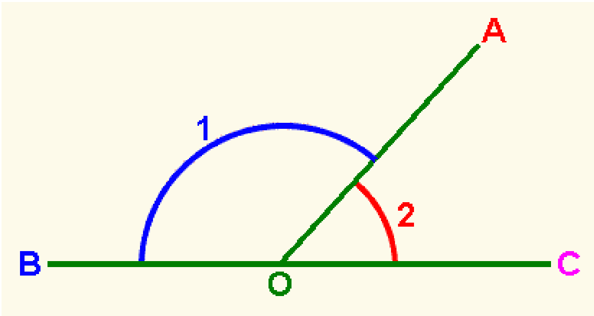


Pregunta 2: ¿Cómo se suman dos ángulos?

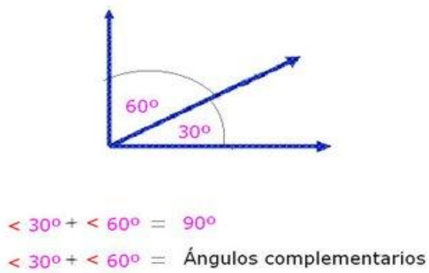
Atendiendo a su medida, los ángulos se clasifican en: *agudos, rectos, obtusos, llanos y entrantes:*



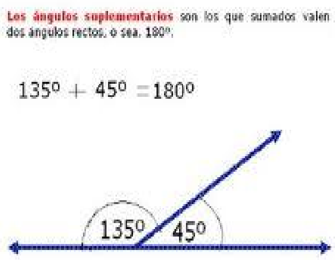
Dos ángulos se llaman *adyacentes* si tienen un lado en común y el otro pertenece a la misma recta. En la siguiente ilustración, los ángulos <COA y <AOB son adyacentes:



Dos ángulos se dicen *complementarios* si su suma mide un ángulo recto; es decir, 90^o, como se ilustra en el siguiente ejemplo:

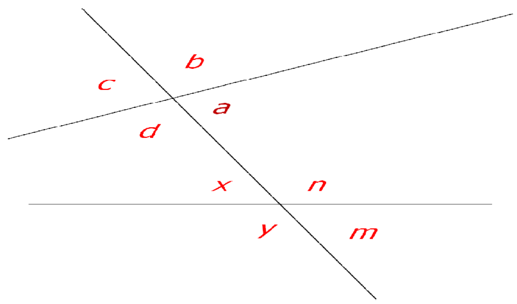


Dos ángulos se llaman *suplementarios* si su suma mide un ángulo llano; es decir, 180^o, tal es el caso de la siguiente figura.



Note que dos ángulos adyacentes son suplementarios.

Al cortar dos rectas por una tercera se forman ocho ángulos. De acuerdo a su posición, dichos ángulos se clasifican en: *opuestos por el vértice, alternos internos, alternos externos, colaterales o conjugados internos, colaterales o conjugados externos y* *correspondientes.* Así, en la siguiente figura, los ángulos <a y <c son opuestos por el vértice, los ángulos <a y <x son alternos internos, los ángulos <a y <m son correspondientes, los ángulos <b y <y son alternos externos, los ángulos <a y <n son conjugados internos y los ángulos <b y <m son conjugados externos.

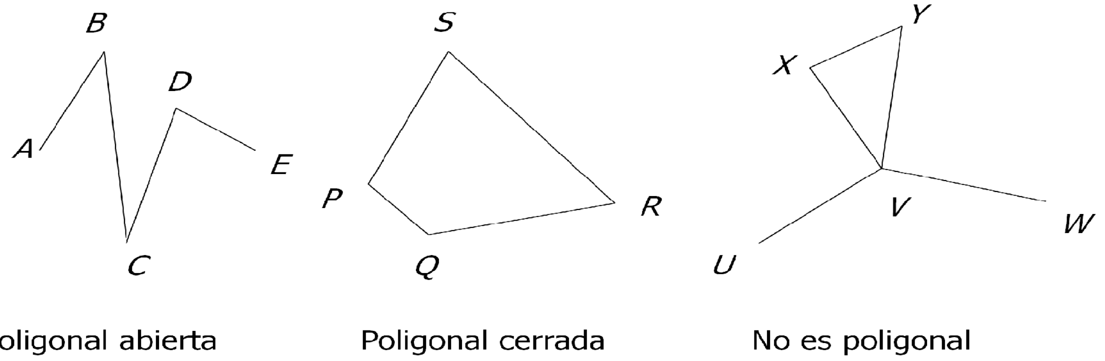


Pregunta 3: ¿Cómo probaría que dos ángulos opuestos por el vértice son iguales?

Dos *rectas* son *perpendiculares* cuando al cortarse forman cuatro ángulos iguales (cada uno de los cuales es un ángulo recto):

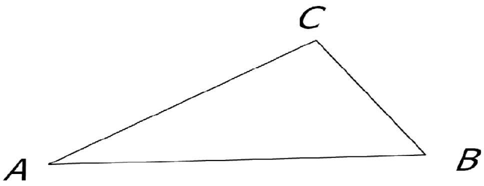
La condición de perpendicularidad se denota mediante el símbolo "⊥".

Una figura geométrica formada por segmentos que sólo se tocan una vez en sus extremos sin formar un nuevo segmento es una *poligonal.* Los segmentos se llaman *lados* y sus extremos se llaman *vértices* de la poligonal.

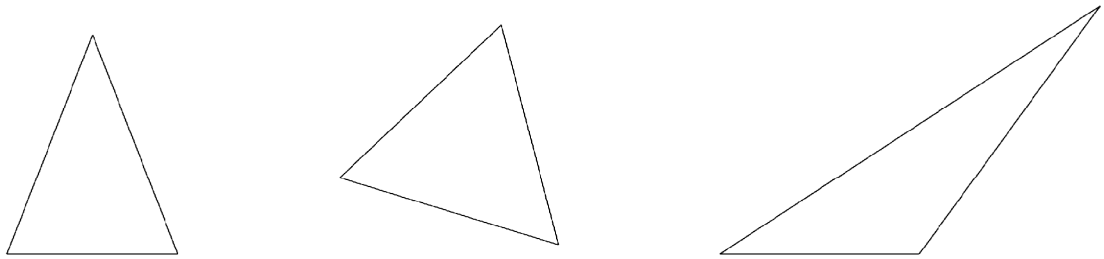


Las poligonales cerradas se llaman *polígonos*. Los polígonos de tres lados se llaman *triángulos*, los de cuatro lados se llaman *cuadriláteros;* los de cinco, *pentágonos*; los de seis, *hexágonos;* los de siete, *heptágonos;* los de ocho, *octágonos*, etc. Un polígono se dice *regular* si todos sus lados y sus ángulos son iguales (congruentes); de lo contrario, se le llama irregular.

Los triángulos se suelen denotar con el símbolo “Δ” seguido de las tres letras de sus vértices. Por ejemplo, el siguiente triángulo se denota $\Delta\ \mathrm{ABC}$:



Atendiendo a sus lados, los triángulos se clasifican en:



El ***isósceles*** : tiene dos lados iguales (congruentes)

El ***equilátero:*** tiene sus tres lados iguales (congruentes)

El ***escaleno:*** no tiene lados iguales (congruentes)

Pregunta 4: ¿Cuál es la clasificación de los triángulos atendiendo a sus ángulos?

El *perímetro* de un polígono se calcula sumando las longitudes de sus lados.

Referencias:

1. **Baldor, Aurelio. Geometría y Trigonometría. Grupo Patria Cultural S.A. de C.V. México, 2007.**
2. **Benítez, René. Geometría Plana. Matemáticas Módulo 11. CECSA / CB. México, 1979.**

Nota: la mayor parte de las ilustraciones de este documento fueron tomadas del libro del Dr. René Benítez (referencia 2), así como de una presentación elaborada por él para los cursos de Matemáticas Preuniversitarias.