

数 学

注 意

- 1 問題は **1** から **4** までで、6 ページにわたって印刷してあります。
また、解答用紙は両面に印刷してあります。
- 2 検査時間は 50 分で、終わりは午前 11 時 00 分です。
- 3 声を出して読むではいけません。
- 4 解答は全て解答用紙に HB 又は B の鉛筆（シャープペンシルも可）を使って
明確に記入し、**解答用紙だけを提出**しなさい。
- 5 答えに根号が含まれるときは、**根号を付けたまま、分母に根号を含まない
形で表し**なさい。また、**根号の中を最も小さい自然数**にしなさい。
- 6 答えは、解答用紙の決められた欄からはみ出さないように書きなさい。
- 7 解答を直すときは、きれいに消してから、消しくずを残さないようにして、
新しい答えを書きなさい。
- 8 **受検番号**を解答用紙の表面と裏面の決められた欄に書き、表面については、
その数字の ○ の中を**正確に塗りつぶし**なさい。
- 9 解答用紙は、汚したり、折り曲げたりしてはいけません。

1 次の各問に答えよ。

〔問1〕 $\frac{1}{\sqrt{3}}\left(2 - \frac{5}{\sqrt{3}}\right) - \frac{(\sqrt{3}-2)^2}{3}$ を計算せよ。

〔問2〕 連立方程式
$$\begin{cases} \frac{4x+y-5}{2} = x+0.25y-2 \\ 4x+3y = -6 \end{cases}$$
 を解け。

〔問3〕 右の図のように、3つの袋 A, B, C があり、

袋 A の中には 1, 2, 3 の数字が 1 つずつ書かれた 3 個の玉が、

袋 B の中には 1, 2, 3, 4 の数字が 1 つずつ書かれた 4 個の玉が、

袋 C の中には 1, 2, 3, 4, 5 の数字が 1 つずつ書かれた 5 個の玉が入っている。



3つの袋 A, B, C から同時に玉をそれぞれ 1 つずつ取り出す。

このとき、取り出した 3 つの玉に書かれた数の和が 7 になる確率を求めよ。

ただし、3つの袋それぞれにおいて、どの玉が取り出されることも同様に確からしいものとする。

〔問4〕 右の図 1 に示した立体 ABCD は、1 辺の長さが 6 cm の正四面体である。

辺 AB 上にある点を P, Q, 辺 CD 上にある点を M とする。

点 P と点 M, 点 Q と点 M をそれぞれ結ぶ。

AP = 2 cm, BQ = 2 cm, CM = 3 cm とするとき、

次の (1), (2) に答えよ。

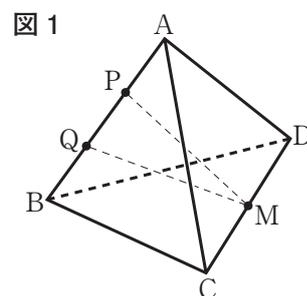


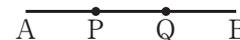
図 2

(1) 右の図 2 は図 1 において、平面 ABM 上にある辺 AB および点 P, 点 Q を表している。

解答欄に示した図をもとにして、図 1 の平面 ABM 上にある $\triangle PQM$ を定規とコンパスを用いて作図せよ。

また、頂点 M の位置を示す文字 M も書け。

ただし、作図に用いた線は消さないでおくこと。

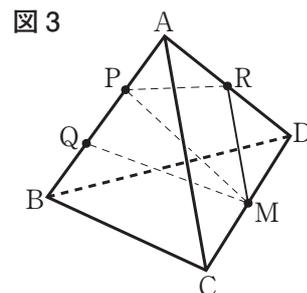


(2) 右の図 3 は図 1 において、辺 AD 上に点 R をとり、

点 P と点 R, 点 R と点 M をそれぞれ結んだ場合を表している。

$PR + RM = \ell$ cm とする。

ℓ の値が最も小さくなる時、 ℓ の値を求めよ。



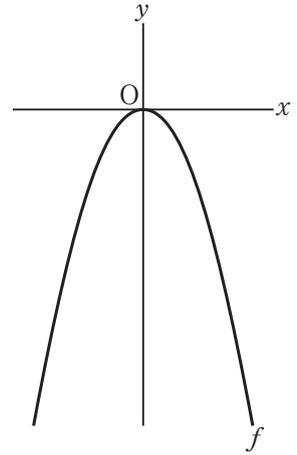
2 右の図1で、点Oは原点、曲線fは関数 $y = -\frac{1}{2}x^2$ のグラフを表している。

原点から点(1, 0)までの距離、および原点から点(0, 1)までの距離をそれぞれ1 cm とする。

次の各問に答えよ。

[問1] 関数 $y = -\frac{1}{2}x^2$ において、
 x の変域が $-2 \leq x \leq 4$ であるとき、
 y の最大値から最小値を引いた値を求めよ。

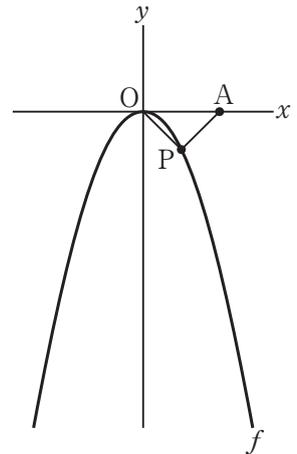
図1



[問2] 右の図2は図1において、 x 軸上にあり、
 x 座標が正の数である点を A、曲線 f 上にあり、
 x 座標が正の数である点を P とし、点 O と点 P、
 点 A と点 P をそれぞれ結んだ場合を表している。
 $OP = PA$ のとき、次の(1)、(2)に答えよ。

(1) $\angle OPA = 90^\circ$ であるとき、OP の長さは何 cm か。
 ただし、答えだけでなく、答えを求める過程が
 わかるように、途中の式や計算なども書け。

図2



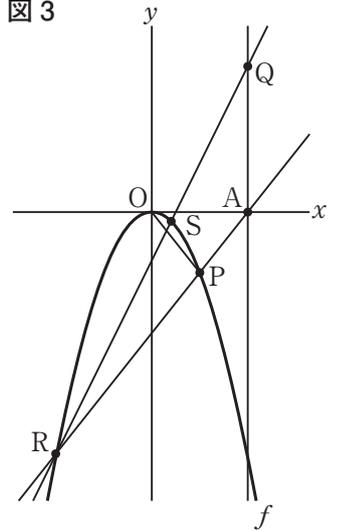
(2) 右の図3は図2において、点Aを通り

x 軸に垂直な直線上にある点で、 y 座標が $\frac{15}{2}$ である点をQ、
直線APと曲線 f との交点のうち、点Pと異なる点をR、
点Qと点Rを通る直線と曲線 f との交点のうち点Rと
異なる点をSとした場合を表している。

$$RS : SQ = 3 : 2$$

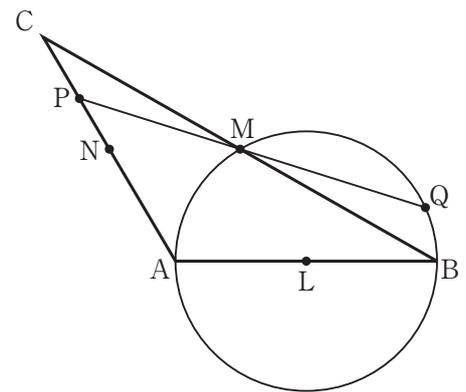
であるとき、点Pの x 座標を求めよ。

図3



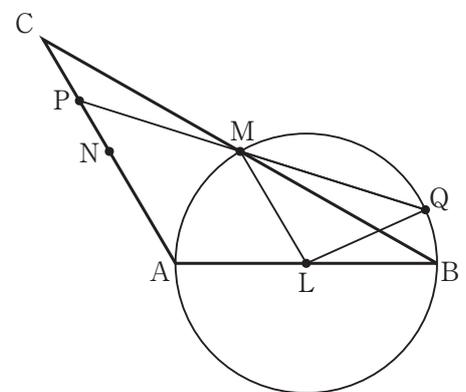
- 3 右の図1において、 $\triangle ABC$ は、 $\angle BAC$ が鈍角で、
 $AB = AC$ の二等辺三角形である。
 辺 AB , BC , CA の中点をそれぞれ L , M , N とする。
 点 P は線分 CN 上にある点で、頂点 C と点 N のいずれにも
 一致しない。
 点 Q は線分 AB を直径とする円と直線 PM との交点のうち
 M と異なる点である。
 次の各問に答えよ。

図1



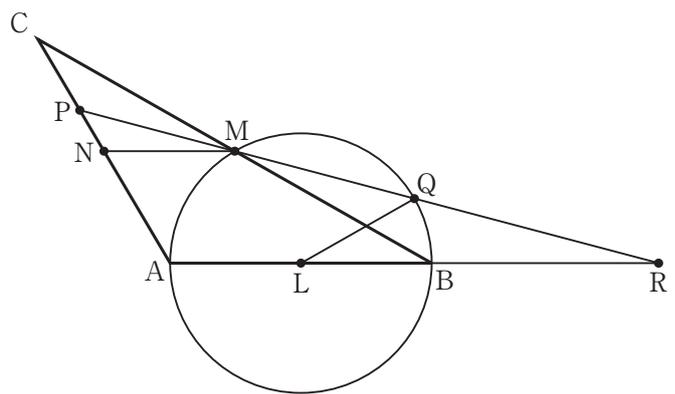
- [問1] 右の図2は、図1において、点 M と点 L ,
 点 L と点 Q をそれぞれ結んだ場合を表している。
 $\angle MLQ = 96^\circ$ のとき、 $\angle APM$ の大きさは何度か。

図2



[問2] 右の図3は、図1において、
直線PQと直線ABの交点をRとし、
点Lと点Q、点Mと点Nをそれぞれ
結んだ場合を表している。
次の(1)、(2)に答えよ。

図3



- (1) $\angle PMC = \angle PMN$ であるとき、
 $\triangle CPM \sim \triangle LQR$
であることを次のように証明した。

 の部分では、 $\angle PCM = \angle QLR$ を示している。

 に当てはまる証明の続きを解答欄に書き、この証明を完成させなさい。

証明

$\triangle CPM$ と $\triangle LQR$ において

はじめに、 $\angle PMC = \angle QRL$ であることを示す。
仮定より

$$\angle PMC = \angle PMN \quad \dots \quad \text{①}$$

また、 $\triangle ABC$ において点 M と点 N はそれぞれ
辺 BC、辺 AC の中点である。

したがって、中点連結定理より

$$MN \parallel AB$$

よって

$$MN \parallel AR$$

平行線の同位角は等しいので

$$\angle PMN = \angle QRL \quad \dots \quad \text{②}$$

①、②より

$$\angle PMC = \angle QRL \quad \dots \quad \text{(ア)}$$

次に、 $\angle PCM = \angle QLR$ であることを示す。
ここで、 $\angle PMC = \angle a$ とおく。

したがって

$$\angle PCM = \angle QLR \quad \dots \quad \text{(イ)}$$

(ア)、(イ)より、2組の角がそれぞれ等しいので、

$$\triangle CPM \sim \triangle LQR \quad \text{終}$$

- (2) 図3において、 $CP = PN$ 、 $\angle BAC = 120^\circ$ 、 $AB = 8 \text{ cm}$ であるとき、
線分 PR は何 cm か。

4 右の図1に示した立体 ABCD-EFGH は、1辺の長さが2 cm の立方体である。

立方体 ABCD-EFGH において、線分 AE を A の方向に伸ばした直線上にあり、 $AE = AO$ となる点を O とする。

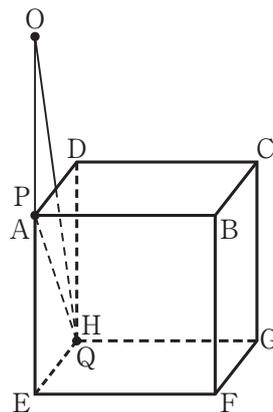
点 P は、頂点 A を出発し、正方形 ABCD の辺上を頂点 A, B, C, D, A, B, C, …の順に通リ、毎秒 1 cm の速さで動く点である。

点 Q は、点 P が頂点 A を出発するのと同時に頂点 H を出発し、正方形 EFGH の辺上を頂点 H, E, F, G, H, E, F, …の順に通リ、毎秒 2 cm の速さで動く点である。

点 O と点 P、点 P と点 Q、点 Q と点 O をそれぞれ結ぶ。

点 P が頂点 A を出発してからの時間を t 秒とする。

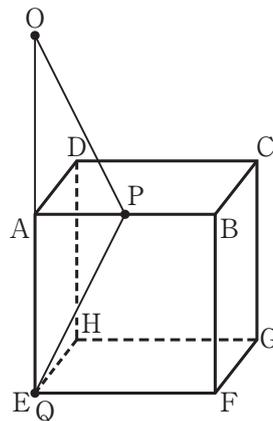
図1



例えば、図2は図1において、 $t = 1$ のときの点 P、点 Q の位置を表している。

次の各問に答えよ。

図2



〔問1〕 t は7以下の自然数とする。

直線 PQ が直線 OE とねじれの位置にあるときの t の値をすべて求めよ。

〔問2〕 円周率を π とする。

$t = 2$ のとき、 $\triangle OPQ$ を直線 OE を軸として1回転させてできる立体の体積は何 cm^3 か。

ただし、答えだけでなく、答えを求める過程が分かるように、図や途中の式などもかけ。

〔問3〕 $t = 3$ のとき、点 O、点 P、点 Q、点 F の4点を頂点とする立体 OPQF と立方体 ABCD-EFGH が重なる部分の体積を $V\text{cm}^3$ 、立方体 ABCD-EFGH の体積を $W\text{cm}^3$ とする。

V は W の何倍か。

2
国

类

学