



1. példa Az ABC háromszög síkjának mely pontjára igaz, hogy a csúcsoktól mért távolságainak négyzetösszege minimális?

Megoldás:

Legyen az ABC háromszög síkjának tetszőleges pontja P , súlypontja S ! Ekkor

$$\begin{aligned} PA^2 + PB^2 + PC^2 &= \overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2 = (\overline{SA} - \overline{SP})^2 + (\overline{SB} - \overline{SP})^2 + (\overline{SC} - \overline{SP})^2 = \\ &= \overline{SA}^2 + \overline{SB}^2 + \overline{SC}^2 - 2\overline{SP}(\overline{SA} + \overline{SB} + \overline{SC}) + 3\overline{SP}^2 = \overline{SA}^2 + \overline{SB}^2 + \overline{SC}^2 + 3\overline{SP}^2. \end{aligned}$$

(Felhasználtuk a skaláris szorzat tulajdonságait, valamint az 1. Vektorok című lecke 1. példájának eredményét.) A kapott eredményből következik, hogy a vizsgált négyzetösszeg akkor minimális, ha $P = S$.