

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos] Determinar los valores de k que hacen linealmente independientes los siguientes vectores:

$$\vec{u} = (1,1,1), \vec{v} = (1, k + 1, 1), \vec{w} = (1, 1, k + 1)$$

b) [1 puntos] Determina todos los vectores $\vec{u} = (a, 0, b)$ que tengan módulo 8 y sean perpendiculares al vector $\vec{v} = (-1, 0, 1)$.

Ejercicio 2.- a) [1 punto] Estudia el dominio de $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{(x-2)(x-3)}}$.

b) [1,5 puntos] Determina a y b para que la función sea continua en los puntos frontera.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si } x < 0 \\ ax + b & \text{si } 0 \leq x \leq 3 \\ \frac{x^2 - 9}{x - 3} & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Calcula las asíntotas de $f(x) = \frac{x^3}{(x-3)^2}$.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Sea una ventana cuya parte inferior es un rectángulo y la superior un semicírculo. Si el perímetro de la ventana es de 6 metros, calcula las dimensiones de la ventana para que entre la cantidad de luz máxima.

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Una empresa fabrica pintura de dos tipos: mate y brillante. Para ello mezcla dos productos A y B en distintas proporciones. Cada kg de pintura mate necesita 0,4kg de producto A y 0,6kg de producto B. Cada kg de pintura brillante necesita 0,2kg de producto A y 0,8kg de producto B.

La empresa posee un máximo de 200kg de producto A y un máximo de 500kg de producto B. Además, por razones comerciales, quiere fabricar al menos 200kg de pintura mate y al menos 300kg de pintura brillante.

El beneficio por kg de pintura mate es de 4€ y el beneficio por kg de pintura brillante es de 5€. ¿Qué cantidad de cada tipo de pintura debe fabricar la empresa para maximizar su beneficio? ¿Cuál será el beneficio máximo que obtendrá? ¿Con la solución óptima, sobra alguna cantidad de los productos A y B?

Ejercicio 2.- a) [1,5 puntos] Halla el punto simétrico de $A(1,1)$ respecto de la recta $r: x - 3y - 12 = 0$.

b) [1 punto] En una ciudad se estima que la temperatura máxima en el mes de junio sigue una distribución normal, con media 23° y desviación típica 5° . Calcular el número de días del mes en los que se espera alcanzar máximas entre 21° y 27° .

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Obtener los puntos de la gráfica de $f(x) = x^2 + 2x + 4$ cuya recta tangente pase por el punto $(0,0)$.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Sabiendo que $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{a}{\ln(x)} \right)$ es finito, calcula a y el valor del límite.