

探究 3 探究互为反函数的两个函数图像间的关系

探究人：

时间：

指导老师：

探究目的：

1. 探究指数函数 $y = a^x$ 与对数函数 $y = \log_a x$ 图像有什么对称关系。

器材：

电脑（或平板或手机等设备），Geogebra 软件、实验手册

探究步骤：

第一步：打开配套实验课件（探究 3 探究互为反函数的两个函数图像间的关系（P135），如图 1）

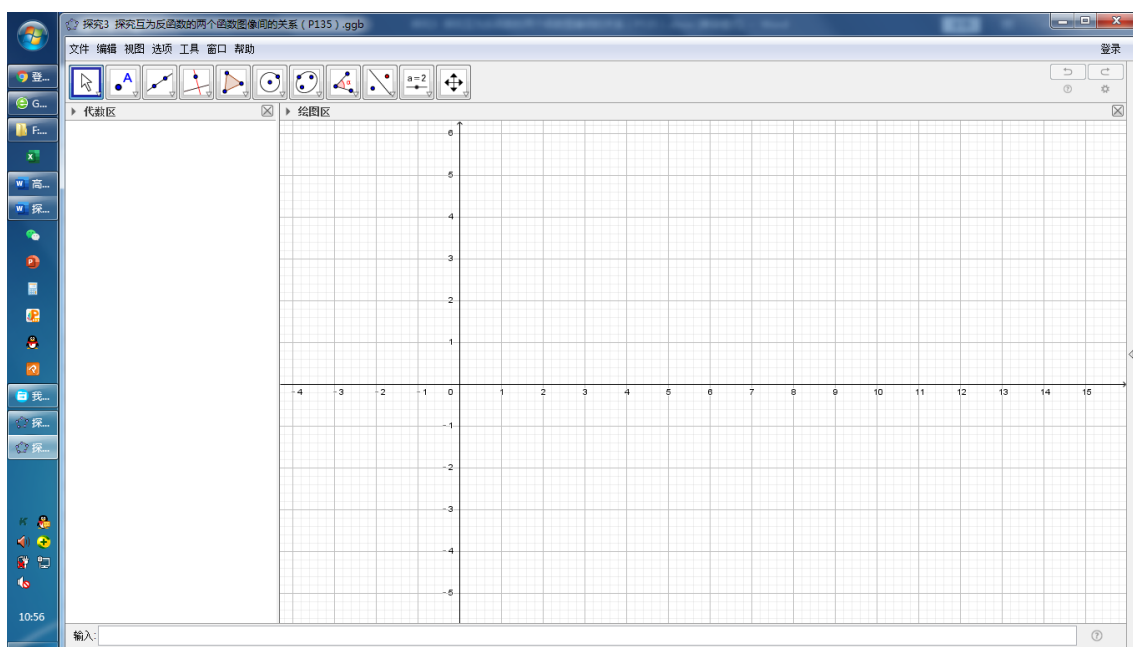


图 1

第二步：在 Geogebra 画板中，通过软件底部的“输入”栏，输入 $y = 2^x$ 和 $y = \log_2 x$ 的函数图像（得到函数 $f : y = 2^x$ 、 $g : y = \log_2 x$ ，如图 2），猜测这两个函数的图像有什么对称关系？关于点对称？还是关于 x 轴、或者 y 轴、或者其他直线对称？

结论：关于特殊直线_____对称，并通过软件底部的“输入”栏，输入直线方程验证（如输入 $y = x$ ，得到函数 $h : y = x$ 的图像），。

第三步：函数 $y = 2^x$ 上特殊点的对称点，是否在 $y = \log_2 x$ 的图像上？（通过软件底部的“输入”栏，输入点坐标形式，如“(1, f(1))”，再通过顶部工具栏中的“轴对称”，获得其关于直线 $y=x$ 的对称点（图 3），完成表 1，然后再用图像验证）



图 2

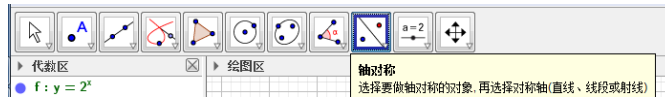


图 3

表 1: 函数 $y = 2^x$ 上的对称点

函数 $y = 2^x$ 上的点	对称直线 $y=x$	关于直线的对称点
(1, 2)		
(0, 1)		
(-1, __)		
(-2, __)		
(-3, __)		
(2, __)		
(3, __)		

结论：函数 $y = 2^x$ 上特殊点的对称点，都在函数 $y = \log_2 x$ 的图像上。

第四步：函数 $y = 2^x$ 的图像上任意点的对称点，是否都在 $y = \log_2 x$ 的图像上？（首先通过软件上部的工具栏中“点”工具，在函数 $y = 2^x$ 图像上任取一点，其次用“对称”工具获得其关于直线 $y=x$ 的对称点，最后用鼠标拖动函数 $y = 2^x$ 图像上任取的点顺着函数图像移动，观测对称点与函数 $y = \log_2 x$ 图像的关系）

结论：函数 $y = 2^x$ 上任意点的对称点，都在函数 $y = \log_2 x$ 的图像上。

第五步：函数 $y = a^x$ 的图像上任意点的对称点，是否都在 $y = \log_a x$ 的图像上？（首先通过软件上部工具栏中“滑动条”工具，生成参数 a ，设置初始值为0至5（得到参数初始值为1，拖动滑竿，使得参数值不为1），其次通过软件底部“输入”栏输入“ $y = a^x$ ”和“ $y = \log(x)/\log(a)$ ”（得到两个函数图像），再次在图像上任取一点，其次用“对称”工具获得其关于直线 $y=x$ 的对称点，最后用鼠标拖动函数 $y = 2^x$ 图像上任取的点顺着函数图像移动按照步骤三中的操作，观测函数 $y = a^x$ 的图像上任意点的对称点，与函数 $y = \log_a x$ 图像的关系）

结论：函数 $y = a^x$ 上任意点的对称点，都在函数 $y = \log_2 x$ 的图像上。

第六步：函数 $y = \log_a x$ 的图像上点的对称点，是否都在 $y = a^x$ 的图像上？（交换函数 $y = a^x$ 与 $y = \log_a x$ 的前后位置，重复上面第一至第三步）

结论：函数 $y = \log_a x$ 上点的对称点，都在函数 $y = 2^x$ 的图像上。

探究结论

指数函数 $y = a^x$ ($a > 1$) 与对数函数 $y = \log_2 x$ 互为反函数，互为反函数的两个函数图像关于直线_____对称。

交流与反思

1. 一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 和反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的反函数是什么？
2. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 是什么？

探究练习

1. 函数 $y = \log_2 x$ 的反函数和 $y = \log_2 \frac{1}{x}$ 的反函数的图象关于

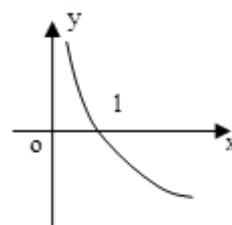
- A. x 轴对称 B. y 轴对称 C. $y = x$ 对称 D. 原点对称

2. 函数 $f(x)$ 与函数 $y = \log_2 x$ 互为反函数, 则 $f(x) = ()$

- A. $2x$ B. x^2 C. 2^x D. $(\frac{1}{2})^x$

3. 如图所示的图象对应的函数可能是

- A. $y = (\frac{1}{2})^x$ B. $y = (\frac{1}{2})^x$ 的反函数 C. $y = 2^x$ D. $y = 2^x$ 的反函数



4. $f(x) = -3x + 4$ 的反函数是 () .

- A. $f^{-1}(x) = \frac{4-x}{3}$ B. $f^{-1}(x) = \frac{x-4}{3}$ C. $f^{-1}(x) = \frac{x+4}{3}$ D. $f^{-1}(x) = \frac{x-3}{4}$

5. 函数 $f(x) = x^2 - 1 (x \geq 1)$ 的反函数为 $f^{-1}(x)$, 则 $f^{-1}(2)$ 的值是

- A. $\sqrt{3}$ B. $-\sqrt{3}$ C. $1 + \sqrt{2}$ D. $1 - \sqrt{2}$