

Problema tipo de lugares geométricos

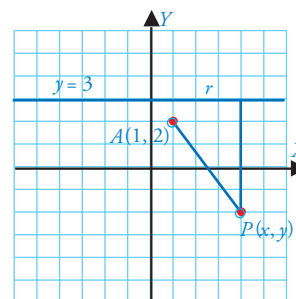
EJERCICIO RESUELTO

Halla el lugar geométrico de los puntos del plano que tienen igual distancia al punto $A(1, 2)$ que a la recta $y = 3$

a) La incógnita es un punto variable del plano.

b) Se hace un dibujo lo más fielmente posible con los datos que se tienen del lugar geométrico y se representa un punto $P(x, y)$ que verifique la propiedad.

$P(x, y)$



c) Se expresa mediante una igualdad la propiedad que tienen que verificar los puntos del lugar geométrico.

d) Se expresan mediante fórmulas los dos miembros de la igualdad.

$$d(A, P) = d(P, r)$$

$$d(A, P) = \sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2}$$

$$d(P, r) = |y+3|$$

e) Se sustituyen los valores en la igualdad.

$$\sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2} = |-y+3|$$

f) Se opera y simplifica hasta obtener una fórmula lo más reducida posible:

- Se elevan al cuadrado ambos miembros.
- Se desarrollan los cuadrados.
- Se reducen términos y se pasan todos al 2.º miembro, excepto y
- Se divide entre 2

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 = (-y+3)^2$$

$$x^2 - 2x + 1 + \cancel{y^2} - 4y + 4 = \cancel{y^2} - 6y + 9$$

$$2y = -x^2 + 2x + 4$$

$$y = -\frac{x^2}{2} + x + 2$$

g) Se interpreta el resultado.

Es una parábola.