







## GeoGebra Grundaufgabe Schnitt zweier Geraden

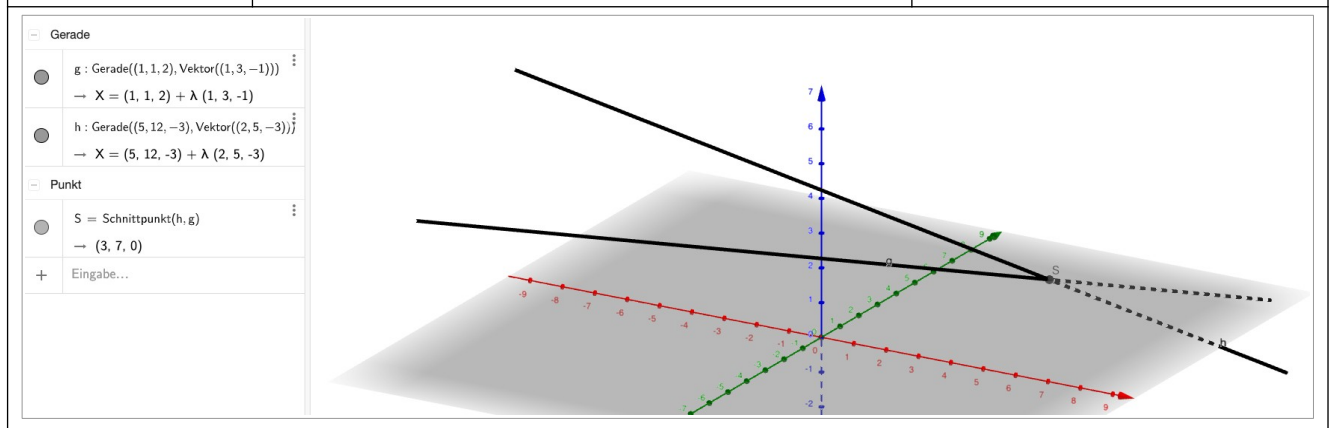
Mit dem Grafikrechner und dem Algebra-Fenster lässt sich der Schnittpunkt zweier Geraden bestimmen. Die einfachste (im Sinne der *kürzesten*) Lösung über die Algebra-Ansicht besteht aus drei Eingabezeilen.

Wir führen dies am Beispiel der Schnittaufgabe der Geraden

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}, s \in \mathbb{R} \quad \text{und} \quad h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 12 \\ -3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

durch. Die benutzten Ansichten sind zunächst die Algebra- und 3D Grafik-Ansicht.

Symbol	Inhalt / Beschreibung	Hinweise
	„Burgermenue“ >> Ansicht >> 3D Grafik <EIN> „Burgermenue“ >> Ansicht >> Grafik <AUS>	Für die Analytische Geometrie schalten wir die 3D Grafik ein, um die Objekte anzeigen zu können.
	Eingabe: g: Gerade((1,1,2), Vektor((1,3,-1))).	Die Eingabe ist auch über die Angabe zweier Punkte möglich.
	Eingabe: h: Gerade((5,12,-3), Vektor((2,5,-3))).	Alternativ lassen sich vorher Vektoren und Punkte vordefinieren.
	Eingabe: S:=Schnittpunkt(g,h)	ACHTUNG! <i>Schneide(g,h)</i> wurde mit einem Update (Mai 2021) gestrichen und durch den Befehl <i>Schnittpunkt</i> ersetzt.



GeoGebra CAS bietet nun aber eine weitere Möglichkeit das entsprechende Grundproblem zu lösen. Vorteile bietet diese Vorgehensweise hinsichtlich des flexibleren Einsatzes im Unterricht, dem Erstellen und Überprüfen geeigneter Übungs-/Klausuraufgaben und der Möglichkeit der Selbstkontrolle, die Schritte der schriftlichen, händischen Lösung auf Seite der Schülerinnen und Schüler Vorschub zu leisten, da gewissermaßen die Zwischenergebnisse ausgegeben werden können.



Dabei werden die Geraden funktional als *allgemeiner Geradenpunkt* als Funktion aus der Menge der reellen Zahlen in den  $\mathbb{R}^3$  definiert.

Symbol	Inhalt / Beschreibung	Hinweise
	„Burgermenue“ >> Ansicht >> 3D Grafik <EIN> „Burgermenue“ >> Ansicht >> Grafik <AUS>	Für die Analytische Geometrie schalten wir die 3D Grafik ein, um die Objekte anzeigen zu können.
	Eingabe: $g(s):=(1+s,1+3s,2-s)$	Erinnerung: der Doppelpunkt vor dem Gleichheitszeichen sorgt dafür, dass das definierte Objekt als Objekt in der Algebra- und Grafik-Ansicht übernommen wird.
	Eingabe: $h(t):=(5+2t,12+5t,-3-3t)$	Alternativ lassen sich vorher Vektoren und Punkte vordefinieren.
	Eingabe: $\text{Löse}(g(s)=h(t),\{s,t\})$	Die eigentliche didaktische Pointe des CAS in der analytischen Geometrie, da es die händischen Rechenschritte der Verfahren nachvollziehbar macht.
	$s:=g(2)$	Der Schnittpunkt kann über den funktionalen Zusammenhang definiert werden.

```

1  g(s) := (1 + s, 1 + 3 s, 2 - s)
   → g(s) := (1 + s, 1 + 3 s, 2 - s)
2  h(t) := (5 + 2 t, 12 + 5 t, -3 - 3 t)
   → h(t) := (2 t + 5, 5 t + 12, -3 t - 3)
3  Löse(g(s) = h(t), {s, t})
   → {{s = 2, t = -1}}
4  S := g(2)
   → S := (3, 7, 0)
5  Eingabe...

```

Lösungsvorschläge finden Sie unter M5 *Schnitt geraden CAS.ggb* im GeoGebra-Book zu M5: <https://www.geogebra.org/m/jmrmvqv4>



Auf der nächsten Seiten folgen Übungsaufgaben zur Vertiefung.

**Übung 1:**

Erstellen Sie ein CAS-Applet, das eine Gerade mit einer Ebene unter Angabe entsprechender Parameter schneidet.

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, s \in \mathbb{R} \quad \text{und} \quad E: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + u \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, t, u \in \mathbb{R}$$

**Übung 2:**

Erstellen Sie ein CAS-Applet, das zwei Ebenen unter Angabe entsprechender Parameter schneidet.

$$E_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, s, t \in \mathbb{R} \quad \text{und} \quad E_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} + u \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + v \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, u, v \in \mathbb{R}$$

Hinweis: Eine Ebene ist dann im CAS-Modul als  $E_1(s,t) = \dots$  zu definieren.

Lösungsvorschläge finden Sie unter M5 CAS *uebung1 gerade ebene.ggb*  
beziehungsweise *mM5 CAS uebung2 ebene ebene.ggb*  
im GeoGebra-Book zu M5:

<https://www.geogebra.org/m/jmrmvqv4>

