DISTRIBUCIÓN BINOMIAL Y NORMAL

Índice:

1. Idea intuitiva de variable aleatoria.

Denominamos **variable aleatoria**, a toda función que asocia a cada elemento del espacio muestral (*de un experimento aleatorio*) un número real.

 # Ejemplo.- Si efectuamos el experimento de lanzar dos monedas y observar lo que aparece en su cara superior, si denominamos C = "salir cara" y R = "salir cruz o reverso", podremos asociar al experimento el espacio muestral

$$E=\{(C,C),(C,R),(R,C),(R,R)\}$$

Que podemos asociarle una variable aleatoria X = "número de caras", obteniendo un nuevo espacio muestral

$$E_X=\{0,1,2\}$$

- Una **variable aleatoria es discreta** cuando solo puede tomar valores enteros
- Una **variable aleatoria es continua** cuando puede tomar cualquier valor de un intervalo real

2. Función de probabilidad de una variable aleatoria discreta X.

Se denomina **función de probabilidad de una variable aleatoria discreta X** a la aplicación que asocia a dada valor x_i de la variable X su probabilidad $p_i=P_x(X=i)$

 # Ejemplo.- Si consideramos el experimento del lanzamiento de un dado y asociamos la variable aleatoria X = "resultado obtenido en la cara superior", si suponemos que el dado esta equilibrado, la función de probabilidad para cada valor de $X=\{1,2,3,4,5,6\}$ *se cumplirá*

$$p_i=P_X(X=i)=\frac{i}{6};i\in\{1,2,3,4,5,6\}$$

3. Media y varianza de una variable aleatoria discreta

Si $X=\{x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n\}$ es una variable aleatoria discreta, cuyas probabilidades asociadas son $p_1, p_2, p_3, \ldots, p_n$, denominamos

Media o esperanza matemática: $\mu=\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot p_i=x_1 \cdot p_1+x_2 \cdot p_2+\ldots+x_n \cdot p_n$

Varianza: $\sigma^2=\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2 \cdot p_i=\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \cdot p_i-\mu^2=x_1^2 \cdot p_1+x_2^2 \cdot p_2+\ldots+x_n^2 \cdot p_n-\mu^2$

La raíz cuadrada de la varianza, la denominamos desviación típica σ .

 # Ejemplo.- Si consideramos el experimento del lanzamiento de un dado y asociamos la variable aleatoria X = "resultado obtenido en la cara superior", si suponemos que el dado esta

equilibrado, la función de probabilidad para cada valor de $X=\{1,2,3,4,5,6\}$ *se cumplirá*

$$\mu=1.\frac{1}{6}+2.\frac{2}{6}+3.\frac{2}{6}+4.\frac{2}{6}+5.\frac{2}{6}+6.\frac{2}{6}=\frac{21}{6}$$

$$\sigma^2=1^2.\frac{1}{6}+2^2.\frac{2}{6}+3^2.\frac{2}{6}+4^2.\frac{2}{6}+5^2.\frac{2}{6}+6^2.\frac{2}{6}-\left(\frac{21}{6}\right)^2=\frac{91}{6}-\frac{441}{36}=\frac{35}{12}$$

4. Distribución de Bernolli y distribución binomial

Un experimento aleatorio o espacio de probabilidad se dice de **Bernoulli** si la población Ω solo posee dos resultados o sucesos elementales posibles $\{E,F\}$ (*cuyos suceso solemos llamar éxito o fracaso*).

Las probabilidades de ambos sucesos se denotan por p y q, respectivamente y obviamente satisfacen que $0\leq p,q\leq 1$, y $p+q=1$.

 # Ejemplos de experimentos de Bernoulli.-

• El lanzamiento de una moneda. Cuyos sucesos elementales son cara y cruz.

• El control de calidad de fabricación de un producto. Cuyos sucesos elementales son aceptables y defectuosos.

Asociado al experimento de Bernoulli, podemos definir una variable aleatoria $X=\{0,1\}$, asociando el 0 al fracaso y 1 al éxito. Además, las probabilidades respectivas serán

$$p_0=q \qquad \text{y} \qquad p_1=p$$

Sin embargo, a menudo, nos interesa conocer el número k de éxitos al realizar un experimento compuesto por n experimentos de Bernoulli, sin tener en cuenta el orden en el que aparecen dichos éxitos o fracasos.

Teniendo en cuenta, que el espacio muestral para un experimento de Bernoulli consta de dos sucesos elementales $\{E,F\}$, con probabilidades p y q para E y F respectivamente, y que dichos ensayos son independientes y para cualquier suceso en el que aparezcan k éxitos, existen $\binom{n}{k}$ formas posibles en las que pueden aparecer. Si denominamos en dicho experimento la variable aleatoria:

X = El número de **éxitos** que aparecen en n experimentos.

Se cumplirá

$$p_k=P_X(X=k)=\binom{n}{k}.p^k.q^{n-k}$$

La variable X obtenida decimos que se distribuye según una **Binomial de parámetros n y p** *y* representamos por $B(n,p)$.

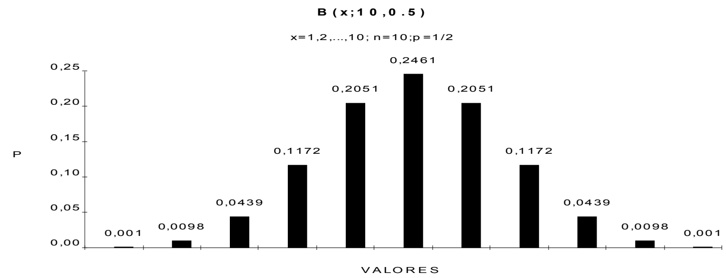
 # Ejemplo.- Si se sabe que la probabilidad de nacer varón es $p=0{,}4$ *, El número de varones nacidos en una familia de 8 hijos es una distribución binomial* $B(8,;0{,}4)$.

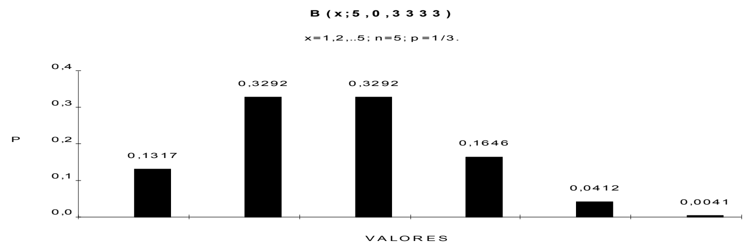
5. Función de probabilidad de una distribución binomial

Si X es una variable aleatoria que se distribuye según una distribución B(n,p), entonces para cada X = k, su probabilidad vendrá dada por

$$p_k=P_X(X=k)=\binom{n}{k}.p^k.q^{n-k}$$

Ejemplo.- La representación gráfica de las probabilidades de una variable aleatoria $B\left(10,\frac{1}{2}\right)$ y $B\left(5,\frac{1}{3}\right)$ será respectivamente





6. Media y varianza de una distribución binomial

A partir de una distribución de Bernoulli de parámetro p ($q=1-p$, es decir $B(1,p)$, podemos calcular su media y su varianza

$$\mu=1.p+0.q=p$$

$$\sigma^2=1^2.p+0^2.q-p^2=p.(1-p)=p.q$$

Para calcular la media y varianza de una variable aleatoria binomial $B(n,p)$, teniendo en cuenta que consiste en n pruebas repetidas de la la distribución $B(1,p)$, por lo que únicamente tendremos que multiplicar por n los resultados anteriores, es decir

$\mu=n.p$ $\sigma^2=n.p.q$ La desviación típica será $\sigma=\sqrt{n.p.q}$

 # Ejemplo.- En un grupo de 10 alumnos de un centro educativo se ha comprobado que cada uno de ellos falta a clase el 5% de los días. Calcular la probabilidad de que un día determinado:

a) no se registre ninguna ausencia;

b) falten a clase más de 5 alumnos;

c) no asista a clase ningún alumno.

Si X es la variable aleatoria que expresa el número de alumnos que faltan a clase, X se distribuirá según una $B(10;0{,}05)$ *, y por tanto se cumplirá:*

a) $p_0=\binom{10}{0}.0{,}95^{10}=0{,}599$

b) $$P_X(X>5)=p_6+p_7+p_8+p_9+p_{10}=$$
$$=\binom{10}{6}.0{,}05^{6}\cdot 0{,}95^{4}+\binom{10}{7}.0{,}05^{7}\cdot 0{,}95^{3}+\binom{10}{8}.0{,}05^{8}\cdot 0{,}95^{2}+\binom{10}{9}.0{,}05^{9}\cdot 0{,}95^{1}+\binom{10}{10}.0{,}05^{10}=$$
$$=2{,}75.10^{-6}$$

c) $p_{10}=\binom{10}{10}.0{,}05^{10}=9{,}8.10^{-14}$

7. Función de densidad de una variable aleatoria continua.

Cuando X es una variable aleatoria continua, existe una función f_x , denominada **función de densidad asociada a la variable aleatoria X**, que cumple

a) $f_X(x)\geq 0\ \forall x\in \mathbb{R}$

b) f_X admite un número finito de discontinuidades en cada intervalo

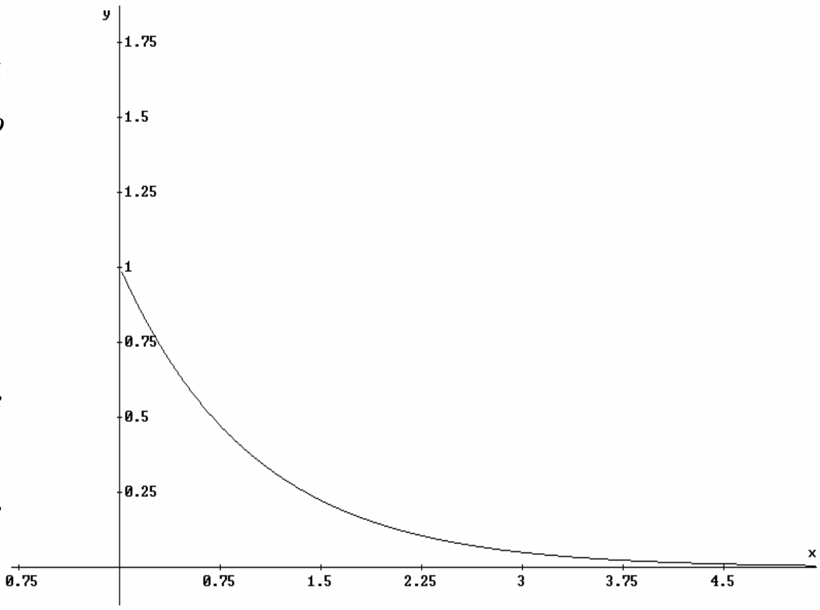
c) Si P_X es la función de probabilidad de la v. a. X, se cumplirá

$$P_X(X<x)=\int_{-\infty}^{x} f_X(t).dt$$

 # Ejemplo.- Diremos que X es una distribución exponencial de parámetro $\theta=1$ *, y lo representamos por* $\exp(1)$ *, si su función de densidad es de la forma*

$$f_X(x)=\begin{cases}0 & \text{si } x\leq 0\\ e^{-x} & \text{si } x>0\end{cases}$$

Que claramente se comprueba que verifica la positividad, por ser f una función positiva o nula. Además, también se cumple la normalización, ya que



$$\int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x).dx=\int_{0}^{+\infty} e^{-x}.dx=1$$

Así por ejemplo

$$P_X(1\leq X\leq 2)=\int_{1}^{2} e^{-x}.dx=e^{-1}-e^{-2}$$

8. Media y varianza de una variable aleatoria continua

Si X es una variable aleatoria continua de función de densidad f_X, denominamos

Media o esperanza matemática: $\mu=\int_{-\infty}^{+\infty} x.f_X(x).dx$

Varianza: $\sigma^2=\int_{-\infty}^{+\infty} (x-\mu)^2.f_X(x).dx$

La raíz cuadrada de la varianza, la denominamos desviación típica σ.

 # Ejemplo.- Hallar la media, varianza y desviación típica de una variable aleatoria continua que tiene la siguiente función de densidad $f_X(x)=\begin{cases} 0 & \text{si } x<0 \\ \frac{1}{3} & \text{si } 0\leq x\leq 3 \\ 0 & \text{si } x>3 \end{cases}$

a) Media: $\mu=\int_{0}^{3} x.\frac{1}{3}.dx=\frac{9}{6}=1,5$

b) Varianza: $\sigma^2=\int_{0}^{3} (x-1,5)^2.\frac{1}{3}.dx=0,75$

c) Desviación típica: $\sigma=\sqrt{0,75}=0,866$

9. Distribución normal

La v. a. continua X sigue la **distribución Normal** de parámetros μ y σ, y se escribe de forma abreviada $X\equiv N(\mu,\sigma)$ si para cada $x\in\mathbb{R}$, la probabilidad P cumple

$$P(X\leq x)=\int_{-\infty}^{x} f(t).dt=\int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sigma.\sqrt{2.\pi}}.e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2.\sigma^2}}.dt$$

Siendo μ y σ números reales, tal que $\sigma>0$.

A la función $f(x)$ se le denomina función de densidad, y cumple:

1.- $f(x)\geq 0\ \forall\ x\in\mathbb{R}$ 2.- $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x).dx=1$

Por la propia definición de la distribución $N(\mu,\sigma)$, se cumple

$$\text{Media} = \mu \;; \qquad \text{Varianza} = \sigma^2 \;; \qquad \text{Desviación típica} = \sigma$$

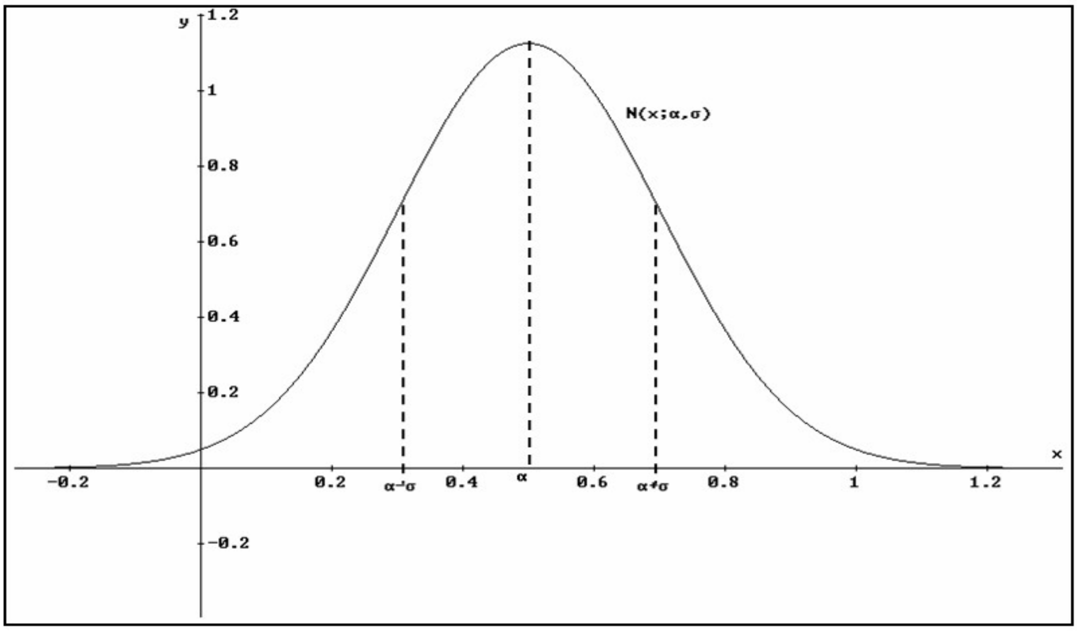
10. Propiedades de la función de densidad de una distribución $N(\mu,\sigma)$:

- La función $f(x)$ su valor máximo en $x=\mu$, es decir f alcanza el máximo en el punto

$$(\mu, f(\mu)) = \left(\mu, \frac{1}{\sigma.\sqrt{2.\pi}}\right)$$

- La función $f(x)$ es simétrica respecto del punto $x=\mu$, es decir $\forall\, x \in \mathbb{R}$, se cumple $f(\mu-x)=f(\mu+x)$
- Cuando x tiende a $-\infty$ o $+\infty$, $f(x)$ tiende a cero
- La función es convexa en $(-\infty, \mu-\sigma)\cup(\mu+\sigma, +\infty)$ y cóncava en $(\mu-\sigma, \mu+\sigma)$

Es decir, la función es de la forma



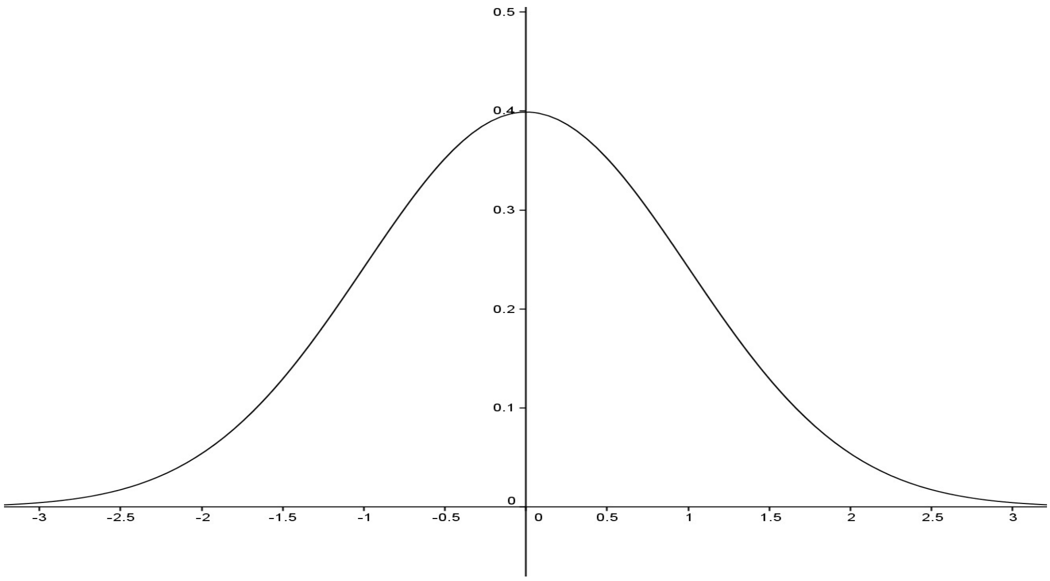
11. Distribución normal estándar

Teniendo en cuenta que dependiendo de que dependiendo de los valores de μ y de σ , la gráfica de la función estará mas desplazada hacia a un lado y más o menos comprimida, y por tanto más o menos alta, siempre podemos utilizar la variable normal tipificada N(0,1), tipificado la variable $X \equiv N(\mu,\sigma)$ a la variable $Y \equiv N(0,1)$ mediante el cambio o tipificación de la variable $Y = \dfrac{X-\mu}{\sigma}$

y para cada $y \in \mathbb{R}$, la probabilidad P cumple

$$P(Y \leq y) = \int_{-\infty}^{y} f(t).dt = \int_{-\infty}^{y} \frac{1}{\sqrt{2.\pi}}.e^{-\frac{t^2}{2}}.dt$$

y cuya función de densidad $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2.\pi}}.e^{-\frac{x^2}{2}}$ la podemos representar gráficamente como



Habitualmente calculamos esta probabilidad de forma aproximada mediante las la tabla tabulada de la distribución N(0,1).

 # Ejemplo.- Si las calificaciones de los 500 alumnos de magisterio de Castilla la Mancha presentados a un examen, se distribuye normalmente con media 6,5 y varianza 4.

Para calcular la probabilidad de que un aspirante obtenga más de 8 puntos. Como las calificaciones X de los alumnos siguen una distribución normal $N(6{,}5, \sqrt{4}) = N(6'5{,}2)$.

Y la variable $Z = \frac{X - \bar{x}}{\sigma} = \frac{X - 6{,}5}{2}$ *sigue una distribución N(0,1).*

Tenemos $X > 8 \Rightarrow Z > \frac{8 - 6{,}5}{2}$ *, luego*

$$P(X > 8) = P\left(\frac{8 - 6{,}5}{2}\right) = (Z > 0{,}75) = 1 - P(Z \leq 0{,}75) = 1 - 0{,}7734 = 0{,}2266$$

Donde el valor P(Z <= 0,75) los hallamos con una tabla de la distribución normal N(1,0)

Tabla N(0,1) $$P(X \leq y) = \int_{-\infty}^{x} f(t).dt = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2.\pi}}.e^{-\frac{t^2}{2}}.dt$$

x	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	**0,6736**	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	**0,6915**	0,6950	0,6985	**0,7019**	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	**0,7642**	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7652
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8930
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	**0,8925**	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9561	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	**0,9608**	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9934	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9901	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	**0,9931**	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9954	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0.9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999

12. Ejemplos de Manejo de tablas de la distribución $N(0,1)$

 # Ejemplos

- $P(Z \leq 0{,}45) = 0{,}6736$
- $P(Z > 1{,}24) = 1 - P(Z \leq 1{,}24) = 1 - 0{,}8925 = 0{,}1075$
- $P(Z \leq -0{,}72) = P(Z \geq 0{,}72) = 1 - P(Z < 0{,}72) = 1 - P(Z \leq 0{,}72) = 1 - 0{,}7642 = 0{,}2358$
- $P(0{,}5 \leq Z \leq 1{,}76) = P(Z \leq 1{,}76) - P(Z \leq 0{,}5) = 0{,}9608 - 0{,}6915 = 0{,}2693$
- $$\begin{aligned} P(-1{,}76 \leq Z \leq -0{,}5) &= P(Z \leq -0{,}5) - P(Z \leq -1{,}76) = \\ &= P(Z > 0{,}5) - P(Z > 1{,}76) = (1 - P(Z \leq 0{,}5)) - (1 - P(Z \leq 1{,}76)) = \\ &= P(Z \leq 1{,}76) - (Z \leq 0{,}5) = 0{,}9608 - 0{,}6915 = 0{,}2693 \end{aligned}$$
- $$\begin{aligned} P(-0{,}53 \leq Z \leq 2{,}46) &= P(Z \leq 2{,}46) - P(Z \leq -0{,}53) = \\ &= P(Z \leq 2{,}46) - P(Z > 0{,}53) = P(Z \leq 2{,}46) - (1 - P(Z \leq 0{,}53)) = \\ &= 0{,}9931 - (1 - 0{,}7019) = 0{,}9931 - 0{,}2981 = 0{,}695 \end{aligned}$$

13. Intervalo de confianza para la media

Si el parámetro μ de una distribución normal $N(\mu, \sigma)$ es desconocido, y para estimarlo tomamos el estimador $\bar{x}$, al tomar una muestra aleatoria de tamaño n.

Como la variable aleatoria $var\ X \equiv N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

Tipificando, resulta que $Z = \dfrac{X - \mu}{\sqrt{\dfrac{\sigma}{n}}} \equiv N(0,1)$

y se cumplirá que para la probabilidad $1 - \alpha$ (*coeficiente de confianza*), existirá un valor crítico $z_{\frac{\alpha}{2}}$, tal que

$$\begin{aligned} P\left[-z_{\frac{\alpha}{2}} < Z < z_{\frac{\alpha}{2}}\right] &= P\left[-z_{\frac{\alpha}{2}} < \frac{X - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < z_{\frac{\alpha}{2}}\right] = \\ &= P\left[-z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \bar{x} - \mu < z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] = \\ &= P\left[\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] = 1 - \alpha \end{aligned}$$

Luego, el intervalo de confianza para p, al nivel de confianza $1 - \alpha$ es

$$\left(\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} ; \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

Si σ es desconocido y $n \geq 30$, podemos tomar la desviación típica muestral $\hat{s} = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2$ en vez de la desviación típica σ y obtendremos el intervalo de confianza

$$\left(\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\hat{s}}{\sqrt{n}} ; \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\hat{s}}{\sqrt{n}} \right)$$

 # Ejemplo.- Se sabe que la desviación típica de las tallas de los alumnos de una Universidad es igual 5 cm. Se desea estimarla talla media de los alumnos, para lo cual se escoge una muestra de 100 estudiantes y se obtiene la media $\bar{x} = 172\, cm$. *Para hallar el intervalo de confianza al nivel* $0{,}90\,,\, 0{,}95\; y\; 0{,}99$.

Como

$$\bar{x} \equiv N\left(\mu , \frac{\sigma}{n} \right) = N\left(\mu , \frac{5}{\sqrt{100}} \right) = N(\mu ; 0{,}5)$$

Luego, los intervalos de confianza para la talla media de los alumnos al nivel de confianza $1-\alpha$ *será*

$$\left(\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{5}{\sqrt{100}} ; \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{5}{\sqrt{100}} \right)$$

que para 90%, 95% y 99%, serán

$$\frac{\alpha}{2} = 0{,}05 \quad \Rightarrow \quad (172 - 1{,}64 \,.\, 0{,}5 ; 172 + 1{,}64 \,.\, 0{,}5) = (171{,}18 ; 172{,}82)$$

$$\frac{\alpha}{2} = 0{,}025 \quad \Rightarrow \quad (172 - 1{,}96 \,.\, 0{,}5 ; 172 + 1{,}96 \,.\, 0{,}5) = (171{,}02 ; 172{,}98)$$

$$\frac{\alpha}{2} = 0{,}005 \quad \Rightarrow \quad (172 - 2{,}58 \,.\, 0{,}5 ; 172 + 2{,}58 \,.\, 0{,}5) = (170{,}71 ; 173{,}29)$$

Para hallar los intervalos de confianza, tanto para la proporción como para la media, mirando el la tabla $N(0{,}1)$, para cada valor $1-\alpha$, obtenemos los valores más utilizados

$1-\alpha$	α	$\frac{\alpha}{2}$	$z_{\frac{\alpha}{2}}$
0,8	0,2	0,1	1,28
0,9	0,1	0,05	1,64
0,95	0,05	0,03	1,96
0,99	0,01	0,001	2,58

14. Relación entre distribución Binomial $B(n,p)$ y distribución $N(\mu,\sigma)$

Cuando n es grande en la distribución discreta $B(n,p)$ podemos utilizar de forma aproximada la distribución $N(n.p,\sqrt{n.p.q})$, particularmente es fiable si $n.p\geq 0{,}5$ y $n.q\geq 0{,}5$

 # Ejemplo.- Sea un experimento de Bernoulli (solo dos resultados posibles) con resultados que denotaremos {a,b}, y probabilidades $p, q=1-p$ *. Dado un número entero* $n>1$ *, consideremos el experimento consistente en la repetición de n experimentos de Bernoulli. Si definimos la variable:*

$x_i=1$ *, cuando ocurre el suceso a en el experimento i-esimo.*

$x_i=0$ *, cuando ocurre el suceso b en el experimento i-esimo,* $i=1,2,\ldots,n$.

Teniendo en cuenta que:

$$\mu=p.1+q.0=p \quad .$$

$$\sigma^2=p.(1-p)^2+q.(0-q)^2=pq(q+p)=p.q \quad .$$

Y denominando:

$$s_n=(x_1+x_2+\ldots+x_n)$$

Se cumplirá:

$$\lim_{n\to+\infty} B(n,p)\to N(p,\sqrt{n.p.q}) \quad .$$