Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2013

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

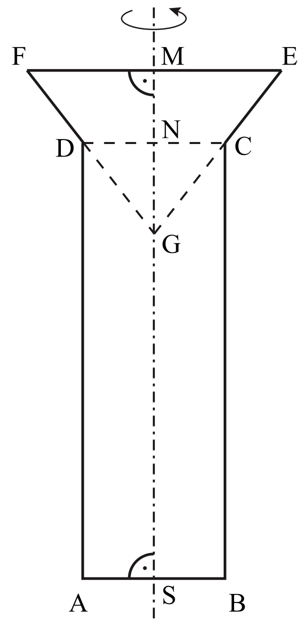
Name: ______________________ Vorname: ______________________

Klasse: ______________ Platzziffer: ______________ Punkte: ______________

Aufgabe A 1 **Haupttermin**

A 1.0 Die nebenstehende Skizze zeigt den Axialschnitt einer massiven Edelstahlniete mit der Symmetrieachse MS.
Es gilt:
$\overline{AB} = \overline{CD} = 8{,}00\text{ mm}$; $\overline{MS} = 28{,}00\text{ mm}$;
$\overline{GN} = 5{,}33\text{ mm}$; $\overline{EF} = 14{,}00\text{ mm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



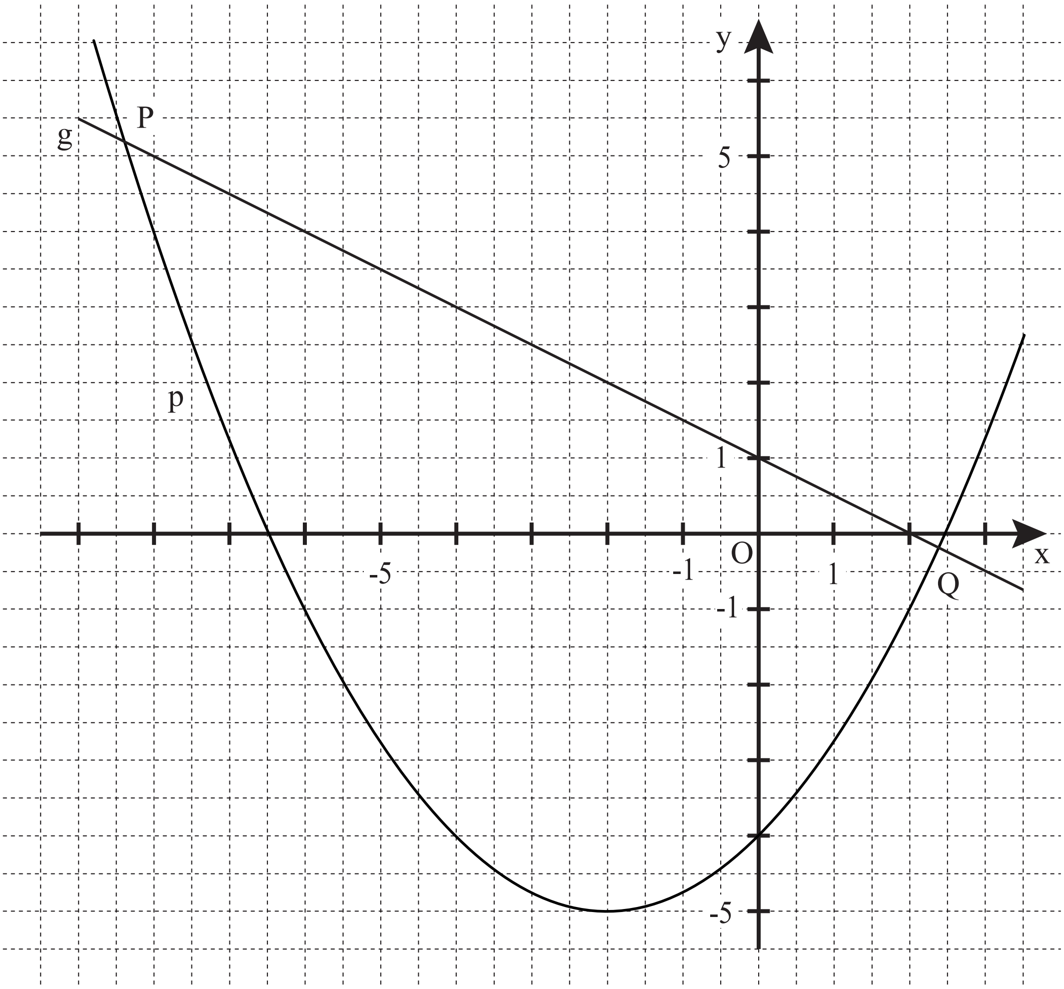
A 1.1 Berechnen Sie das Volumen V der Edelstahlniete.
[Ergebnisse: $\overline{GM} = 9{,}33\text{ mm}$; $V = 1595{,}81\text{ mm}^3$]

4 P

A 1.2 Bestimmen Sie rechnerisch die Masse der Edelstahlniete, wenn 1 cm^3 Edelstahl eine Masse von 7,85 g hat.

1 P

A 2.0 Die Parabel p mit dem Scheitel $S(-2|-5)$ hat eine Gleichung der Form $y = 0,25x^2 + bx + c$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ und $b, c \in \mathbb{R}$. Die Gerade g hat die Gleichung $y = -0,5x + 1$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.
Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 2.1 Zeigen Sie durch Rechnung, dass die Parabel p die Gleichung $y = 0,25x^2 + x - 4$ hat.

1 P

A 2.2 Die Gerade g schneidet die Parabel p in den Punkten P und Q.
Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte P und Q.

3 P

A 2.3 Punkte $A_n\left(x \mid 0,25x^2+x-4\right)$ auf der Parabel p und Punkte $B_n\left(x \mid -0,5x+1\right)$ auf der Geraden g haben dieselbe Abszisse x und sind für $-8,39 < x < 2,39$ zusammen mit Punkten C_n die Eckpunkte von Dreiecken $A_nB_nC_n$. Die Punkte C_n liegen auf der Geraden g, wobei die Abszisse der Punkte C_n um 3 kleiner ist als die Abszisse x der Punkte A_n und B_n. Zeichnen Sie für $x_1 = -4$ das Dreieck $A_1B_1C_1$ und für $x_2 = 1$ das Dreieck $A_2B_2C_2$ in das Koordinatensystem zu 2.0 ein. 2 P

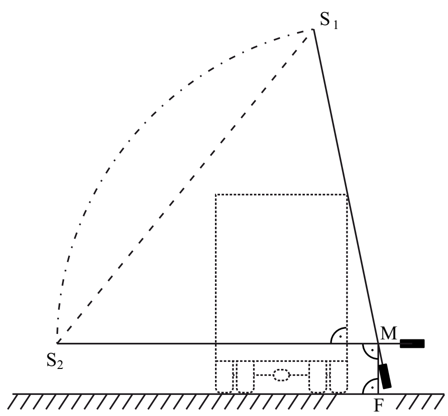
A 2.4 Zeigen Sie, dass für die Punkte C_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n und B_n gilt: $C_n\left(x-3 \mid -0,5x+2,5\right)$

1 P

A 2.5 In allen Dreiecken $A_nB_nC_n$ haben die Winkel $C_nB_nA_n$ das gleiche Maß.
Berechnen Sie das Maß der Winkel $C_nB_nA_n$.

2 P

A 3.0 Die nebenstehende Skizze verdeutlicht die Funktionsweise einer Bahnschranke. $[MS_1]$ stellt die Schranke in geöffnetem Zustand dar, $[MS_2]$ zeigt sie in geschlossenem Zustand. Der Bogen $\overset{\frown}{S_1S_2}$ beschreibt den Weg, den die Schrankenspitze beim Schließen und Öffnen zurücklegt. Der Punkt M ist der Drehpunkt der Schranke und bildet zusammen mit dem Punkt F die Strecke [MF] (Schrankenfuß).



Es gilt:
$\overline{MS_1} = \overline{MS_2} = 7{,}00\ \text{m}$; $\overline{S_1S_2} = 8{,}85\ \text{m}$; $\overline{MF} = 1{,}10\ \text{m}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

A 3.1 Berechnen Sie das Maß α des Winkels S_1MS_2 und sodann die Länge b des Bogens $\overset{\frown}{S_1S_2}$.
[Teilergebnis: $\alpha = 78{,}42°$]

3 P

A 3.2 Herr Lute überquert mit einem 4,00 m hohen LKW den Bahnübergang. Er fährt einen halben Meter am Schrankenfuß [MF] der geöffneten Schranke vorbei. Überprüfen Sie rechnerisch, ob dabei die Schranke beschädigt wird und begründen Sie Ihre Antwort.

2 P

RAUMGEOMETRIE

A 1.1 $V = \left(\frac{\overline{AB}}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot \left(\overline{MS} - \overline{MN}\right) + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{\overline{EF}}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot \overline{GM} - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{\overline{CD}}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot \overline{GN}$

$\frac{\overline{GM}}{\overline{GN}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{CD}}$ $\qquad \frac{\overline{GM}}{5{,}33\,\text{mm}} = \frac{14{,}00\,\text{mm}}{8{,}00\,\text{mm}}$ $\qquad \overline{GM} = 9{,}33\ \text{mm}$

$\overline{MN} = (9{,}33 - 5{,}33)\ \text{mm}$ $\qquad \overline{MN} = 4{,}00\ \text{mm}$

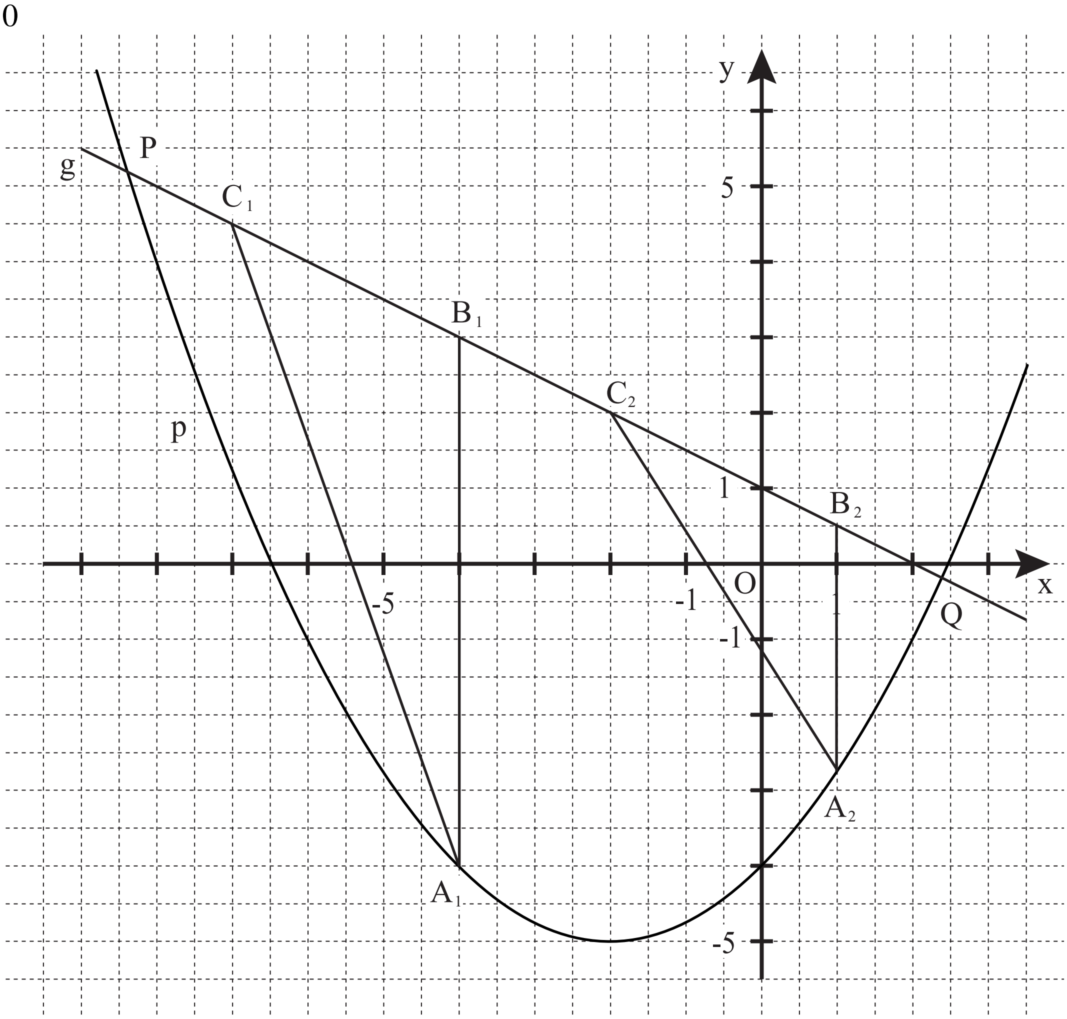
$V = \left(\left(\frac{8{,}00}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot (28{,}00 - 4{,}00) + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{14{,}00}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot 9{,}33 - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{8{,}00}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot 5{,}33\right) \text{mm}^3$

$V = 1595{,}81\ \text{mm}^3$ — 4 — L 3, K 2, K 5

A 1.2 $m = 1{,}59581\ \text{cm}^3 \cdot 7{,}85 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ $\qquad m = 12{,}53\ \text{g}$ — 1 — L 2, K 5

FUNKTIONEN

A 2.0



A 2.1 $p: y = 0{,}25\left(x-(-2)\right)^2+(-5)$ $\qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}\times\mathbb{R}$ $\ldots$ $p: y = 0{,}25x^2 + x - 4$	1	L 4 K 5
A 2.2 $p \cap g$ $0{,}25x^2 + x - 4 = -0{,}5x + 1 \qquad x \in \mathbb{R}$ ... $x = -8{,}39 \quad \vee \quad x = 2{,}39$ $P(-8{,}39 \mid 5{,}20) \qquad Q(2{,}39 \mid -0{,}20)$	3	L 4 K 2 K 5
A 2.3 Einzeichnen der Dreiecke $A_1B_1C_1$ und $A_2B_2C_2$.	2	L 3 K 4
A 2.4 $C_n\left(x-3 \mid -0{,}5(x-3)+1\right) \qquad x \in \mathbb{R}$ $C_n\left(x-3 \mid -0{,}5x+2{,}5\right)$	1	L 3 K 5
A 2.5 $\tan\alpha = m_g$ $\qquad$ mit $m_g = -0{,}5$ $\qquad \alpha \in [0°;180°[$ $\alpha = -26{,}57° + 180° \qquad \alpha = 153{,}43°$ $\sphericalangle C_nB_nA_n = 360° - 90° - 153{,}43° \qquad \sphericalangle C_nB_nA_n = 116{,}57°$	2	L 2 K 2 K 5
EBENE GEOMETRIE		
A 3.1 $\overline{S_1S_2}^2 = \overline{MS_1}^2 + \overline{MS_2}^2 - 2\cdot\overline{MS_1}\cdot\overline{MS_2}\cdot\cos\alpha \qquad \alpha \in]0°;180°[$ $\cos\alpha = \frac{7{,}00^2+7{,}00^2-8{,}85^2}{2\cdot 7{,}00\cdot 7{,}00} \qquad \alpha = 78{,}42°$ $b = \frac{78{,}42°}{360°}\cdot 2\cdot\pi\cdot 7{,}00\,\text{m} \qquad b = 9{,}58\,\text{m}$	3	L 2 K 2 K 5
A 3.2 $\tan 78{,}42° = \frac{(4{,}00-1{,}10)\,\text{m}}{d} \qquad d = 0{,}59\,\text{m}$ Ja, die Schranke wird beschädigt, weil der Abstand zum Schrankenfuß mehr als 0,59 m sein muss.	2	L 2 K 1 K 3 K 5
	19	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2013

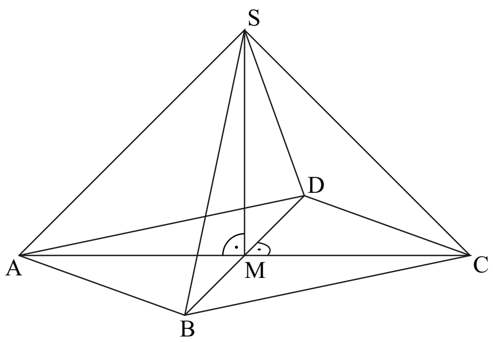
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 1 **Haupttermin**

B 1.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, deren Grundfläche die Raute ABCD ist. Die Spitze S der Pyramide ABCDS liegt senkrecht über dem Diagonalenschnittpunkt M der Raute ABCD.
Es gilt: $\overline{AB} = 7{,}5\text{ cm}$; $\overline{BD} = 9\text{ cm}$; $\overline{MS} = 6\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



B 1.1 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Strecke [AC] gilt: $\overline{AC} = 12\text{cm}$.
Zeichnen Sie sodann das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei die Strecke [AC] auf der Schrägbildachse und der Punkt A links vom Punkt C liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$. 3 P

B 1.2 Berechnen Sie das Maß des Winkels SBA sowie den Flächeninhalt A des Dreiecks ABS.
[Teilergebnis: $\sphericalangle SBA = 68{,}94°$] 4 P

B 1.3 Verlängert man die Höhe [MS] über S hinaus um x cm, so erhält man Punkte S_n. Verkürzt man gleichzeitig die Diagonale [AC] der Grundfläche von den Punkten A und C aus um jeweils $0{,}5\,x\text{ cm}$, so erhält man Punkte A_n und C_n mit $x \in \left]0;12\right[$ und $x \in \mathbb{R}$.
Die Punkte A_n, B, C_n und D sind die Eckpunkte der Grundflächen von Pyramiden $A_nBC_nDS_n$ mit den Spitzen S_n.
Zeichnen Sie die Pyramide $A_1BC_1DS_1$ für $x = 2$ in das Schrägbild zu 1.1 ein. 1 P

B 1.4 Zeigen Sie, dass sich das Volumen V der Pyramiden $A_nBC_nDS_n$ in Abhängigkeit von x wie folgt darstellen lässt: $V(x) = (-1{,}5x^2 + 9x + 108)\text{cm}^3$.
Unter den Pyramiden $A_nBC_nDS_n$ besitzt die Pyramide $A_2BC_2DS_2$ das maximale Volumen. Berechnen Sie den zugehörigen Wert für x und das Volumen V_{max} der Pyramide $A_2BC_2DS_2$. 3 P

B 1.5 Das Volumen der Pyramide $A_3BC_3DS_3$ beträgt 70 % des Volumens der Pyramide ABCDS. Ermitteln Sie durch Rechnung den zugehörigen Wert von x. 3 P

B 1.6 Der Winkel $C_4A_4S_4$ der Pyramide $A_4BC_4DS_4$ hat das Maß 60°. Berechnen Sie den zugehörigen Wert für x. 3 P

Bitte wenden!

Lösungsmuster und Bewertung

Abschlussprüfung 2013

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

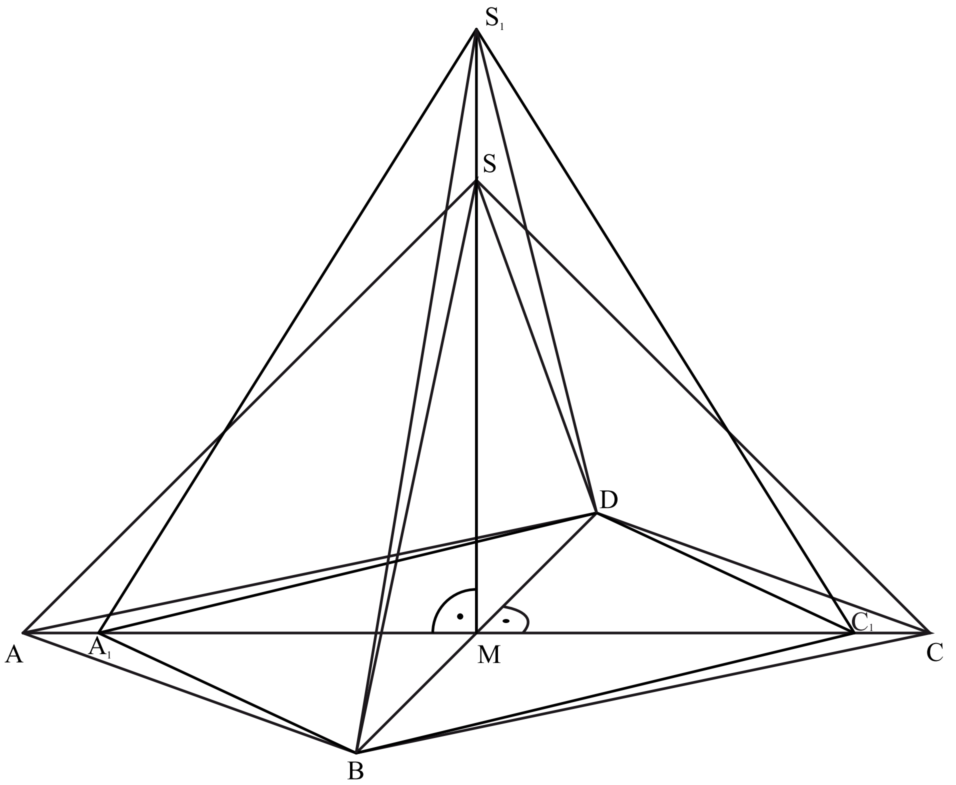
Aufgabe B 1 **Haupttermin**

Raumgeometrie

B 1.1 $\overline{AC} = 2 \cdot \overline{AM}$

$\overline{AM} = \sqrt{7{,}5^2 - 4{,}5^2}\ \text{cm}$ $\qquad \overline{AM} = 6\,\text{cm}$ L 2 K 5

$\overline{AC} = 12\,\text{cm}$



3 L 3 K 4

B 1.2 $\overline{AS}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BS}^2 - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{BS} \cdot \cos\sphericalangle SBA$

$\overline{AS} = \sqrt{6^2 + 6^2}\ \text{cm}$ $\qquad \overline{AS} = 8{,}49\,\text{cm}$

$\overline{BS} = \sqrt{6^2 + (9:2)^2}\ \text{cm}$ $\qquad \overline{BS} = 7{,}5\,\text{cm}$

$8{,}49^2 = 7{,}5^2 + 7{,}5^2 - 2 \cdot 7{,}5 \cdot 7{,}5 \cdot \cos\sphericalangle SBA$ $\qquad \sphericalangle SBA = 68{,}94°$

$A_{\Delta ABS} = \frac{1}{2} \cdot 7{,}5 \cdot 7{,}5 \cdot \sin 68{,}94°\ \text{cm}^2$ $\qquad A_{\Delta ABS} = 26{,}25\,\text{cm}^2$

4 L 2 K 2 K 5

B 1.3 Einzeichnen der Pyramide $A_1BC_1DS_1$ 1 L 3 K 4

B 1.4	$V(x)=\left(\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot(12-2\cdot 0{,}5x)\cdot 9\cdot(6+x)\right)\text{cm}^3$ $\quad x\in\,]0;12[;\ x\in\mathbb{R}$ ... $V(x)=\left(-1{,}5x^2+9x+108\right)\text{cm}^3$ ... $V_{max}=121{,}5\ \text{cm}^3$ für $x=3$	3	L 4 K 2 K 5
B 1.5	$V_{ABCDS}=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot 12\cdot 9\cdot 6\ \text{cm}^3$ $\quad V_{ABCDS}=108\ \text{cm}^3$ $0{,}70\cdot 108\ \text{cm}^3=\left(-1{,}5x^2+9x+108\right)\text{cm}^3$ $\quad x\in\,]0;12[;\ x\in\mathbb{R}$ ... $\Leftrightarrow\ x=8{,}53\quad(\vee\quad x=-2{,}53)$ $\quad \mathbb{L}=\{8{,}53\}$	3	L 4 K 2 K 5
B 1.6	$\sphericalangle MA_4S_4=\sphericalangle C_4A_4S_4$ $\tan\sphericalangle MA_4S_4=\frac{\overline{MS_4}}{\overline{A_4M}}$ $\tan 60°=\frac{6+x}{6-0{,}5x}$ $\quad x\in\,]0;12[;\ x\in\mathbb{R}$ ... $\Leftrightarrow\ x=2{,}35$ $\quad \mathbb{L}=\{2{,}35\}$	3	L 4 K 2 K 5
		17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2013

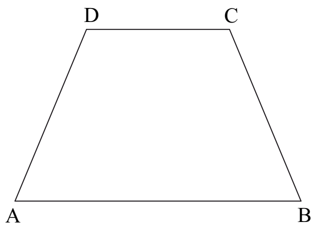
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 2 **Haupttermin**

B 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt das gleichschenklige Trapez ABCD mit $AB \parallel CD$.
Es gilt: $\overline{AB} = 10\text{ cm}$; $\overline{AD} = 6{,}5\text{ cm}$; $d([AB];[CD]) = 6\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



B 2.1 Zeichnen Sie das Trapez ABCD mit den Diagonalen [AC] und [BD]. 2 P

B 2.2 Berechnen Sie das Maß des Winkels BAD, sowie die Längen der Strecken [AC] und [CD].
[Teilergebnisse: $\overline{AC} = 9{,}60\text{ cm}$; $\overline{CD} = 5\text{cm}$] 3 P

B 2.3 Der Schnittpunkt E der Diagonalen [AC] und [BD] ist der Mittelpunkt eines Kreises k, der die Grundlinie [AB] im Punkt T berührt. Dieser Kreis schneidet die Diagonale [AC] im Punkt S und die Diagonale [BD] im Punkt R.
Zeichnen Sie den Kreisbogen $\overset{\frown}{SR}$ und die Punkte E und T in die Zeichnung zu 2.1 ein. 1 P

B 2.4 Ermitteln Sie durch Rechnung den Flächeninhalt des Kreissektors, der durch die Strecken [RE], [ES] und den Kreisbogen $\overset{\frown}{SR}$ begrenzt wird.
[Ergebnisse: $\overline{ET} = 4\text{cm}$; $\sphericalangle AET = 51{,}34°$; $A_{\text{Sektor}} = 14{,}34\text{ cm}^2$] 4 P

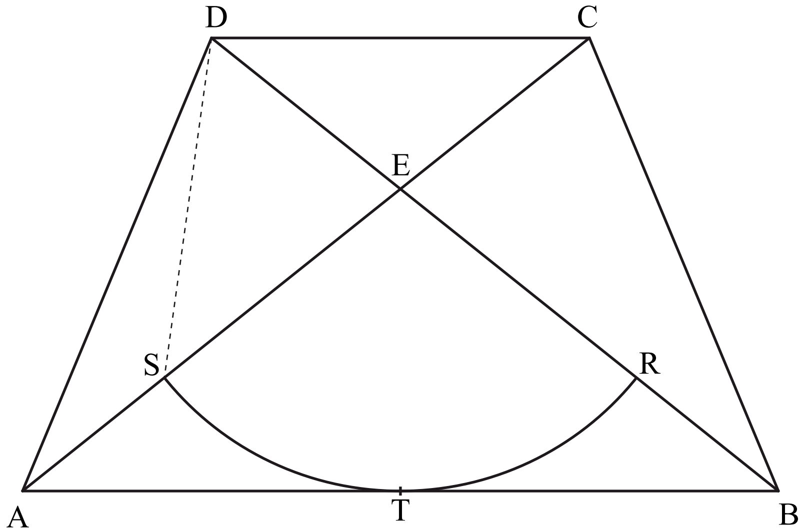
B 2.5 Bestimmen Sie rechnerisch den Umfang u der Figur, die durch die Strecken [RD], [DS] und den Kreisbogen $\overset{\frown}{SR}$ begrenzt wird.
[Teilergebnis: $\overline{DE} = 3{,}20\text{ cm}$] 4 P

B 2.6 Überprüfen Sie rechnerisch, ob der Flächeninhalt A der Figur aus 2.5 mehr als die Hälfte des Flächeninhaltes des Trapezes beträgt. 3 P

Bitte wenden!

Mathematik II

Aufgabe B 2 **Haupttermin**

EBENE GEOMETRIE		
B 2.1 	2	L 3 K 4
B 2.2 $\sin\sphericalangle BAD = \frac{6}{6{,}5}$ $\quad\sphericalangle BAD = 67{,}38°$ $\overline{BD} = \sqrt{10^2 + 6{,}5^2 - 2\cdot 10\cdot 6{,}5\cdot\cos 67{,}38°}\ \text{cm}$ mit $\overline{AC} = \overline{BD}$ $\quad\overline{AC} = 9{,}60\ \text{cm}$ $\overline{CD} = \left(10 - 2\cdot\sqrt{6{,}5^2 - 6^2}\right)\text{cm}$ $\quad\overline{CD} = 5\,\text{cm}$	3	L 2 K 2 K 5
B 2.3 Einzeichnen des Kreisbogens $\overset{\frown}{SR}$ und der Punkte E und T	1	L 3 K 4
B 2.4 $A_{\text{Sektor}} = \overline{ET}^2\cdot\pi\cdot\frac{2\cdot\sphericalangle AET}{360°}$ $\frac{\overline{ET}}{6\,\text{cm} - \overline{ET}} = \frac{10\,\text{cm}}{5\,\text{cm}}$ $\quad\overline{ET} = 4\ \text{cm}$ $\tan\sphericalangle AET = \frac{5}{4}$ $\quad\sphericalangle AET = 51{,}34°$ $A_{\text{Sektor}} = 4^2\cdot\pi\cdot\frac{2\cdot 51{,}34°}{360°}\,\text{cm}^2$ $A_{\text{Sektor}} = 14{,}34\,\text{cm}^2$	4	L 2 K 2 K 5
B 2.5 $u = \overline{RD} + \overline{DS} + \overset{\frown}{SR}$ $\overline{RD} = \overline{DE} + \overline{ER}$ $\overline{DE} = \sqrt{2{,}5^2 + 2^2}\ \text{cm}$ $\quad\overline{DE} = 3{,}20\,\text{cm}$ $\overline{RD} = (3{,}20 + 4)\,\text{cm}$ $\quad\overline{RD} = 7{,}20\,\text{cm}$ $\overline{DS} = \sqrt{4^2 + 3{,}20^2 - 2\cdot 4\cdot 3{,}20\cdot\cos(180° - 2\cdot 51{,}34°)}\ \text{cm}$ $\quad\overline{DS} = 4{,}54\,\text{cm}$		

	$\widehat{SR} = 2 \cdot 4\,\text{cm} \cdot \pi \cdot \frac{2 \cdot 51{,}34°}{360°}$ $\widehat{SR} = 7{,}17\,\text{cm}$ $u = 18{,}91\,\text{cm}$	4	L 2 K 2 K 5
B 2.6	$A_{\text{Figur}} = A_{\Delta\text{EDS}} + A_{\text{Sektor}}$ $A_{\Delta\text{EDS}} = \frac{1}{2} \cdot 3{,}20\,\text{cm} \cdot 4\,\text{cm} \cdot \sin\left(180° - 2 \cdot 51{,}34°\right)$ $A_{\Delta\text{EDS}} = 6{,}24\,\text{cm}^2$ $A_{\text{Figur}} = 6{,}24\,\text{cm}^2 + 14{,}34\,\text{cm}^2$ $A_{\text{Figur}} = 20{,}58\,\text{cm}^2$ $A_{\text{Trapez}} = \frac{10+5}{2} \cdot 6\,\text{cm}^2$ $A_{\text{Trapez}} = 45\,\text{cm}^2$ $\frac{1}{2} \cdot A_{\text{Trapez}} = 22{,}5\,\text{cm}^2$ $A_{\text{Figur}} < \frac{1}{2} \cdot A_{\text{Trapez}}$ Der Flächeninhalt der Figur aus 2.5 beträgt weniger als die Hälfte des Flächeninhalts des Trapezes.	3	L 2 K 1 K 2 K 5
		17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2013

an den Realschulen in Bayern

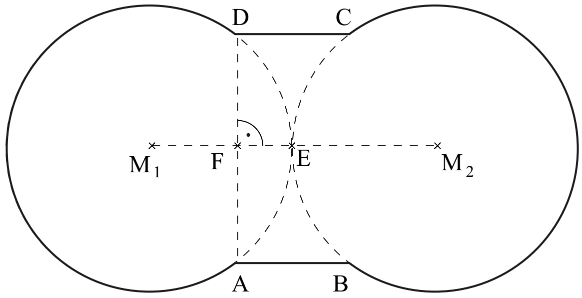
Mathematik II

Name: ______________________________ Vorname: ______________________________

Klasse: ________________ Platzziffer: ________________ Punkte: ________________

Aufgabe A 1 **Nachtermin**

A 1 Die nebenstehende Skizze zeigt die Figur, die zum Einbau einer Küchenspüle aus einer Arbeitsplatte ausgesägt werden muss. Die Figur wird begrenzt durch die Kreisbögen $\overset{\frown}{BC}$ und $\overset{\frown}{DA}$ sowie die parallelen Strecken [AB] und [DC].



Die Kreise $k_1\left(M_1; r = \overline{M_1A}\right)$ und $k_2\left(M_2; r = \overline{M_2B}\right)$ berühren sich im Punkt $E \in \left[M_1M_2\right]$.

Es gilt: $\overline{M_1A} = \overline{M_2B} = 25\text{ cm}$; $\overline{AB} = \overline{CD} = 20\text{ cm}$.

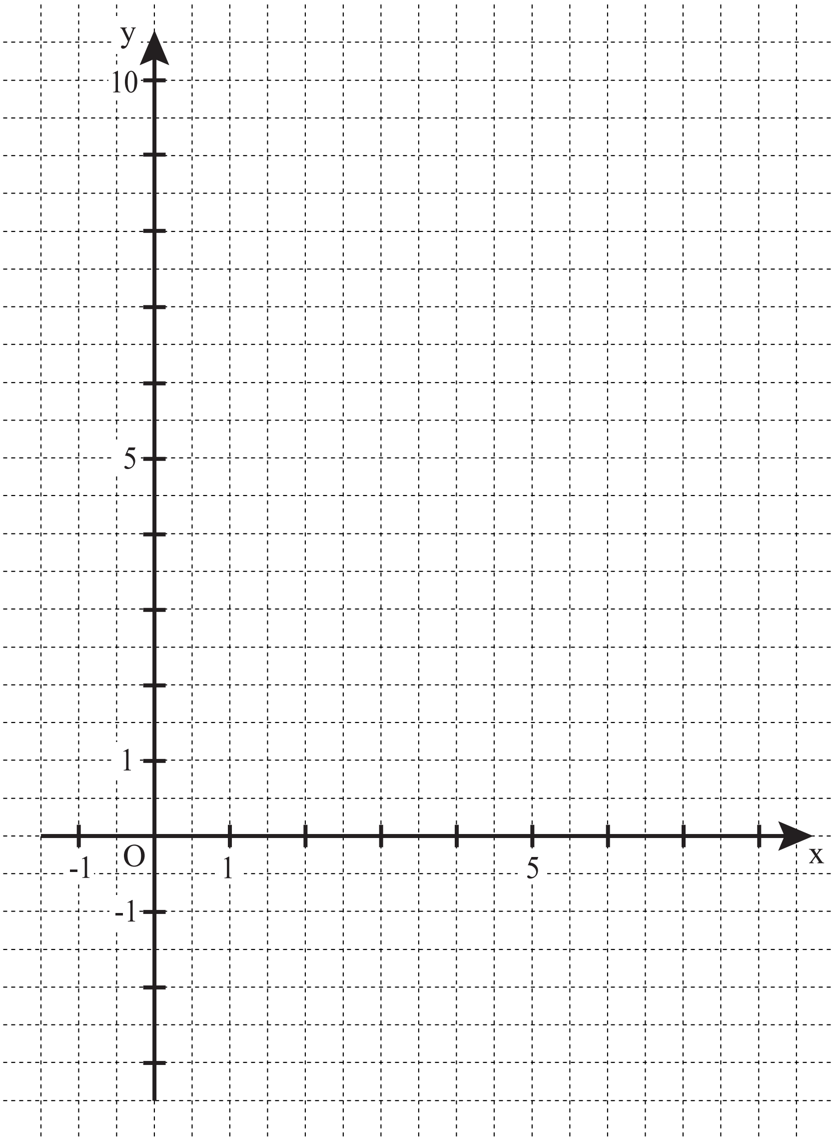
Berechnen Sie den Flächeninhalt der ausgesägten Figur.

[Teilergebnis: $\sphericalangle AM_1F = 53{,}13°$]

5 P

A 2.0 Gegeben sind die Parabel p mit der Gleichung $y = \frac{1}{2}(x-3)^2 - 3$ und die Gerade g mit der Gleichung $y = \frac{2}{3}x + 0{,}5$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

A 2.1 Zeichnen Sie die Parabel p und die Gerade g für $x \in [0; 8]$ in das Koordinatensystem.



2 P

A 2.2 Punkte $A_n\left(x \,\middle|\, \frac{1}{2}(x-3)^2 - 3\right)$ auf der Parabel p und Punkte $C_n\left(x \,\middle|\, \frac{2}{3}x + 0{,}5\right)$ auf der Geraden g haben jeweils dieselbe Abszisse x und sind mit Punkten B_n für $x \in \,]0{,}28; 7{,}05[$ Eckpunkte von Dreiecken $A_nB_nC_n$.

Es gilt: $\overrightarrow{A_nB_n} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Zeichnen Sie das Dreieck $A_1B_1C_1$ für $x = 1{,}5$ in das Koordinatensystem zu 2.1 ein.

1 P

A 2.3 Zeigen Sie durch Rechnung, dass sich die Länge der Seiten $[A_nC_n]$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n wie folgt darstellen lässt: $\overline{A_nC_n}(x)=\left(-\frac{1}{2}x^2+\frac{11}{3}x-1\right)\text{LE}$.

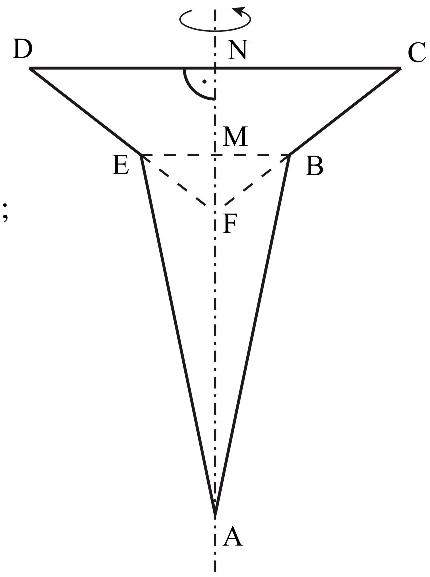
2 P

A 2.4 Unter den Dreiecken $A_nB_nC_n$ hat das Dreieck $A_0B_0C_0$ den maximalen Flächeninhalt. Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks $A_0B_0C_0$ und geben Sie den zugehörigen Wert für x an.

4 P

A 3.0 Die Firma Hannsolar stellt Solarlampen her. Die nebenstehende Skizze zeigt den Axialschnitt ABCDE einer Solarlampe mit AN als Symmetrieachse.
Es gilt:
$\overline{AM} = 14{,}5\text{ cm}$; $\overline{DF} = 9{,}5\text{ cm}$; $\overline{EF} = 3{,}8\text{ cm}$; $\sphericalangle CFD = 104°$;
$[EB] \parallel [DC]$.

Runden Sie im Folgenden auf eine Stelle nach dem Komma.



A 3.1 Berechnen Sie die Längen der Strecken [CD] und [EM].
[Ergebnis: $\overline{CD} = 15{,}0\text{ cm}$; $\overline{EM} = 3{,}0\text{ cm}$]

2 P

A 3.2 Bestimmen Sie rechnerisch den Oberflächeninhalt der Solarlampe.

3 P

Lösungsmuster und Bewertung

Abschlussprüfung 2013

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgaben A 1-3 — **Nachtermin**

EBENE GEOMETRIE

A 1 $A_{\text{Figur}} = 2 \cdot A_{\text{Kreissektor}} + 2 \cdot A_{\text{Trapez}}$

$$A_{\text{Figur}} = 2 \cdot \overline{AM_1}^2 \cdot \pi \cdot \frac{\sphericalangle DM_1A}{360°} + 2 \cdot \frac{\overline{M_1M_2} + \overline{AB}}{2} \cdot \overline{AF}$$

$\overline{M_1F} = \overline{M_1E} - 0{,}5 \cdot \overline{AB}$ $\qquad \overline{M_1F} = 15\text{ cm}$

$\cos \sphericalangle AM_1F = \frac{\overline{M_1F}}{\overline{M_1A}}$ $\qquad \sphericalangle AM_1F = 53{,}13°$

$\sphericalangle DM_1A = 253{,}74°$

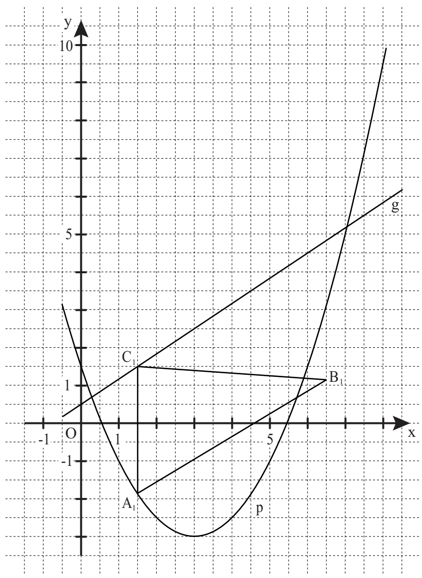
$\overline{AF} = \sqrt{\overline{M_1A}^2 - \overline{M_1F}^2}$ $\qquad \overline{AF} = 20\text{ cm}$

$$A_{\text{Figur}} = \left(2 \cdot 25^2 \cdot \pi \cdot \frac{253{,}74°}{360°} + 2 \cdot \frac{2 \cdot 25 + 20}{2} \cdot 20\right)\text{cm}^2$$

$A_{\text{Figur}} = 4167{,}87\text{ cm}^2$ — 5 — L 2, K 2, K 3, K 5

FUNKTIONEN

A 2.1



Zeichnung im Maßstab 1:2 — 2 — L 4, K 4

A 2.2 Einzeichnen des Dreiecks $A_1B_1C_1$ — 1 — L 3, K 4

A 2.3 $\overline{A_nC_n}(x) = \left(\frac{2}{3}x + 0{,}5 - \left(\frac{1}{2}(x-3)^2 - 3\right)\right)\text{LE}$ $\qquad x \in \mathbb{R}$

…

$\overline{A_nC_n}(x) = \left(-\frac{1}{2}x^2 + \frac{11}{3}x - 1\right)\text{LE}$ — 2 — L 3, K 5

A 2.4 $A_{\Delta A_nB_nC_n}(x) = 0{,}5 \cdot \overline{A_nC_n}(x) \cdot d(B_n; A_nC_n)$

$d(B_n; A_nC_n) = (x_{B_n} - x_{A_n})$ LE $\qquad d(B_n; A_nC_n) = 5$ LE

$A_{\Delta A_nB_nC_n}(x) = 0{,}5 \cdot \left(-\frac{1}{2}x^2 + \frac{11}{3}x - 1\right) \cdot 5$ FE $\qquad x \in \,]0{,}28; 7{,}05[$

$A_{\Delta A_nB_nC_n}(x) = (-1{,}25x^2 + 9{,}17x - 2{,}5)$ FE

…

$A_{\Delta A_0B_0C_0} = 14{,}32$ FE für $x = 3{,}67$

4 | **L 4, K 2, K 5**

RAUMGEOMETRIE

A 3.1 $\overline{CD} = \sqrt{9{,}5^2 + 9{,}5^2 - 2 \cdot 9{,}5 \cdot 9{,}5 \cdot \cos 104°}$ cm $\qquad \overline{CD} = 15{,}0$ cm

$\sin \frac{\sphericalangle CFD}{2} = \frac{\overline{EM}}{\overline{EF}} \qquad \overline{EM} = 3{,}0$ cm

2 | **L 2, K 2, K 5**

A 3.2 $O = \overline{EM} \cdot \overline{EA} \cdot \pi + \frac{1}{2} \cdot \overline{DC} \cdot \overline{DF} \cdot \pi - \overline{EM} \cdot \overline{EF} \cdot \pi + \left(\frac{\overline{CD}}{2}\right)^2 \cdot \pi$

$\overline{EA} = \sqrt{14{,}5^2 + 3{,}0^2}$ cm $\qquad \overline{EA} = 14{,}8$ cm

$O = \left(3{,}0 \cdot 14{,}8 + 0{,}5 \cdot 15{,}0 \cdot 9{,}5 - 3{,}0 \cdot 3{,}8 + \left(\frac{15}{2}\right)^2\right) \cdot \pi \ \text{cm}^2 \qquad O = 504{,}2\ \text{cm}^2$

3 | **L 3, K 2, K 5**

19

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Prüfungsdauer:
150 Minuten

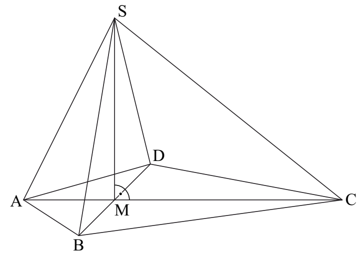
Abschlussprüfung 2013

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

B 1.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, deren Grundfläche das Drachenviereck ABCD mit der Symmetrieachse AC ist. Die Spitze S der Pyramide ABCDS liegt senkrecht über dem Diagonalenschnittpunkt M des Drachenvierecks ABCD.



Es gilt: $\overline{AC} = 14\text{ cm}$; $\overline{BD} = 9\text{ cm}$; $\overline{AM} = 4\text{ cm}$; $\overline{MS} = 8\text{ cm}$.
Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei die Strecke [AC] auf der Schrägbildachse und der Punkt A links vom Punkt C liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.
Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke [CS] und das Maß des Winkels SCA.
[Ergebnisse: $\overline{CS} = 12{,}81\text{ cm}$; $\sphericalangle SCA = 38{,}66°$] 4 P

B 1.2 Punkte $F_n \in [MC]$ sind die Mittelpunkte der Strecken $[E_nG_n]$ mit $[E_nG_n] \parallel [BD]$.
Es gilt: $E_n \in [BC]$, $G_n \in [DC]$ und $\overline{MF_n} = x\text{ cm}$ mit $0 < x < 10$; $x \in \mathbb{R}$.
Zeichnen Sie für $x = 4$ die Strecke $[E_1G_1]$ in das Schrägbild zu 1.1 ein und berechnen Sie sodann die Länge der Strecken $[E_nG_n]$ in Abhängigkeit von x.
[Ergebnis: $\overline{E_nG_n}(x) = (-0{,}9x + 9)\text{ cm}$] 2 P

B 1.3 Die Strecken $[E_nG_n]$ legen zusammen mit dem Punkt A Dreiecke AE_nG_n fest. Sie sind Grundflächen von neuen Pyramiden AE_nG_nS.
Zeichnen Sie die Pyramide AE_1G_1S in das Schrägbild zu 1.1 ein und zeigen Sie sodann rechnerisch, dass für das Volumen der Pyramiden AE_nG_nS in Abhängigkeit von x gilt: $V(x) = (-1{,}2x^2 + 7{,}2x + 48)\text{ cm}^3$. 3 P

B 1.4 Die Pyramide AE_2G_2S besitzt unter den Pyramiden AE_nG_nS das maximale Volumen. Berechnen Sie den zugehörigen Wert für x und das Volumen der Pyramide AE_2G_2S. 2 P

B 1.5 Das Volumen der Pyramide AE_3G_3S ist um 75 % kleiner als das Volumen der Pyramide ABCDS. Ermitteln Sie durch Rechnung den zugehörigen Wert für x. 3 P

B 1.6 Das Dreieck SF_4C ist gleichschenklig mit der Basis [CS]. Berechnen Sie, für welchen Wert von x man dieses Dreieck erhält. 3 P

Bitte wenden!

Lösungsmuster und Bewertung

Abschlussprüfung 2013

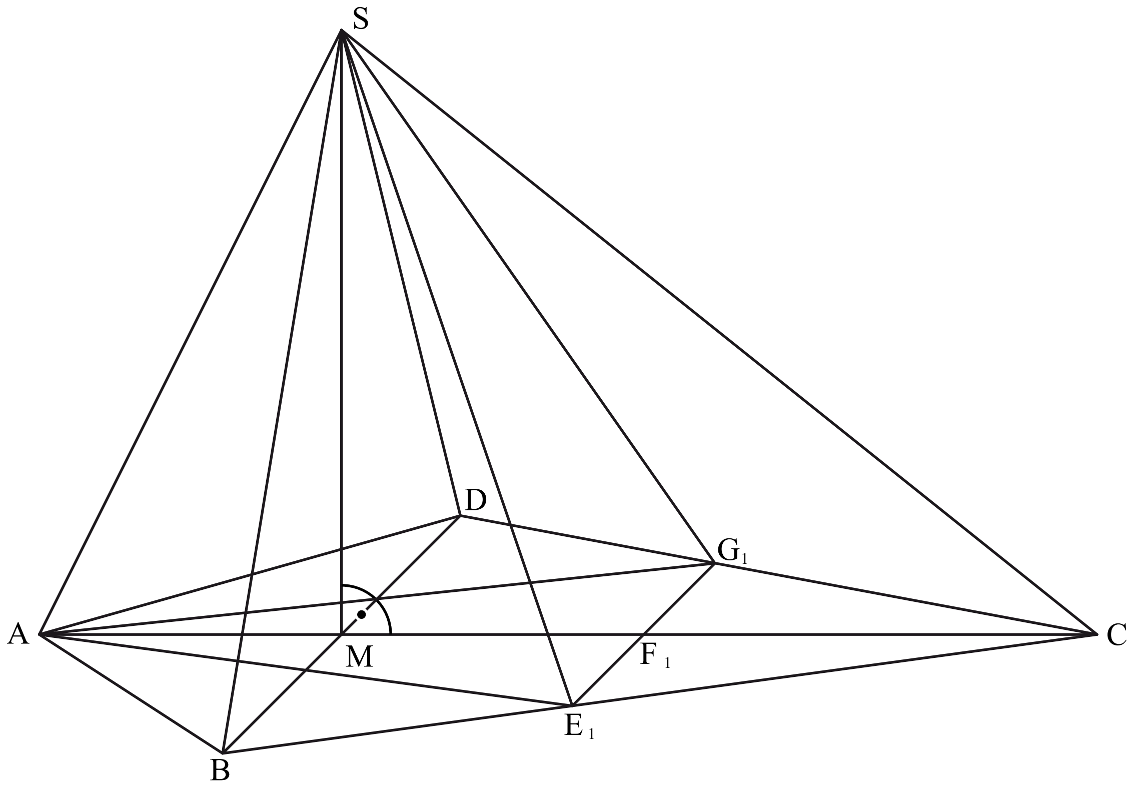
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

Raumgeometrie

B 1.1



L 3 K 4

$\overline{CS} = \sqrt{8^2 + (14-4)^2}\ \text{cm}$ $\qquad$ $\overline{CS} = 12{,}81\ \text{cm}$

$\tan \sphericalangle SCA = \dfrac{8}{14-4}$ $\qquad$ $\sphericalangle SCA = 38{,}66°$ $\qquad$ 4 $\quad$ L 2 K 5

B 1.2 Einzeichnen der Strecke $[E_1G_1]$ $\qquad$ L 3 K 4

$\dfrac{\overline{E_nG_n}(x)}{9\ \text{cm}} = \dfrac{(14-4-x)\,\text{cm}}{(14-4)\,\text{cm}}$ $\qquad$ $x \in]0; 10[;\ x \in \mathbb{R}$ $\qquad$ $\overline{E_nG_n}(x) = (-0{,}9x + 9)\ \text{cm}$ $\qquad$ 2 $\quad$ L 2 K 2 K 5

B 1.3 Einzeichnen der Pyramide AE_1G_1S $\qquad$ L 3 K 4

$V = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{1}{2} \cdot \overline{E_nG_n} \cdot \left(\overline{AM} + \overline{MF_n}\right) \cdot \overline{MS}$

$V(x) = \left(\dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{1}{2} \cdot (-0{,}9x + 9) \cdot (4 + x) \cdot 8\right) \text{cm}^3$ $\qquad$ $x \in]0; 10[;\ x \in \mathbb{R}$

…

$V(x) = \left(-1{,}2x^2 + 7{,}2x + 48\right) \text{cm}^3$ $\qquad$ 3 $\quad$ L 3 K 2 K 5

B 1.4	$V(x) = \left(-1{,}2x^2 + 7{,}2x + 48\right)\,\text{cm}^3$ $x \in]0;10[;\ x \in \mathbb{R}$ $\ldots$ $V_{max} = 58{,}8\,\text{cm}^3$ für $x = 3$	2	L 4 K 2 K 5
B 1.5	$V_{ABCDS} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 14 \cdot 9 \cdot 8\,\text{cm}^3$ $V_{ABCDS} = 168\,\text{cm}^3$ $\left(1 - 0{,}75\right) \cdot 168\,\text{cm}^3 = \left(-1{,}2x^2 + 7{,}2x + 48\right)\,\text{cm}^3$ $x \in]0;10[;\ x \in \mathbb{R}$ $\ldots$ $\Leftrightarrow\ x = 6{,}74 \quad (\vee \quad x = -0{,}74)$ $\mathbb{L} = \{6{,}74\}$	3	L 4 K 2 K 5
B 1.6	$\overline{F_4C} = \overline{SF_4}$ $10 - x = \sqrt{x^2 + 8^2}$ $x \in]0;10[;\ x \in \mathbb{R}$ $\ldots$ $\Rightarrow\ x = 1{,}8$ $\mathbb{L} = \{1{,}8\}$	3	L 2 K 2 K 5
		17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Abschlussprüfung 2013

an den Realschulen in Bayern

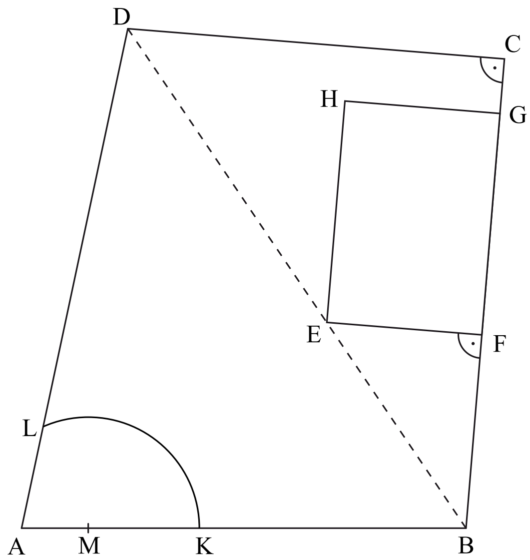
Mathematik II

Aufgabe B 2 **Nachtermin**

B 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt den Plan eines viereckigen Grundstücks ABCD. Das Rechteck EFGH stellt die Grundfläche einer Doppelhaushälfte dar, wobei $[FG] \subset [BC]$ und $E \in [BD]$.

Es gilt:
$\overline{AB} = 20,00\text{ m}$; $\overline{AD} = 23,00\text{ m}$; $\overline{DC} = 17,00\text{ m}$;
$\sphericalangle BAD = 78°$; $\sphericalangle DCB = 90°$; $\overline{EF} = 7,00\text{ m}$;
$\overline{FG} = 10,00\text{ m}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



B 2.1 Zeichnen Sie das Viereck ABCD mit dem Rechteck EFGH im Maßstab $1:200$. 4 P

B 2.2 Von der Hausecke E zur Grundstücksecke B verläuft ein Entwässerungsrohr. Berechnen Sie die Länge der Strecke [BE].
[Ergebnisse: $\overline{BD} = 27,16\text{ m}$; $\overline{BE} = 11,18\text{ m}$] 3 P

B 2.3 Bestimmen Sie rechnerisch den Abstand der Hauswand [HG] von der Grundstückgrenze [DC].
[Teilergebnis: $\overline{BC} = 21,18\text{ m}$] 2 P

B 2.4 An der Ecke A des Grundstücks soll ein Gartenteich angelegt werden. Im Plan zeigt die Figur AKL, die von den Strecken [LA], [AK] sowie dem Kreisbogen $\overset{\frown}{KL}$ mit dem Mittelpunkt M begrenzt wird, die Lage des Gartenteichs.
Dabei gilt: $L \in [AD]$; $K \in [AB]$; $M \in [AB]$; $\overline{AM} = 3,00\text{ m}$; $\overline{MK} = \overline{ML} = 5,00\text{ m}$.
Zeichnen Sie den Punkt M und den Kreisbogen $\overset{\frown}{KL}$ in die Zeichnung zu 2.1 ein.
Berechnen Sie sodann den Flächeninhalt der Figur AKL.
[Ergebnisse: $\sphericalangle LMA = 66,06°$; $A_{AKL} = 31,71\text{ m}^2$] 5 P

B 2.5 Bestimmen Sie rechnerisch den prozentualen Anteil der Restfläche des Grundstücks (ohne Haus und Gartenteich) an der Gesamtfläche des Grundstücks ABCD. Runden Sie auf ganze Prozent. 3 P

Lösungsmuster und Bewertung

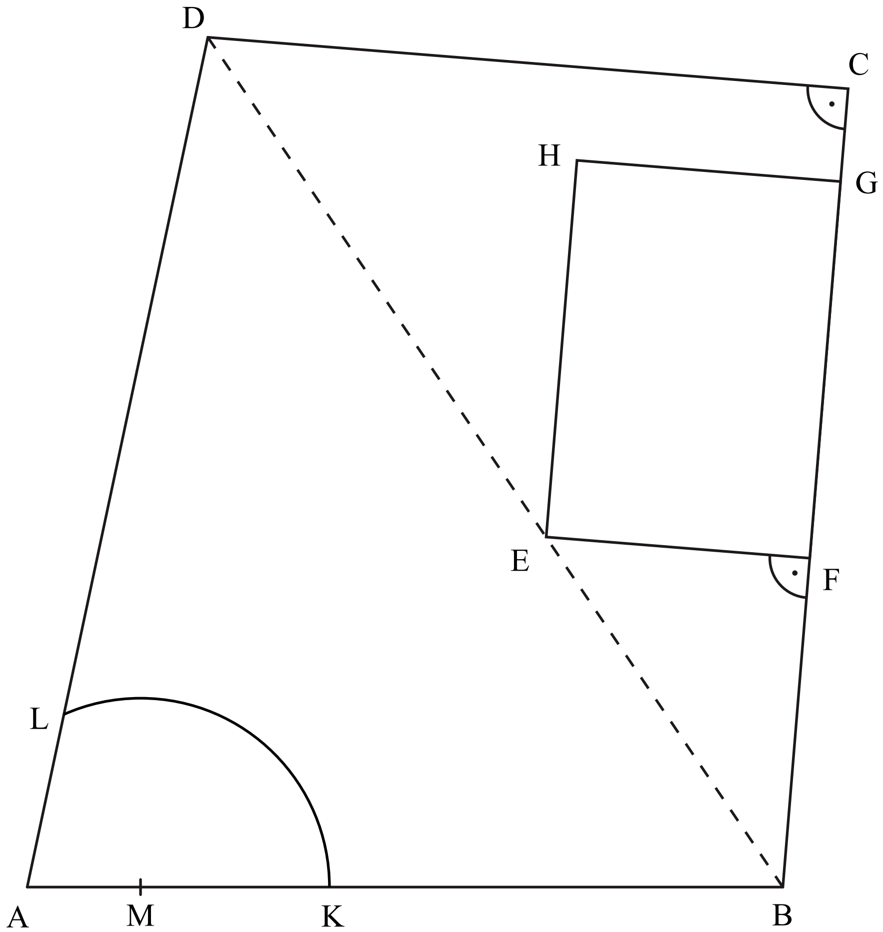
Abschlussprüfung 2013
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 2 **Nachtermin**

EBENE GEOMETRIE

B 2.1



4 L 3 K 4

B 2.2 $\dfrac{\overline{BE}}{\overline{BD}} = \dfrac{\overline{EF}}{\overline{DC}}$

$\overline{BD} = \sqrt{20{,}00^2 + 23{,}00^2 - 2 \cdot 20{,}00 \cdot 23{,}00 \cdot \cos 78°}\ \text{m}$ $\quad\overline{BD} = 27{,}16\,\text{m}$

$\dfrac{\overline{BE}}{27{,}16\,\text{m}} = \dfrac{7{,}00\,\text{m}}{17{,}00\,\text{m}}$ $\quad\overline{BE} = 11{,}18\,\text{m}$

3 L 2 K 2 K 5

B 2.3 $\overline{GC} = \overline{BC} - \overline{BF} - \overline{FG}$

$\overline{BC} = \sqrt{27{,}16^2 - 17{,}00^2}\ \text{m}$ $\quad\overline{BC} = 21{,}18\,\text{m}$

$\overline{BF} = \sqrt{11{,}18^2 - 7{,}00^2}\ \text{m}$ $\quad\overline{BF} = 8{,}72\,\text{m}$

$\overline{GC} = 2{,}46\,\text{m}$

Der Abstand der Hauswand von der Grundstücksgrenze beträgt $2{,}46\ \text{m}$.

2 L 2 K 3 K 5

B 2.4 Einzeichnen des Punktes M und des Kreisbogens $\overset{\frown}{KL}$		L 3 K 4
$A_{AKL} = A_{\Delta AML} + A_{Sektor\,KML}$ $A_{AKL} = \frac{1}{2}\cdot\overline{AM}\cdot\overline{ML}\cdot\sin\sphericalangle LMA + \frac{\sphericalangle KML}{360°}\cdot\overline{MK}^2\cdot\pi$ $\frac{\sin\sphericalangle ALM}{3{,}00\,m} = \frac{\sin 78°}{5{,}00\,m}$ $\quad\sphericalangle ALM = 35{,}94°$ $\sphericalangle LMA = 180° - 78° - 35{,}94°$ $\quad\sphericalangle LMA = 66{,}06°$ $\sphericalangle KML = 180° - 66{,}06°$ $\quad\sphericalangle KML = 113{,}94°$ $A_{AKL} = \left(\frac{1}{2}\cdot 3{,}00\cdot 5{,}00\cdot\sin 66{,}06° + \frac{113{,}94°}{360°}\cdot 5{,}00^2\cdot\pi\right)m^2$ $\quad A_{AKL} = 31{,}71\,m^2$	5	L 3 K 2 K 5
B 2.5 $A_{Restfl.} = A_{ABCD} - A_{AKL} - A_{EFGH}$ $A_{ABCD} = \left(\frac{1}{2}\cdot 20{,}00\cdot 23{,}00\cdot\sin 78° + \frac{1}{2}\cdot 17{,}00\cdot 21{,}18\right)m^2$ $\quad A_{ABCD} = 405{,}00\ m^2$ $A_{Restfl.} = (405{,}00 - 31{,}71 - 10{,}00\cdot 7{,}00)\,m^2$ $\quad A_{Restfl.} = 303{,}29\ m^2$ $\frac{A_{Restfl.}}{A_{ABCD}} = \frac{303{,}29}{405{,}00}$ $\quad \frac{A_{Restfl.}}{A_{ABCD}} = 0{,}75$		L 2 K 2 K 5
Der prozentuale Anteil beträgt $75\,\%$.	3	L 1 K 5
	17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.