Extremwertprobleme und Funktionsgraphen (Rechtecksflächen)

H. Wuschke

Aufgabe A1.4 Abitur 2010

Gegeben ist die Funktion f durch die Gleichung

$$f(x) = -\frac{1}{27}x^3 + 3x \quad \text{mit } x \in \mathbb{R}$$

Der Graph von f ist K.

Auf dem Graphen K ist ein Punkt $P\,(r|f(r))$ mit $r \in \mathbb{R}, 0 < r < 9$ gegeben.
Durch P werden Parallelen zu den Koordinatenachsen gelegt.
Diese Parallelen und die Koordinatenachsen begrenzen ein Rechteck.
Bestimmen Sie die Koordinaten von P so, dass der Flächeninhalt dieses Rechtecks maximal wird.

Geben Sie den maximalen Flächeninhalt an.

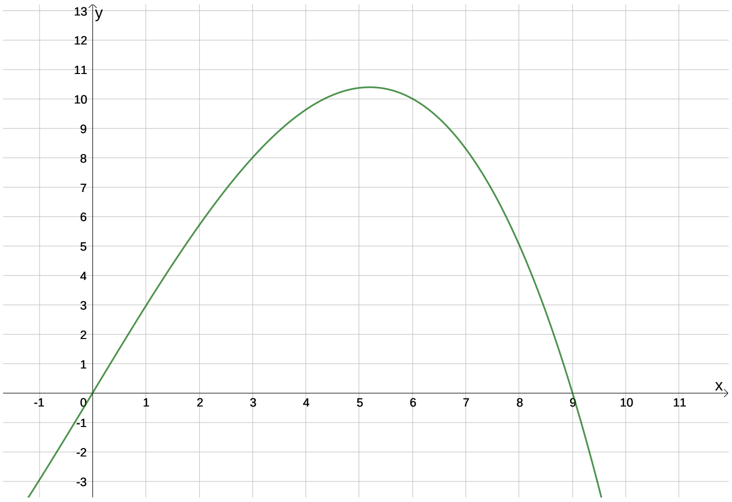

Abbildung 1: Funktionsdarstellung

Für den Flächeninhalt des Rechtecks gilt: $A(r) = r \cdot f(r)) - \frac{1}{27}r^4 + 3r^2$

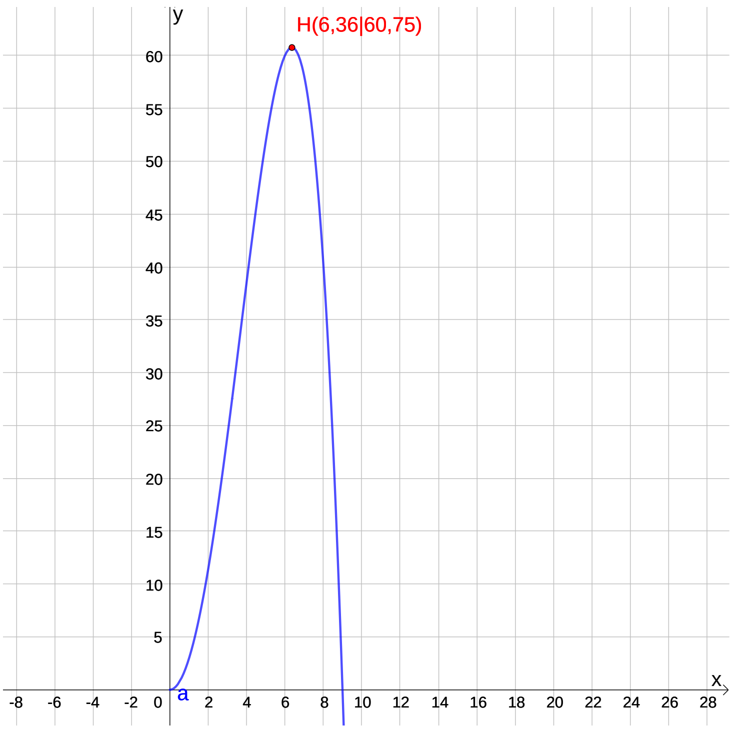

Abbildung 2: Hochpunkt der Flächenfunktion

Der Hochpunkt von $A(r)$ liegt bei $H(6,36|60,75)$, d.h. der maximale Flächeninhalt ist 60,75 FE für einen Wert von $a = 6,36$.

Der Punkt P liegt bei $P(6,36|f(6,36))$ bzw. $P(6,36|9,55)$