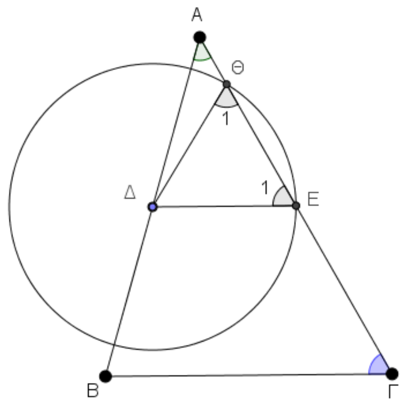
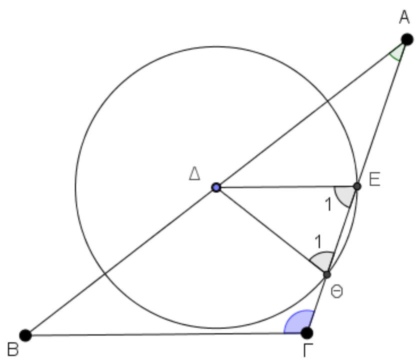
Απόδειξη:

Διακρίνουμε 2 περιπτώσεις:



Σχήμα 1

$1^{η}$: Το σημείο Θ να είναι εσωτερικό του τμήματος ΑΕ (σχήμα 1): Τότε από το ισοσκελές τρίγωνο ΔΘΕ θα ισχύει: $\widehat{\Theta}_1 = \widehat{E}_1$ και επίσης $\widehat{\Gamma} = \widehat{E}_1$ και $\widehat{\Theta}_1 > \widehat{A}$ ως εξωτερική γωνία του τριγώνου ΑΔΘ. Επομένως θα πρέπει τελικά $\widehat{\Gamma} > \widehat{A}$.



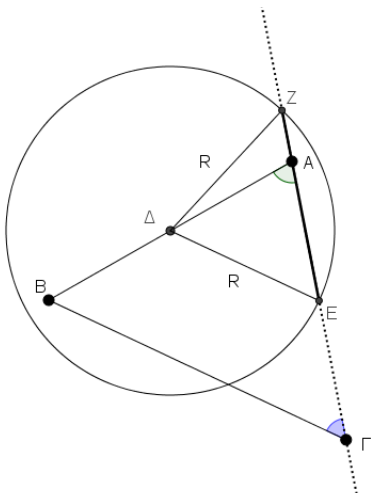
Σχήμα 2

$2^{η}$: Το σημείο Θ να είναι εξωτερικό του τμήματος ΑΕ (σχήμα 2 **(SOS..** Η απόδειξη **δεν** είναι αντίστοιχη**)**

Έχουμε ότι $\widehat{E}_1 > \widehat{A}$ ως εξωτερική γωνία του τριγώνου ΑΔΕ και οξεία ως γωνία βάσης του ισοσκελούς τριγώνου ΔΘΕ.

Επίσης: $\widehat{\Gamma} = A\widehat{E}\Delta > \widehat{E}_1 > \widehat{A}$, ο.ε.δ

Σχόλιο: *Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει και το αντίστροφο.*



Αν $\widehat{\Gamma} > \widehat{A}$ και $\widehat{\Gamma} \neq 90^\circ$, τότε να αποδειχθεί ότι ο κύκλος $\left(\Delta, \dfrac{B\Gamma}{2}\right)$ τέμνει και σε $2^{ο}$ εσωτερικό σημείο εκτός του μέσου Ε την ΑΓ.

Απόδειξη:

Αρχικά, ο κύκλος $\left(\Delta, \dfrac{B\Gamma}{2}\right)$ τέμνει την ευθεία ΑΓ πάντα σε 2 σημεία αφού η απόσταση του Δ από την ΑΓ θα είναι πάντα μικρότερη ή ίση από το ΔΕ. Αν τώρα το $2^{ο}$ σημείο τομής Ζ είναι εξωτερικό του ΑΓ, τότε η γωνία Α ως εξωτερική του τριγώνου ΑΔΖ θα είναι:

$\widehat{A} > \widehat{Z} = A\widehat{E}\Delta = \widehat{\Gamma}$ που είναι άτοπο από την υπόθεση!

Άρα το $2^{ο}$ σημείο τομής Ζ είναι εσωτερικό του ΑΓ.