Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2011
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Name: ______________________ Vorname: ______________________

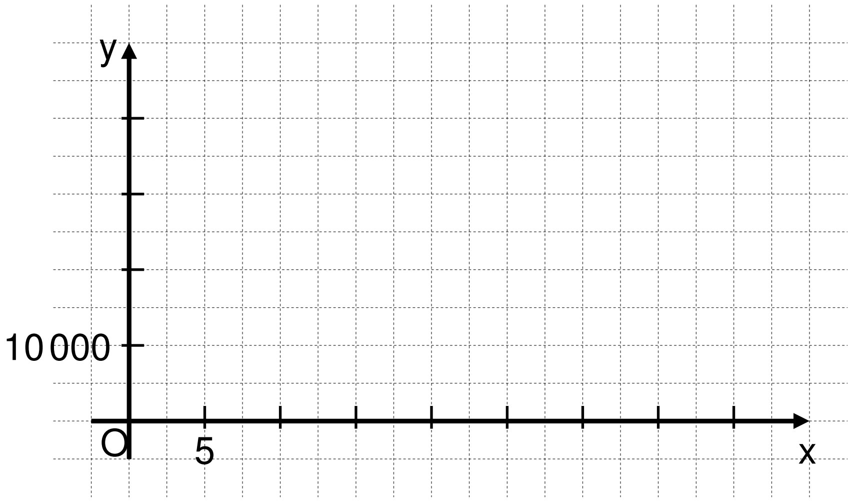
Klasse: ____________ Platzziffer: ____________ Punkte: ____________

Aufgabe A 1 **Haupttermin**

A 1.0 In Deutschland wächst derzeit mehr Holz nach als geschlagen wird. Der Besitzer eines Waldes mit einem Holzbestand von $5\,000\text{ m}^3$ rechnet mit einer jährlichen Wachstumsrate von 4,5%. Der Holzbestand y m^3 nach x Jahren lässt sich demzufolge durch die Funktion f mit der Gleichung $y = 5\,000 \cdot 1{,}045^x$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$ beschreiben.

A 1.1 Ergänzen Sie die Wertetabelle auf Tausender gerundet.
Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f in das Koordinatensystem. 2 P

x	0	10	20	25	30	35	40
$5\,000 \cdot 1{,}045^x$							



A 1.2 Geben Sie mithilfe des Graphen zu f an, nach wie vielen Jahren der Holzbestand erstmals mehr als $10\,000\text{ m}^3$ ist. 1 P

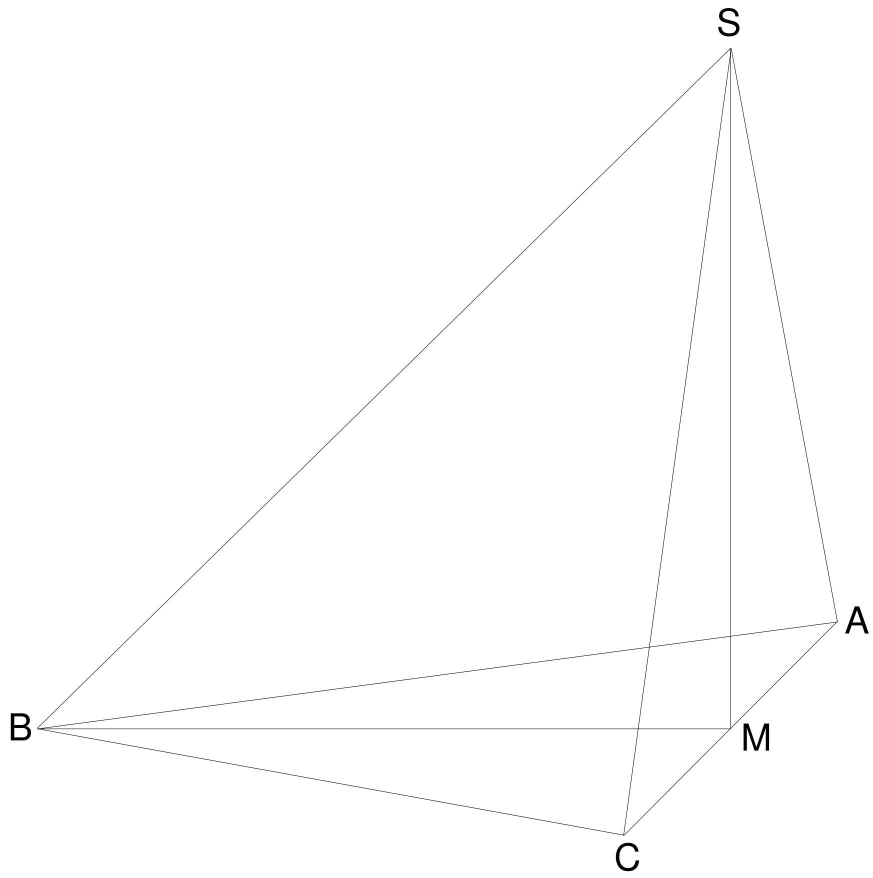
A 1.3 Berechnen Sie, auf Kubikmeter gerundet, um wie viel der Holzbestand nach 32 Jahren gestiegen ist. 2 P

A 2.0 Das gleichschenklige Dreieck ABC mit der Basis [AC] ist die Grundfläche einer Pyramide ABCS. Die Spitze S der Pyramide ABCS liegt senkrecht über dem Mittelpunkt M der Strecke [AC].

Es gilt: $\overline{AC} = 8\text{ cm}$; $\overline{AB} = 10\text{ cm}$; $\overline{MS} = 9\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

In der Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.



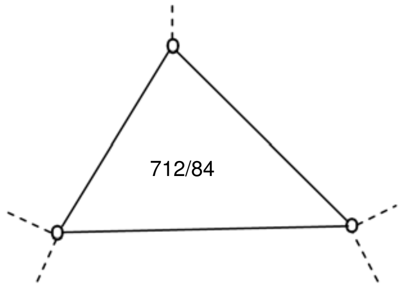
A 2.1 Ermitteln Sie durch Rechnung die Länge der Strecken [BM] und [BS] sowie das Maß φ des Winkels MBS.

[Ergebnisse: $\overline{BM} = 9{,}17\text{ cm}$; $\overline{BS} = 12{,}85\text{ cm}$; $\varphi = 44{,}46°$] 3 P

A 2.2 Punkte P_n liegen auf der Strecke [BS] mit $\overline{BP_n} = x\ \text{cm}$, $0 < x < 12{,}85$; $x \in \mathbb{R}$. Sie sind die Spitzen von Pyramiden $CASP_n$.
Zeichnen Sie für $x = 4$ die Pyramide $CASP_1$ und die zugehörige Höhe $[P_1F_1]$, deren Fußpunkt F_1 auf der Strecke [MS] liegt, in das Schrägbild zu 2.0 ein.
Berechnen Sie sodann das Volumen der Pyramide $CASP_1$. 4 P

A 2.3 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecken $[MP_n]$ in Abhängigkeit von x gilt:
$\overline{MP_n}(x) = \sqrt{x^2 - 13{,}09x + 84{,}09}\ \text{cm}$. 2 P

A 3 Frau Recht-Eck möchte ihr Grundstück mit der Flur-Nr. 712/84 (siehe nebenstehende Skizze), welches die Seitenlängen 60,00 m, 70,00 m und 80,00 m hat, gegen ein rechteckiges Grundstück mit dem gleichen Flächeninhalt eintauschen.
Die Länge des rechteckigen Grundstücks soll 1,5-mal so groß wie die Breite sein.



Berechnen Sie die Seitenlängen des rechteckigen Grundstücks. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 5 P

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2011

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 1 **Haupttermin**

B 1.0 Die Parabel p verläuft durch die Punkte $P(5\,|\,-1)$ und $Q(-2\,|\,0,75)$. Sie hat eine Gleichung der Form $y = ax^2 + bx + 2,75$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ und $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$; $b \in \mathbb{R}$.
Die Gerade g hat die Gleichung $y = -0,5x + 5$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

B 1.1 Zeigen Sie durch Berechnung der Werte für a und b, dass die Parabel p die Gleichung $y = -0,25x^2 + 0,5x + 2,75$ hat.
Zeichnen Sie die Parabel p sowie die Gerade g für $x \in [-4; 7]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-5 \leqq x \leqq 8$; $-7 \leqq y \leqq 8$. 4 P

B 1.2 Punkte $A_n(x\,|\,-0,25x^2 + 0,5x + 2,75)$ auf der Parabel p und Punkte $C_n(x\,|\,-0,5x + 5)$ auf der Geraden g haben dieselbe Abszisse x. Sie sind zusammen mit Punkten B_n und D_n die Eckpunkte von Rauten $A_nB_nC_nD_n$ mit $\overline{B_nD_n} = 5$ LE.
Zeichnen Sie für $x = -1$ die Raute $A_1B_1C_1D_1$ und für $x = 3,5$ die Raute $A_2B_2C_2D_2$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

B 1.3 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Länge der Diagonalen $[A_nC_n]$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt:
$\overline{A_nC_n}(x) = (0,25x^2 - x + 2,25)$ LE. 1 P

B 1.4 Unter den Diagonalen $[A_nC_n]$ hat die Diagonale $[A_0C_0]$ die minimale Länge.
Berechnen Sie den zugehörigen Wert von x und die Länge der Diagonale $[A_0C_0]$.
Begründen Sie sodann, dass es unter den Rauten $A_nB_nC_nD_n$ keine Raute mit dem Flächeninhalt 3 FE gibt. 3 P

B 1.5 Die Rauten $A_3B_3C_3D_3$ und $A_4B_4C_4D_4$ sind Quadrate.
Ermitteln Sie durch Rechnung die Koordinaten der Punkte A_3 und A_4. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 3 P

B 1.6 Die Diagonalen der Rauten $A_5B_5C_5D_5$ und $A_6B_6C_6D_6$ schneiden sich jeweils auf der x-Achse.
Berechnen Sie die x-Koordinaten der Punkte A_5 und A_6. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 4 P

Bitte wenden!

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2011
an den Realschulen in Bayern

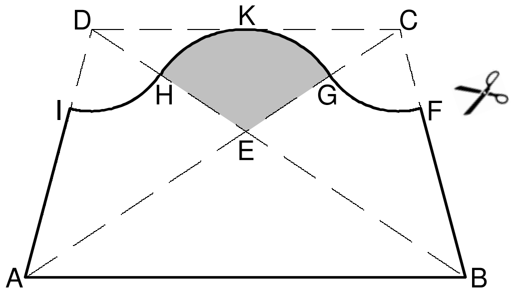
Mathematik II

Aufgabe B 2 **Haupttermin**

B 2.0

Selbst gebasteltes Tischset aus Filz

Die nebenstehende Skizze zeigt die Bastelvorlage für solch ein Tischset. Die Grundfigur ist ein gleichschenkliges Trapez ABCD mit $AB \parallel CD$. Der Schnittpunkt der beiden Diagonalen [AC] und [BD] ist der Punkt E. Die „Ausschneidelinie“ verläuft entlang dreier Kreisbögen.



Es gilt:

- Der Kreisbogen $\overset{\frown}{GH}$ mit $G \in [EC]$ und $H \in [ED]$ hat den Mittelpunkt E und berührt die Seite [CD] im Punkt K.
- Der Kreisbogen $\overset{\frown}{GF}$ mit $F \in [BC]$ hat den Mittelpunkt C.
- Der Kreisbogen $\overset{\frown}{IH}$ mit $I \in [AD]$ hat den Mittelpunkt D.

Ferner gilt: $\overline{AB} = 60{,}0\,\text{cm}$; $\overline{AD} = 35{,}0\,\text{cm}$; $\sphericalangle BAD = 75°$.

Runden Sie im Folgenden auf eine Stelle nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie das Trapez ABCD mit den Kreisbögen $\overset{\frown}{IH}$, $\overset{\frown}{GH}$ und $\overset{\frown}{GF}$ im Maßstab $1:5$. 2 P

B 2.2 Vor dem Ausschneiden werden einzelne Maße überprüft.
Berechnen Sie die Länge der Strecke [AC], das Maß des Winkels BAC sowie die Länge der Strecke [CD].
[Ergebnisse: $\overline{AC} = 61{,}1\,\text{cm}$; $\sphericalangle BAC = 33{,}6°$; $\overline{CD} = 41{,}8\,\text{cm}$] 4 P

B 2.3 Ein Teil des Tischsets wird farblich abgesetzt.
Ermitteln Sie durch Rechnung die Länge der Strecke [EK] sowie den Flächeninhalt des Kreissektors, der durch die Strecken [HE] und [EG] sowie den Kreisbogen $\overset{\frown}{GH}$ begrenzt wird.
[Ergebnisse: $\overline{EK} = 13{,}9\,\text{cm}$; $A_{\text{Sektor GEH}} = 190{,}2\,\text{cm}^2$] 3 P

B 2.4 Das Tischset wird mit einer Borte eingefasst.
Bestimmen Sie rechnerisch den Umfang u der Figur, die durch die Strecken [IA], [AB] und [BF] sowie die Kreisbögen $\overset{\frown}{GF}$, $\overset{\frown}{GH}$ und $\overset{\frown}{IH}$ begrenzt wird. 4 P

B 2.5 Das fertig gebastelte Set liegt ausgebreitet auf einem Tisch.
Berechnen Sie den Flächeninhalt A der vom Tischset bedeckten Fläche.
[Teilergebnis: $A_{\text{Sektor GCF}} = 78{,}2\,\text{cm}^2$] 4 P

Bitte wenden!

Lösungsmuster
und Bewertung

Abschlussprüfung 2011

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

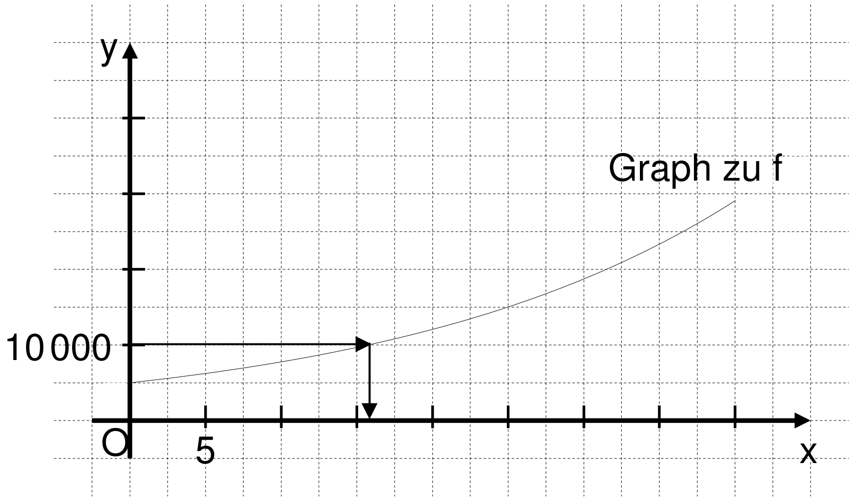
Aufgaben A 1 - 3 **Haupttermin**

FUNKTIONEN

A 1.1 L4 K5

x	0	10	20	25	30	35	40
$5\,000 \cdot 1{,}045^x$	$5\,000$	$8\,000$	$12\,000$	$15\,000$	$19\,000$	$23\,000$	$29\,000$

L4 K4



2

A 1.2 $y = 10\,000$ $x = 16$ (im Rahmen der Ablesegenauigkeit) Nach 16 Jahren. L4 K4

1

A 1.3 $y = 5\,000 \cdot 1{,}045^{32}$ $y = 20\,450$ L4 K2 K5

$20\,450 - 5\,000 = 15\,450$

Nach 32 Jahren ist der Holzbestand um $15\,450\ \text{m}^3$ gestiegen.

2

RAUMGEOMETRIE

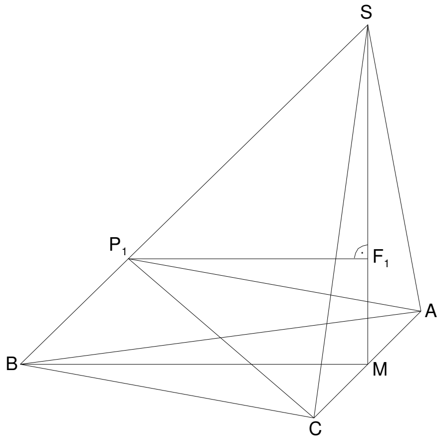
A 2.1 $\overline{BM} = \sqrt{10^2 - \left(\frac{1}{2} \cdot 8\right)^2}\ \text{cm}$ $\overline{BM} = 9{,}17\ \text{cm}$ L2 K5

$\overline{BS} = \sqrt{9^2 + 9{,}17^2}\ \text{cm}$ $\overline{BS} = 12{,}85\ \text{cm}$

$\sin\varphi = \dfrac{9\ \text{cm}}{12{,}85\ \text{cm}}$ $\varphi = 44{,}46°$ $\varphi \in \left]0°; 90°\right[$

3

A 2.2 Zeichnung im Maßstab 1 : 2



$$V_{\text{Pyramide CASP}_1} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{MS} \right) \cdot \overline{P_1F_1}$$

$$\frac{\overline{P_1F_1}}{9{,}17 \text{ cm}} = \frac{(12{,}85 - 4) \text{ cm}}{12{,}85 \text{ cm}} \qquad \overline{P_1F_1} = 6{,}32 \text{ cm}$$

$$V_{\text{Pyramide CASP}_1} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 9 \right) \cdot 6{,}32 \text{ cm}^3 \qquad V_{\text{Pyramide CASP}_1} = 75{,}84 \text{ cm}^3$$

4

L3 K4 | L2 K2 K5

A 2.3 $\overline{MP_n}(x) = \sqrt{9{,}17^2 + x^2 - 2 \cdot 9{,}17 \cdot x \cdot \cos 44{,}46°} \text{ cm} \qquad 0 < x < 12{,}85; \; x \in \mathbb{R}$

$$\overline{MP_n}(x) = \sqrt{x^2 - 13{,}09x + 84{,}09} \text{ cm}$$

2

L4 K5

EBENE GEOMETRIE

A 3 Das rechteckige Grundstück habe die Länge a und die Breite b;
φ sei das Maß des Winkels, welcher der längsten Seite des Grundstücks mit der Flur-Nr. 712/84 gegenüberliegt.

$$a \cdot b = \frac{1}{2} \cdot 60{,}00 \cdot 70{,}00 \cdot \sin\varphi \text{ m}^2 \qquad a = 1{,}5 \cdot b$$

$$\cos\varphi = \frac{60{,}00^2 + 70{,}00^2 - 80{,}00^2}{2 \cdot 60{,}00 \cdot 70{,}00} \qquad \varphi \in \,]0°; 180°[$$

$$\varphi = 75{,}52°$$

$$1{,}5 \cdot b^2 = \frac{1}{2} \cdot 60{,}00 \cdot 70{,}00 \cdot \sin 75{,}52° \text{ m}^2$$

$$b = 36{,}82 \text{ m} \qquad a = 55{,}23 \text{ m}$$

5

L2 K2 K3 K5

19

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Lösungsmuster und Bewertung

Abschlussprüfung 2011
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 1 **Haupttermin**

FUNKTIONEN

B 1.1 $P(5|-1) \in p$ und $Q(-2|0,75) \in p$: L4 K5

$$\begin{array}{|l} -1 = a \cdot 5^2 + b \cdot 5 + 2,75 \\ \wedge \quad 0,75 = a \cdot (-2)^2 + b \cdot (-2) + 2,75 \end{array}$$

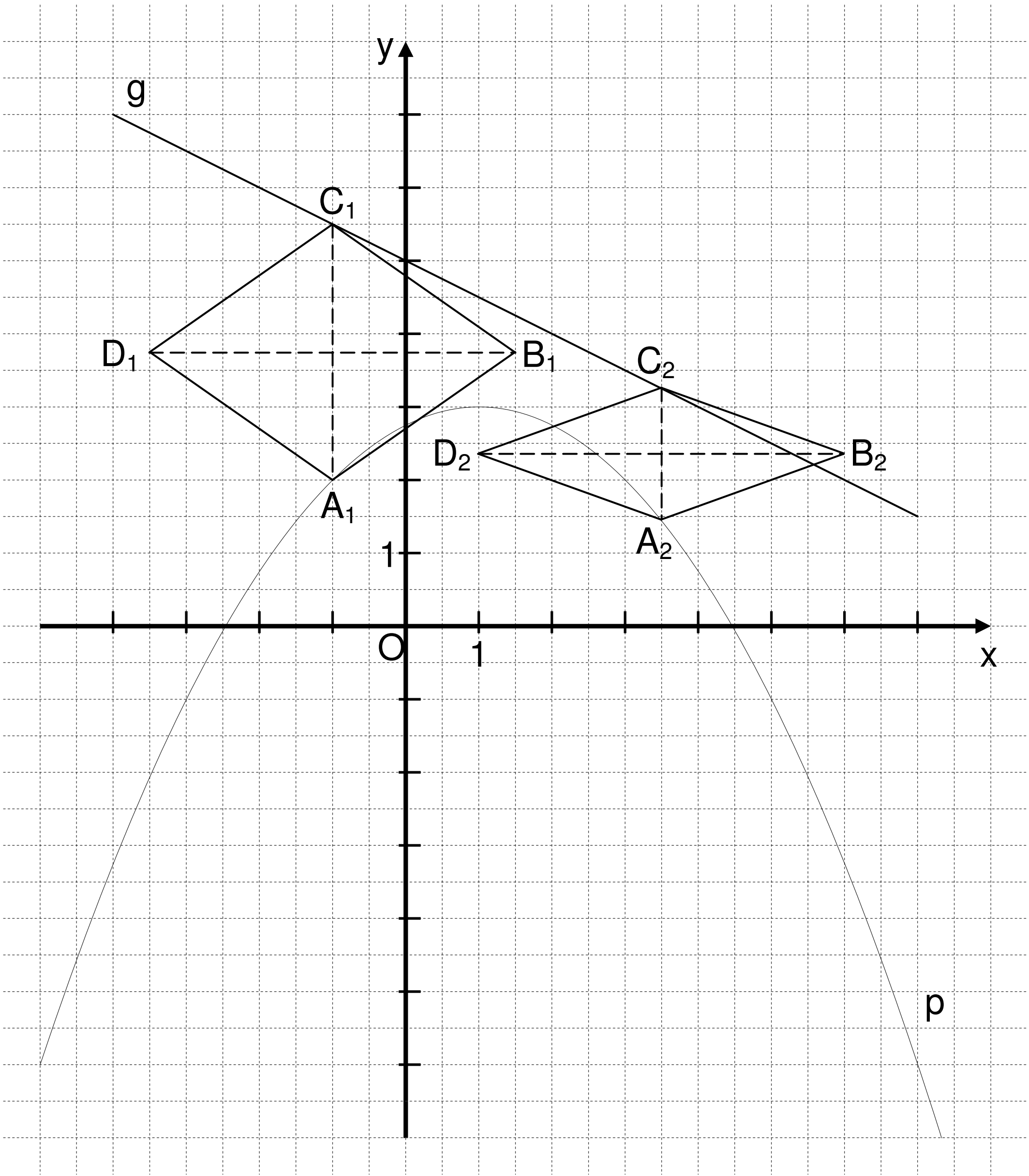
$a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$; $b \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{|l} a = -0,25 \\ \wedge \quad b = 0,5 \end{array}$$

$\mathbb{L}(a|b) = \{(-0,25|0,5)\}$

p: $y = -0,25x^2 + 0,5x + 2,75$ $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

L4 K4



B 1.2 Einzeichnen der Rauten $A_1B_1C_1D_1$ und $A_2B_2C_2D_2$	2	L3 K4
B 1.3 $\overline{A_nC_n}(x) = \left[-0,5x + 5 - (-0,25x^2 + 0,5x + 2,75)\right]$ LE $\qquad x \in \mathbb{R}$ $\overline{A_nC_n}(x) = (0,25x^2 - x + 2,25)$ LE	1	L4 K5
B 1.4 $\overline{A_nC_n}(x) = (0,25x^2 - x + 2,25)$ LE $\qquad x \in \mathbb{R}$ … Für $x = 2$ gilt: $\overline{A_0C_0} = 1,25$ LE. $A_{\text{Rauten } A_nB_nC_nD_n} = \frac{1}{2} \cdot \overline{A_nC_n} \cdot (5 \text{ LE})$ Folglich hat die Raute $A_0B_0C_0D_0$ unter den Rauten $A_nB_nC_nD_n$ den minimalen Flächeninhalt. $A_{\text{Raute } A_0B_0C_0D_0} = \frac{1}{2} \cdot 1,25 \cdot 5$ FE $A_{\text{Raute } A_0B_0C_0D_0} = 3,125$ FE $\Rightarrow$ Es gibt unter den Rauten $A_nB_nC_nD_n$ keine Raute mit dem Flächeninhalt 3 FE.	3	L4 K5 L4 K1 K5
B 1.5 $\overline{A_nC_n} = \overline{B_nD_n}$ $0,25x^2 - x + 2,25 = 5 \qquad x \in \mathbb{R}$ … $\Leftrightarrow \quad x = -1,87 \quad \vee \quad x = 5,87 \qquad \mathbb{L} = \{-1,87; 5,87\}$ z. B.: $A_3(-1,87 \mid 0,94)$; $A_4(5,87 \mid -2,93)$	3	L4 K2 K5
B 1.6 Die Punkte M_n seien die Schnittpunkte der Diagonalen der Rauten $A_nB_nC_nD_n$. $M_n\left(x \,\middle\vert\, -0,5x + 5 - \frac{1}{2} \cdot (0,25x^2 - x + 2,25)\right) \qquad x \in \mathbb{R}$ $-0,5x + 5 - \frac{1}{2} \cdot (0,25x^2 - x + 2,25) = 0 \qquad x \in \mathbb{R}$ … $\Leftrightarrow \quad x = -5,57 \quad \vee \quad x = 5,57 \qquad \mathbb{L} = \{-5,57; 5,57\}$	4	L4 K2 K5
	17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Lösungsmuster und Bewertung

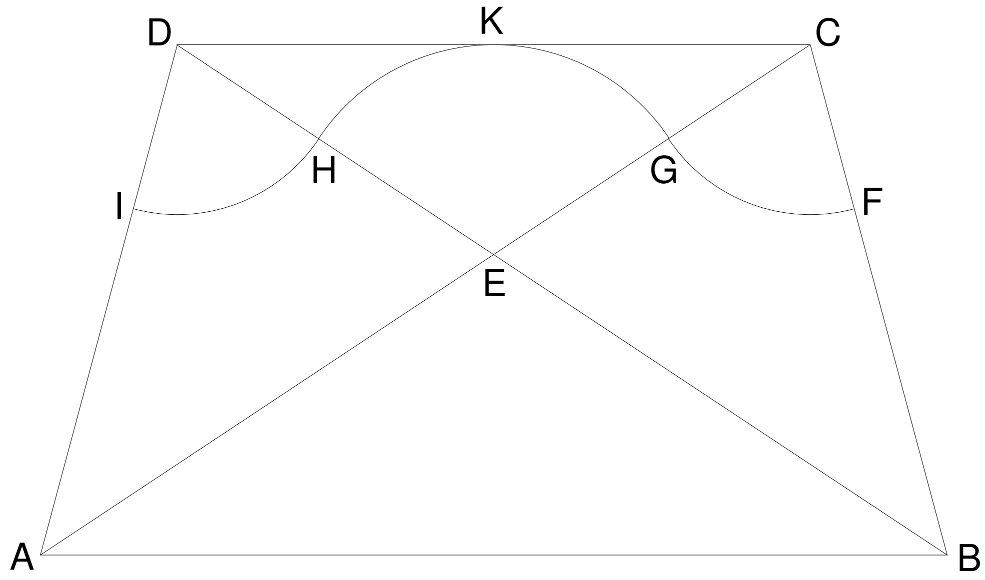
Abschlussprüfung 2011
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 2 **Haupttermin**

EBENE GEOMETRIE

B 2.1



2 | L3 K4

B 2.2 $\overline{BC} = \overline{AD}$ $\qquad$ $\overline{BC} = 35{,}0\text{ cm}$

$\sphericalangle CBA = \sphericalangle BAD$ $\qquad$ $\sphericalangle CBA = 75°$

$\overline{AC} = \sqrt{60{,}0^2 + 35{,}0^2 - 2 \cdot 60{,}0 \cdot 35{,}0 \cdot \cos 75°}\text{ cm}$ $\qquad$ $\overline{AC} = 61{,}1\text{ cm}$

$\dfrac{\sin \sphericalangle BAC}{35{,}0\text{ cm}} = \dfrac{\sin 75°}{61{,}1\text{ cm}}$ $\qquad$ $\sphericalangle BAC = 33{,}6°$ $\qquad$ $\sphericalangle BAC \in]0°;105°[$

$\overline{CD} = \sqrt{35{,}0^2 + 61{,}1^2 - 2 \cdot 35{,}0 \cdot 61{,}1 \cdot \cos(75° - 33{,}6°)}\text{ cm}$

$\overline{CD} = 41{,}8\text{ cm}$

4 | L2 K2 K5

B 2.3 $\sphericalangle DCA = \sphericalangle BAC$ $\qquad$ $\sphericalangle DCA = 33{,}6°$

$\tan 33{,}6° = \dfrac{\overline{EK}}{0{,}5 \cdot 41{,}8\text{ cm}}$ $\qquad$ $\overline{EK} = 13{,}9\text{ cm}$

$A_{\text{Sektor GEH}} = \overline{EK}^2 \cdot \pi \cdot \dfrac{\sphericalangle GEH}{360°}$

$\sphericalangle GEH = 180° - 2 \cdot 33{,}6°$ $\qquad$ $\sphericalangle GEH = 112{,}8°$

$A_{\text{Sektor GEH}} = 13{,}9^2 \cdot \pi \cdot \dfrac{112{,}8°}{360°}\text{ cm}^2$

$A_{\text{Sektor GEH}} = 190{,}2\text{ cm}^2$

3 | L2 K2 K5

B 2.4 $u = \overline{IA} + \overline{AB} + \overline{BF} + \overset{\frown}{GF} + \overset{\frown}{GH} + \overset{\frown}{IH}$ $\qquad \overline{IA} = \overline{BF}$ und $\overset{\frown}{IH} = \overset{\frown}{GF}$ $u = \overline{AB} + 2 \cdot \overline{BF} + 2 \cdot \overset{\frown}{GF} + \overset{\frown}{GH}$ $\sin 33{,}6° = \frac{13{,}9\text{ cm}}{\overline{EC}}$ $\qquad \overline{EC} = 25{,}1\text{ cm}$ $\overline{GC} = (25{,}1 - 13{,}9)\text{ cm}$ $\qquad \overline{GC} = 11{,}2\text{ cm}$ $\overline{BF} = (35{,}0 - 11{,}2)\text{ cm}$ $\qquad \overline{BF} = 23{,}8\text{ cm}$ $\sphericalangle ACB = 180° - (75° + 33{,}6°)$ $\qquad \sphericalangle ACB = 71{,}4°$ $u = \left[60{,}0 + 2 \cdot 23{,}8 + 2 \cdot \left(2 \cdot 11{,}2 \cdot \pi \cdot \frac{71{,}4°}{360°}\right) + 2 \cdot 13{,}9 \cdot \pi \cdot \frac{112{,}8°}{360°}\right]\text{ cm}$ $u = 162{,}9\text{ cm}$	4	L2 K2 K5
B 2.5 $A = A_{\text{Trapez ABCD}} - A_{\Delta DEC} - 2 \cdot A_{\text{Sektor GCF}} + A_{\text{Sektor GEH}}$ $A_{\text{Trapez ABCD}} = \left[\frac{1}{2} \cdot 60{,}0 \cdot 35{,}0 \cdot \sin 75° + \frac{1}{2} \cdot 41{,}8 \cdot 35{,}0 \cdot \sin(180° - 75°)\right]\text{cm}^2$ $A_{\text{Trapez ABCD}} = 1720{,}8\text{ cm}^2$ $A_{\Delta DEC} = \frac{1}{2} \cdot 41{,}8 \cdot 13{,}9\text{ cm}^2$ $\qquad A_{\Delta DEC} = 290{,}5\text{ cm}^2$ $A_{\text{Sektor GCF}} = 11{,}2^2 \cdot \pi \cdot \frac{71{,}4°}{360°}\text{ cm}^2$ $\qquad A_{\text{Sektor GCF}} = 78{,}2\text{ cm}^2$ $A = (1720{,}8 - 290{,}5 - 2 \cdot 78{,}2 + 190{,}2)\text{ cm}^2$ $A = 1464{,}1\text{ cm}^2$	4	L2 K2 K5
	17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2011
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

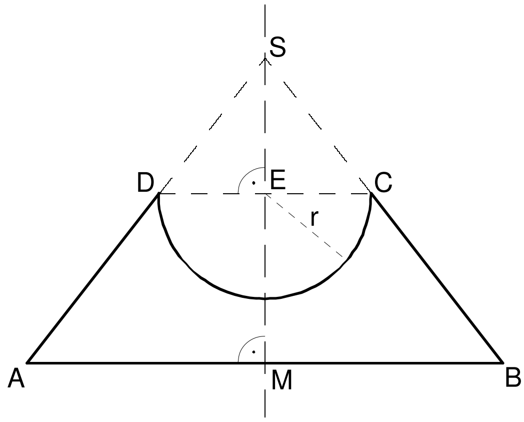
Name: ______________________ Vorname: ______________________

Klasse: ____________ Platzziffer: ____________ Punkte: ____________

Aufgabe A 1 **Nachtermin**

A 1

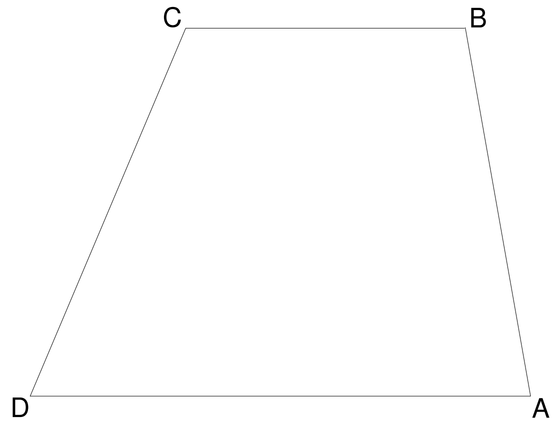
Die nebenstehende Skizze zeigt den Axialschnitt eines massiven Eierbechers aus Holz.
MS ist die Symmetrieachse.
Es gilt:
$\overline{AB} = 9{,}0\text{ cm}$; $\overline{DC} = 4{,}0\text{ cm}$;
$\sphericalangle BAD = 52°$; $r = \overline{ED} = \overline{EC}$.



Berechnen Sie das Volumen V des Eierbechers. Runden Sie auf eine Stelle nach dem Komma. 5 P

A 2.0 Gegeben ist das Trapez ABCD mit $BC \parallel AD$ und $\overline{BC} < \overline{AD}$ (siehe nebenstehende maßstabsgetreue Skizze).
Es gilt:
$\overline{AB} = 7{,}5\ \text{cm}$; $\overline{CD} = 8\ \text{cm}$;
$\overline{AD} = 10\ \text{cm}$; $\sphericalangle BAD = 80°$.

Runden Sie im Folgenden auf eine Stelle nach dem Komma.



A 2.1 Zeichnen Sie das Trapez ABCD. 1 P

A 2.2 Bestimmen Sie durch Rechnung die Länge der Strecke [BD].
[Ergebnis: $\overline{BD} = 11{,}4\ \text{cm}$] 1 P

A 2.3 Ermitteln Sie rechnerisch die Länge der Strecke [BC].
[Ergebnis: $\overline{BC} = 5{,}6\,\text{cm}$] 4 P

A 2.4 Begründen Sie, dass die Flächeninhalte der Dreiecke ABD und BCD im gleichen Verhältnis stehen wie die Längen der Seiten [AD] und [BC]. 3 P

A 3.0 In einem Labor wird Jod-124 hergestellt. Dieses zerfällt unter Aussendung radioaktiver Strahlung. Werden fünf Mikrogramm Jod-124 eingelagert, so lässt sich die nach x Tagen noch vorhandene Masse y Mikrogramm durch die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = 5 \cdot 0{,}8409^x$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$ darstellen.

A 3.1 Ergänzen Sie die Wertetabelle auf eine Stelle nach dem Komma gerundet.
Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_1 in das Koordinatensystem. 2 P

x	0	2	4	6	8	10	12
$5 \cdot 0{,}8409^x$							

A 3.2 Geben Sie mithilfe des Graphen zu f_1 an, nach wie vielen Tagen die noch vorhandene Masse erstmals weniger als drei Mikrogramm ist. 1 P

A 3.3 Jod-124 zerfällt mit einer Halbwertszeit von vier Tagen. Nach jeweils vier Tagen hat sich folglich die noch vorhandene Masse halbiert.
Kreuzen Sie an, welcher prozentuale Anteil der eingelagerten Masse Jod-124 nach 16 Tagen noch vorhanden ist. 1 P

☐ 40% ☐ 25% ☐ 16% ☐ 6,25% ☐ 0,3125% ☐ 0,25%

A 3.4 In einem Krankenhaus wurde ebenfalls Jod-124 eingelagert. Die nach x Tagen noch vorhandene Masse y Mikrogramm lässt sich hier durch die Funktion f_2 mit der Gleichung $y = 1 \cdot 0{,}8409^x$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$ darstellen.
Geben Sie an, welche Masse Jod-124 im Krankenhaus eingelagert wurde. 1 P

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2011
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

B 1.0 Die Parabel p besitzt den Scheitel $S(4|7)$. Sie hat eine Gleichung der Form $y=-0,25x^2+bx+c$ mit $\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ und $b,c\in\mathbb{R}$. Die Gerade g hat die Gleichung $y=0,5x-1$ mit $\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.

B 1.1 Zeigen Sie durch Rechnung, dass die Parabel p die Gleichung $y=-0,25x^2+2x+3$ hat.
Zeichnen Sie die Parabel p und die Gerade g für $x\in[-3;10]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4\leqq x\leqq 11$; $-6\leqq y\leqq 8$. 4 P

B 1.2 Die Parabel p und die Gerade g schneiden sich in zwei Punkten A und C.
Ermitteln Sie rechnerisch die Koordinaten der beiden Schnittpunkte.
[Teilergebnis: $x_A=-2$; $x_C=8$] 2 P

B 1.3 Punkte $D_n(x|-0,25x^2+2x+3)$ auf der Parabel p sind für $-2<x<8$ zusammen mit den Punkten A und C sowie Punkten B_n die Eckpunkte von Drachenvierecken AB_nCD_n mit der gemeinsamen Symmetrieachse g.
Zeichnen Sie das Drachenviereck AB_1CD_1 für $x=-0,5$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.
Begründen Sie, dass die Geraden B_nD_n stets die Steigung -2 haben. 2 P

B 1.4 Unter den Drachenvierecken AB_nCD_n besitzt das Drachenviereck AB_0CD_0 den maximalen Flächeninhalt.
Berechnen Sie den Flächeninhalt des Drachenvierecks AB_0CD_0.
[Teilergebnis: $A_{\text{Drachenvierecke } AB_nCD_n}(x)=(-2,5x^2+15x+40)$ FE] 4 P

B 1.5 Die Seite $[AB_2]$ des Drachenvierecks AB_2CD_2 verläuft parallel zur x-Achse.
Zeichnen Sie das Drachenviereck AB_2CD_2 in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.
Bestimmen Sie sodann durch Rechnung das Maß α des Winkels B_2AD_2. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.
[Ergebnis: $\alpha=53{,}13°$] 2 P

B 1.6 Ermitteln Sie rechnerisch die x-Koordinate des Punktes D_2. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 3 P

Bitte wenden!

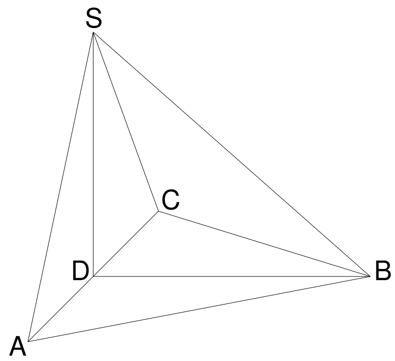
Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2011
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 2 **Nachtermin**

B 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCS, deren Grundfläche das gleichschenklige Dreieck ABC mit der Basis [AC] ist.
Der Mittelpunkt der Strecke [AC] ist der Punkt D. Die Spitze S der Pyramide ABCS liegt senkrecht über dem Punkt D.
Es gilt:
$\overline{AC} = 12\text{ cm}$; $\overline{DB} = 9\text{ cm}$; $\overline{BS} = 12\text{ cm}$.



Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCS, wobei die Strecke [DB] auf der Schrägbildachse und der Punkt D links vom Punkt B liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.
Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke [DS] und das Maß φ des Winkels SBD.
[Ergebnisse: $\overline{DS} = 7{,}94\text{ cm}$; $\varphi = 41{,}41°$] 4 P

B 2.2 Auf der Kante [BS] der Pyramide ABCS liegen Punkte P_n. Der Punkt P_1 mit $\overline{BP_1} = 6\text{ cm}$ ist Eckpunkt des Dreiecks RP_1Q mit $R \in [AS]$ und $Q \in [CS]$. Es gilt: $RQ \parallel AC$. Der Punkt $T \in [DS]$ ist der Mittelpunkt der Strecke [RQ]. Der Winkel SP_1T hat das Maß 65°.
Zeichnen Sie das Dreieck RP_1Q und den Punkt T in das Schrägbild zu 2.1 ein. 1 P

B 2.3 Ermitteln Sie rechnerisch die Länge der Strecke [ST].
[Ergebnis: $\overline{ST} = 5{,}93\text{ cm}$] 2 P

B 2.4 Das Dreieck RQS ist die Grundfläche der Pyramide $RQSP_1$ mit der Höhe $[H_1P_1]$, deren Fußpunkt H_1 auf der Strecke [ST] liegt.
Zeichnen Sie die Höhe $[H_1P_1]$ in das Schrägbild zu 2.1 ein und berechnen Sie sodann das Volumen der Pyramide $RQSP_1$.
[Ergebnis: $V_{\text{Pyramide } RQSP_1} = 39{,}85\text{ cm}^3$] 4 P

B 2.5 Bestimmen Sie durch Rechnung den prozentualen Anteil des Volumens der Pyramide $RQSP_1$ am Volumen der Pyramide ABCS. 2 P

B 2.6 Der Flächeninhalt des Dreiecks TP_2S ist um die Hälfte größer als der Flächeninhalt des Dreiecks TP_1S.
Begründen Sie, dass die Länge der Strecke $[P_2S]$ folglich um die Hälfte größer ist als die Länge der Strecke $[P_1S]$.
Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke $[DP_2]$. 4 P

Bitte wenden!

Lösungsmuster und Bewertung

Abschlussprüfung 2011

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgaben A 1 - 3 **Nachtermin**

RAUMGEOMETRIE

L2 K2 K3 K5

A 1 $V = V_{\text{großer Kegel}} - V_{\text{kleiner Kegel}} - \frac{1}{2} \cdot V_{\text{Kugel}}$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \overline{AB}\right)^2 \cdot \pi \cdot \overline{MS} - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \overline{DC}\right)^2 \cdot \pi \cdot \overline{ES} - \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \overline{DC}\right)^3 \cdot \pi$$

$\tan \sphericalangle MAS = \frac{\overline{MS}}{\overline{AM}}$ $\quad \overline{MS} = 4{,}5 \cdot \tan 52° \text{ cm}$ $\quad \overline{MS} = 5{,}8 \text{ cm}$

$\frac{\overline{ES}}{\overline{MS}} = \frac{\overline{DC}}{\overline{AB}}$ $\quad \overline{ES} = \frac{4{,}0}{9{,}0} \cdot 5{,}8 \text{ cm}$ $\quad \overline{ES} = 2{,}6 \text{ cm}$

$$V = \left(\frac{1}{3} \cdot 4{,}5^2 \cdot \pi \cdot 5{,}8 - \frac{1}{3} \cdot 2{,}0^2 \cdot \pi \cdot 2{,}6 - \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot 2{,}0^3 \cdot \pi\right) \text{cm}^3$$

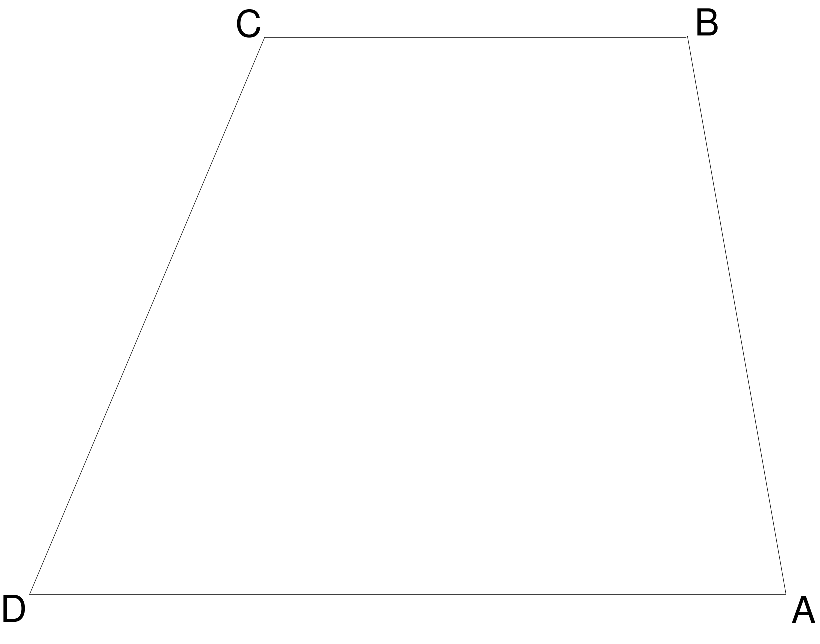
$V = 95{,}3 \text{ cm}^3$

5

EBENE GEOMETRIE

L3 K4

A 2.1



1

L2 K5

A 2.2 $\overline{BD} = \sqrt{7{,}5^2 + 10^2 - 2 \cdot 7{,}5 \cdot 10 \cdot \cos 80°} \text{ cm}$ $\quad \overline{BD} = 11{,}4 \text{ cm}$

1

L2 K2 K5

A 2.3 $\overline{AB}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BD}^2 - 2 \cdot \overline{AD} \cdot \overline{BD} \cdot \cos \sphericalangle ADB$

$\cos \sphericalangle ADB = \frac{10^2 + 11{,}4^2 - 7{,}5^2}{2 \cdot 10 \cdot 11{,}4}$ $\quad \sphericalangle ADB \in]0°;180°[$

$\sphericalangle ADB = 40{,}4°$

$\sphericalangle CBD = \sphericalangle ADB$ $\quad \sphericalangle CBD = 40{,}4°$

$$\frac{\sin \sphericalangle DCB}{11{,}4\text{ cm}} = \frac{\sin 40{,}4^\circ}{8\text{ cm}} \qquad \sphericalangle DCB = 112{,}5^\circ \qquad \sphericalangle DCB \in \,]80^\circ;139{,}6^\circ[$$

$$\sphericalangle BDC = 180^\circ - (40{,}4^\circ + 112{,}5^\circ) \qquad \sphericalangle BDC = 27{,}1^\circ$$

$$\overline{BC} = \sqrt{8^2 + 11{,}4^2 - 2 \cdot 8 \cdot 11{,}4 \cdot \cos 27{,}1^\circ}\text{ cm} \qquad \overline{BC} = 5{,}6\text{ cm}$$

4

A 2.4 $\dfrac{A_{\Delta ABD}}{A_{\Delta BCD}} = \dfrac{\frac{1}{2} \cdot \overline{AD} \cdot d(B;AD)}{\frac{1}{2} \cdot \overline{BC} \cdot d(D;BC)}$

Aus BC || AD folgt: $d(B;AD) = d(D;BC)$.

Somit gilt: $\dfrac{A_{\Delta ABD}}{A_{\Delta BCD}} = \dfrac{\overline{AD}}{\overline{BC}}$.

3

L3 K1 K5

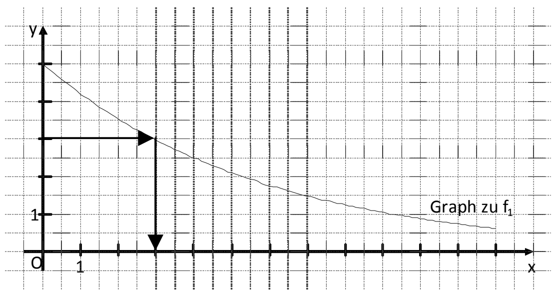
FUNKTIONEN

A 3.1

x	0	2	4	6	8	10	12
$5 \cdot 0{,}8409^x$	5	3,5	2,5	1,8	1,3	0,9	0,6

L4 K5

Zeichnung im Maßstab 1 : 2



L4 K4

2

A 3.2 $y = 3$ $x = 3$ (im Rahmen der Ablesegenauigkeit) Nach drei Tagen. 1

L4 K4

A 3.3 6,25% 1

L1 K5

A 3.4 Im Krankenhaus wurde ein Mikrogramm Jod-124 eingelagert. 1

L4 K5

19

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Lösungsmuster und Bewertung

Abschlussprüfung 2011

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

FUNKTIONEN

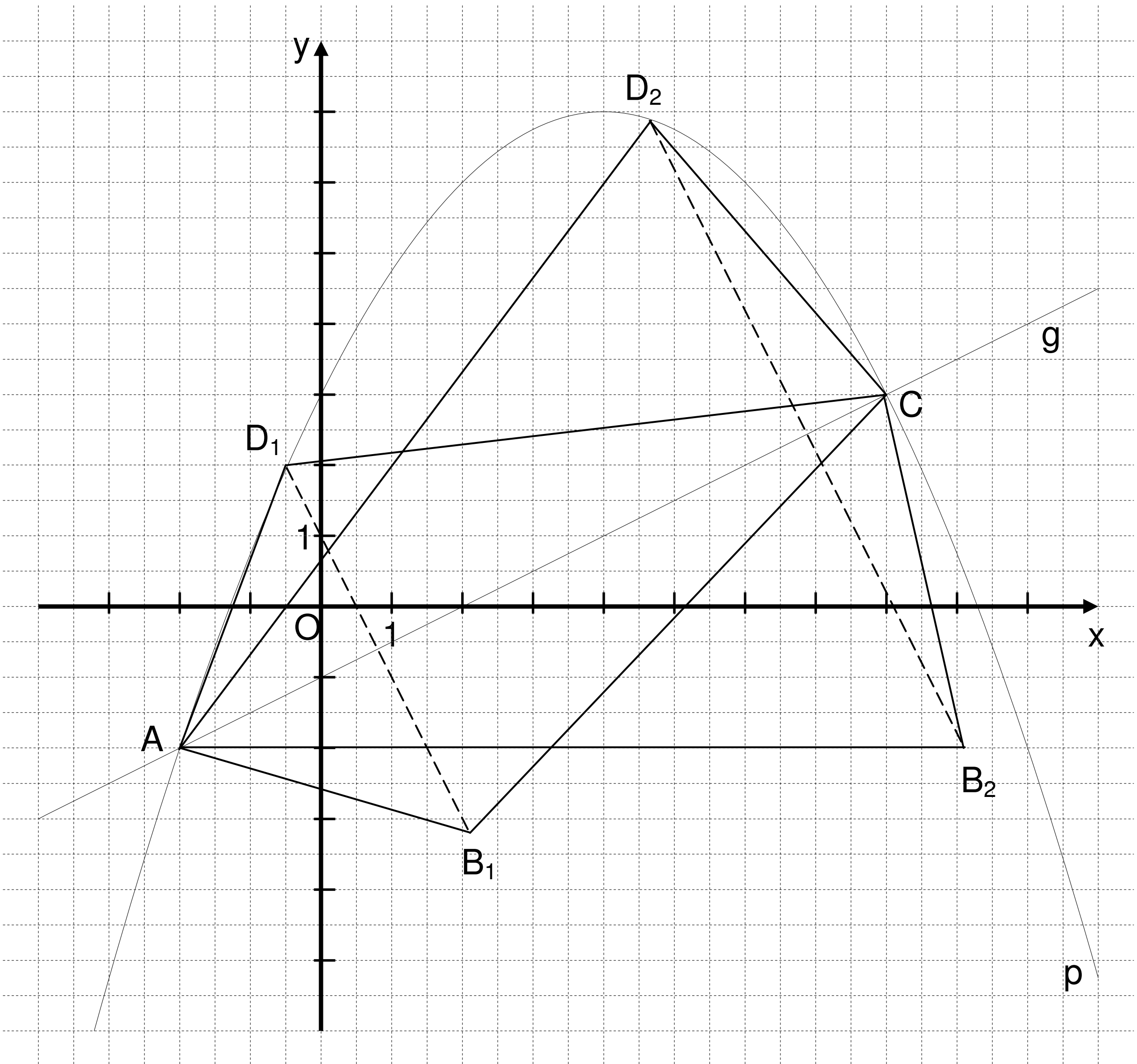
B 1.1 $S(4|7) \in p$: | L4 K5

p: $y = -0,25 \cdot (x-4)^2 + 7$ $\qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

$y = -0,25 \cdot (x^2 - 8x + 16) + 7$

$y = -0,25x^2 + 2x + 3$

L4 K4



4

B 1.2 $-0,25x^2 + 2x + 3 = 0,5x - 1$ $\qquad x \in \mathbb{R}$ | L4 K5

$\dots$

$\Leftrightarrow \quad x = -2 \quad \vee \quad x = 8$ $\qquad \mathbb{L} = \{-2; 8\}$

$A(-2|-2)$; $C(8|3)$

2

B 1.3 Einzeichnen des Drachenvierecks AB_1CD_1 — L3 K4

Für die Drachenvierecke AB_nCD_n gilt: $B_nD_n \perp AC \quad \Leftrightarrow \quad m_{B_nD_n} \cdot m_{AC} = -1$. — L3 K1 K5

Aus $m_{AC} = 0,5$ folgt: $m_{B_nD_n} = -2$.

2

B 1.4 $A_{\text{Drachenvierecke } AB_nCD_n} = 2 \cdot A_{\Delta ACD_n}$ — L4 K2 K5

$$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 10 \\ 5 \end{pmatrix}; \quad \overrightarrow{AD_n}(x) = \begin{pmatrix} x+2 \\ -0,25x^2+2x+5 \end{pmatrix} \qquad -2 < x < 8;\ x \in \mathbb{R}$$

$$A_{\text{Drachenvierecke } AB_nCD_n}(x) = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} 10 & x+2 \\ 5 & -0,25x^2+2x+5 \end{vmatrix} \text{FE} \qquad -2 < x < 8;\ x \in \mathbb{R}$$

$$A_{\text{Drachenvierecke } AB_nCD_n}(x) = \left[10 \cdot (-0,25x^2+2x+5) - 5 \cdot (x+2)\right] \text{FE}$$

$$A_{\text{Drachenvierecke } AB_nCD_n}(x) = (-2,5x^2+15x+40) \text{ FE}$$

…

Der maximale Flächeninhalt beträgt 62,5 FE (für $x = 3$).

$$A_{\text{Drachenviereck } AB_0CD_0} = 62,5 \text{ FE}$$

4

B 1.5 Einzeichnen des Drachenvierecks AB_2CD_2 — L3 K4

$$\tan\frac{\alpha}{2} = m_{AC} \qquad \alpha \in]0°;180°[$$

— L2 K2 K5

$$\tan\frac{\alpha}{2} = 0,5 \qquad \alpha = 53,13°$$

2

B 1.6 $m_{AD_2} = \tan 53,13° \qquad m_{AD_2} = 1,33$ — L4 K2 K5

AD_2: $y = 1,33 \cdot (x+2) - 2 \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

AD_2: $y = 1,33x + 0,66$

$$1,33x + 0,66 = -0,25x^2 + 2x + 3 \qquad -2 < x < 8;\ x \in \mathbb{R}$$

…

$$\Leftrightarrow \quad (x = -2 \quad \vee) \quad x = 4,68 \qquad \mathbb{L} = \{4,68\}$$

3

17

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Lösungsmuster und Bewertung

Abschlussprüfung 2011

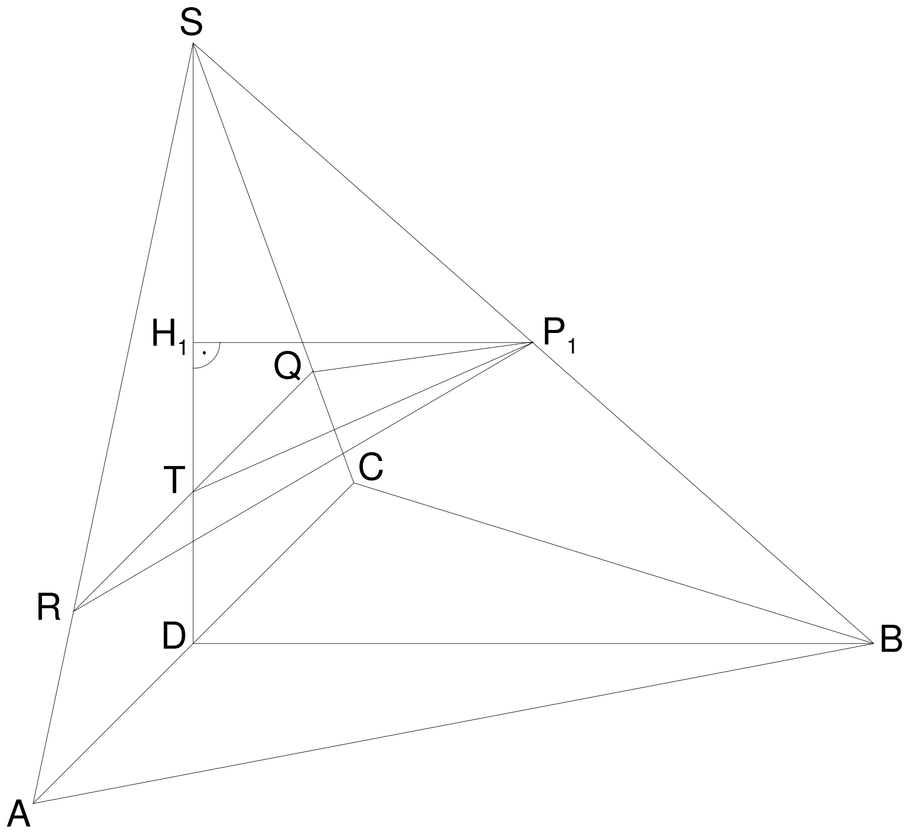
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 2 **Nachtermin**

RAUMGEOMETRIE

B 2.1 L3 K4



L2 K5

$\overline{DS} = \sqrt{12^2 - 9^2}$ cm $\qquad \overline{DS} = 7{,}94$ cm

$\cos\varphi = \dfrac{9\text{ cm}}{12\text{ cm}}$ $\qquad \varphi = 41{,}41°$ $\qquad \varphi \in \,]0°; 90°[$

4

B 2.2 Einzeichnen des Dreiecks RP_1Q und des Punktes T L3 K4

1

B 2.3 L2 K2 K5

$$\frac{\overline{ST}}{\sin 65°} = \frac{(12-6)\text{ cm}}{\sin \sphericalangle P_1TS}$$

$\sphericalangle P_1TS = 180° - 65° - (90° - 41{,}41°)$ $\qquad \sphericalangle P_1TS = 66{,}41°$

$\overline{ST} = \dfrac{6 \cdot \sin 65°}{\sin 66{,}41°}$ cm $\qquad \overline{ST} = 5{,}93$ cm

2

	Punkte	
B 2.4 Einzeichnen der Höhe $[H_1P_1]$ $V_{\text{Pyramide RQSP}_1} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{RQ} \cdot \overline{ST} \cdot \overline{H_1P_1}$ $\frac{\overline{RQ}}{12\text{ cm}} = \frac{5,93\text{ cm}}{7,94\text{ cm}}$ $\qquad \overline{RQ} = 8,96\text{ cm}$ $\sin(90° - 41,41°) = \frac{\overline{H_1P_1}}{(12-6)\text{ cm}}$ $\qquad \overline{H_1P_1} = 4,50\text{ cm}$ $V_{\text{Pyramide RQSP}_1} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 8,96 \cdot 5,93 \cdot 4,50\text{ cm}^3$ $\qquad V_{\text{Pyramide RQSP}_1} = 39,85\text{ cm}^3$	4	L3 K4 L2 K2 K5
B 2.5 $V_{\text{Pyramide ABCS}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 9 \cdot 7,94\text{ cm}^3$ $V_{\text{Pyramide ABCS}} = 142,92\text{ cm}^3$ $\frac{39,85\text{ cm}^3}{142,92\text{ cm}^3} = 0,28$ Der Anteil beträgt 28%.	2	L2 K2 K5
B 2.6 $A_{\Delta TP_2S} = 1,5 \cdot A_{\Delta TP_1S}$ $\Rightarrow \quad \frac{1}{2} \cdot \overline{ST} \cdot \overline{P_2S} \cdot \sin(90° - \varphi) = 1,5 \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{ST} \cdot \overline{P_1S} \cdot \sin(90° - \varphi)$ $\Rightarrow \quad \overline{P_2S} = 1,5 \cdot \overline{P_1S}$ $\overline{P_2S} = 1,5 \cdot (12-6)\text{ cm}$ $\qquad \overline{P_2S} = 9\text{ cm}$ $\overline{DP_2} = \sqrt{(12-9)^2 + 9^2 - 2 \cdot (12-9) \cdot 9 \cdot \cos 41,41°}\text{ cm}$ $\qquad \overline{DP_2} = 7,04\text{ cm}$	4	L3 K1 K5 L2 K2 K5
	17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.