ESPERANZA MATEMÁTICA DE UNA VARIABLE ALEATORIA CONTINUA.

☞ Si g es una función real[1] (*no necesariamente unidimensional*) de la v. a. continuas X, entonces g(X) es a su vez otra variable aleatoria (*no necesariamente continua*), cuya función de distribución será

$$F_{g(X)}(t) = P_{g(X)}\left(g(X) \le t\right)$$

La ESPERANZA MATEMÁTICA de una v. a. g(X), cuando existe (*si es* $<\infty$) viene definida por la Integral[2] (*de Lebesgue-Stieltjes*[3])

$$E\{g(X)\} = \int_{\Omega} g(X).dP_{g(X)}(w) = \int_{R} g(x).dP(g(x))$$

En particular, si X es una v. a. CONTINUA de función de densidad f_X y $g(X)$ es una función real, denominamos ESPERANZA MATEMÁTICA, cuando existe de $g(X)$ a:

---

[1] *En general MEDIBLE.*

[2] *Integral teórica, que en el caso de v. a. discreta se suele convertir en sumatorios, y en el caso de v. a. continuas en integrales de Riemman.*

[3] *La* ***INTEGRAL LEBESGUE-STIELTJES***

$$E\{g(X)\} = \int_{\Omega} g(X(\omega)).dP(\omega) = \int_{\mathbb{R}} g(x).dP_X(x).$$

es una integral de una función medible $g(X)$, *respecto de una medida* μ *("función de conjunto* σ–aditiva *y no negativa")* $E\{g(X)\} = \int_{\mathbb{R}} g(x).d\mu(x)$. *Donde,* $\frac{dE\{g(X)\}}{d\mu}$ *se conoce como derivada de* ***Randon-Nikodym****, cuando existe. Y en el caso de* μ *sea una distribución de probabilidad F de* $g(X(\Omega))$

$$\mu\left(g\left(X\left((a,b]\right)\right)\right) = F_X\left(g\left(X\left((a,b]\right)\right)\right) = P\left(g\left(X(b)\right)\right) - P\left(g\left(X(a)\right)\right) = P_{g(X)}(b) - P_{g(X)}(a)$$

Que en el caso de que $g(X)$ *sea una variable aleatoria rea l absolutamente continua será*

$$d\mu = F'(x)\cdot dx$$

Y la integral coincide con la integral de riemman

$$E\{g(X)\} = \int_{\mathbb{R}} g(x).f_X(x)\cdot dx$$ *. Siendo* f_X *la función de densidad de la v. a. X.*

Y en el caso de ser X una variable a. real unidimensional discreta

$$E\{g(X)\} = \sum_{j=1}^{n} g(x_j).P_{g(X)}\left(g(X) = g(x_j)\right) = \sum_{j=1}^{n} g(x_j).p_j$$

Donde P_j *es el salto que experimenta la función de distribución* $F_{g(X)}$ *en el punto de discontinuidad* $g(x_j) \in g(X)$.

$$E\{g(X)\} = \int_{\mathbb{R}} g\big(x(t)\big).f_X(t)$$

Las características de las v. a. continuas se suelen estudiar a través de los PARÁMETROS CARACTERÍSTICOS, que en muchos caso son esperanzas matemáticas de una determinada función g(X).