Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2012
an den Realschulen in Bayern

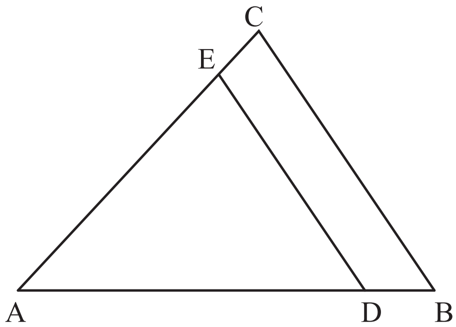
Mathematik II

Name: ____________________ Vorname: ____________________

Klasse: ____________ Platzziffer: ____________ Punkte: ____________

Aufgabe A 1 **Haupttermin**

A 1 Die nebenstehende Skizze zeigt den Plan eines dreieckigen Grundstücks ABC. Zum Bau einer neuen Straße muss ein Teil des Grundstücks abgetreten werden. Dabei verkürzen sich die Seiten [AB] und [AC] jeweils um ein Sechstel ihrer ursprünglichen Länge auf die Seiten [AD] und [AE].



Es gilt: $\overline{AB} = 60\text{ m}$; $\overline{BC} = 45\text{ m}$; $\overline{AC} = 51\text{ m}$.

Berechnen Sie den Inhalt A_{DBCE} der abgetretenen Fläche und geben Sie an, um wie viel Prozent sich das Grundstück verkleinert hat.

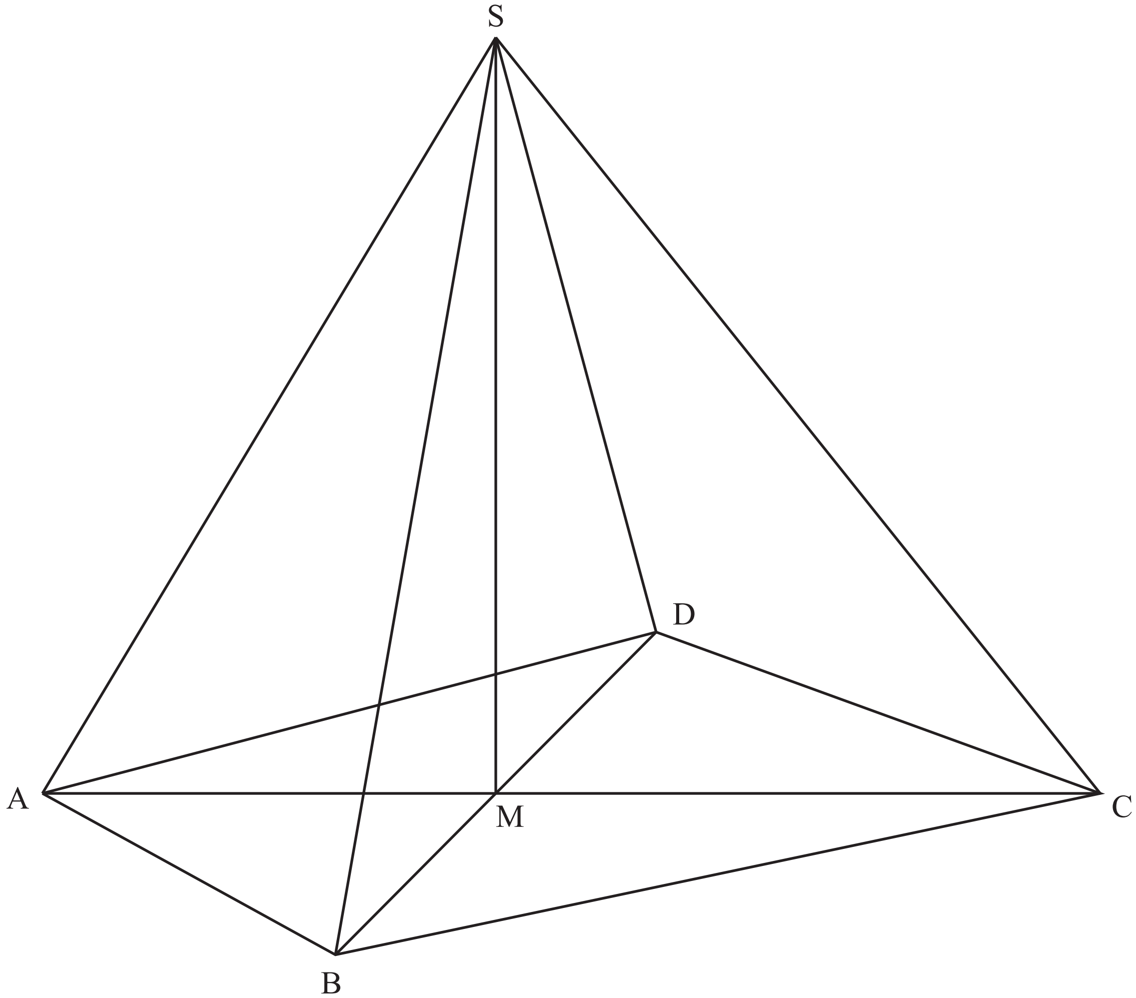
[Teilergebnis: $\sphericalangle BAC = 46{,}97°$]

5 P

A 2.0 Das Drachenviereck ABCD mit der Symmetrieachse AC ist die Grundfläche der Pyramide ABCDS. Die Spitze S liegt senkrecht über dem Diagonalenschnittpunkt M des Drachenvierecks.
Es gilt: $\overline{AC} = 14\text{ cm}$; $\overline{AM} = 6\text{ cm}$; $\overline{BD} = 12\text{ cm}$; $\overline{MS} = 10\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

In der Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$; [AC] liegt auf der Schrägbildachse.



A 2.1 Berechnen Sie das Maß α des Winkels CAS und die Länge der Strecke [AS].
[Ergebnisse: $\alpha = 59{,}04°$; $\overline{AS} = 11{,}66\text{ cm}$]

2 P

A 2.2 Punkte P_n liegen auf der Strecke [AS] mit $\overline{AP_n} = x\ \text{cm}$, $0 \leqq x \leqq 11{,}66$; $x \in \mathbb{R}$. Zeichnen Sie den Punkt P_1 für $x = 2{,}5$ und die Strecke $[P_1C]$ in die Zeichnung zu 2.0 ein. Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke $[P_1C]$ und das Maß des Winkels P_1CA.

3 P

A 2.3 Unter den Strecken $[P_nC]$ hat die Strecke $[P_2C]$ die minimale Länge. Berechnen Sie die Länge der Strecke $[AP_2]$.

1 P

A 2.4 Berechnen Sie den Flächeninhalt $A_{\Delta ABS}$ des Dreiecks ABS.

3 P

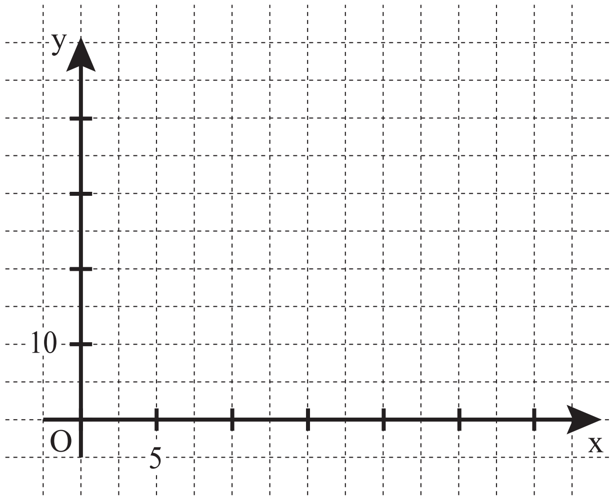
A 3.0 Niger ist ein Staat in Westafrika. Zu Beginn des Jahres 2010 lebten dort etwa 15,5 Millionen Menschen. Unter der Annahme einer gleichbleibenden jährlichen Wachstumsrate lässt sich die Einwohnerzahl y Millionen nach x Jahren näherungsweise durch die Funktion f mit der Gleichung $y = 15{,}5 \cdot 1{,}035^x$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$ beschreiben.

A 3.1 Um wie viel Prozent wächst nach dieser Annahme ab dem Jahresbeginn 2010 die Einwohnerzahl in Niger jährlich?

1 P

A 3.2 Ergänzen Sie die Wertetabelle auf eine Stelle nach dem Komma gerundet. Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f in das Koordinatensystem.

x	0	5	10	15	20	25	30
$15{,}5 \cdot 1{,}035^x$							



2 P

A 3.3 Geben Sie mithilfe des Graphen zu f an, nach wie vielen Jahren die Einwohnerzahl von Niger 25 Millionen betragen würde.

1 P

A 3.4 Berechnen Sie auf Millionen gerundet, wie viele Einwohner Niger bei gleich bleibender jährlicher Zuwachsrate zu Beginn des Jahres 2064 haben würde.

1 P

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2012

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 1 **Haupttermin**

B 1.0 Die Parabel p verläuft durch die Punkte $P(-5|-19)$ und $Q(7|5)$. Sie hat eine Gleichung der Form $y=-0{,}25x^2+bx+c$ mit $\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ und $b,c\in\mathbb{R}$. Die Gerade g ist festgelegt durch die Punkte $R(0|2{,}5)$ und $S(5|0)$.

B 1.1 Zeigen Sie durch Berechnung der Werte für b und c, dass die Parabel p die Gleichung $y=-0{,}25x^2+2{,}5x-0{,}25$ hat und bestimmen Sie die Gleichung der Geraden g. Zeichnen Sie sodann die Parabel p für $x\in[0;12]$ und die Gerade g in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-1\leqq x\leqq 14$; $-7\leqq y\leqq 7$ 5 P

B 1.2 Punkte $A_n(x|-0{,}5x+2{,}5)$ auf der Geraden g und Punkte $D_n(x|-0{,}25x^2+2{,}5x-0{,}25)$ auf der Parabel p haben dieselbe Abszisse x und sind zusammen mit Punkten B_n und C_n die Eckpunkte von Trapezen $A_nB_nC_nD_n$.
Es gilt: $[A_nB_n]\parallel[C_nD_n]$; $\sphericalangle B_nA_nD_n=90°$; $x_{A_n}<x_{B_n}$; $\overline{A_nB_n}=4\text{ LE}$ und $\overline{C_nD_n}=2\text{ LE}$.
Zeichnen Sie die Trapeze $A_1B_1C_1D_1$ für $x=2$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x=9$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

B 1.3 Bestätigen Sie durch Rechnung, dass für den Flächeninhalt A der Trapeze $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt:
$A(x)=(-0{,}75x^2+9x-8{,}25)\text{ FE}$ 2 P

B 1.4 Ermitteln Sie rechnerisch, für welche Werte von x es Trapeze $A_nB_nC_nD_n$ gibt. 2 P

B 1.5 Unter den Trapezen $A_nB_nC_nD_n$ besitzt das Trapez $A_0B_0C_0D_0$ den maximalen Flächeninhalt.
Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Trapezes $A_0B_0C_0D_0$ und den zugehörigen Wert für x. 2 P

B 1.6 Bestimmen Sie im Trapez $A_2B_2C_2D_2$ aus Aufgabe 1.2 rechnerisch das Maß des Winkels $\sphericalangle C_2B_2A_2$. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.
Begründen Sie sodann, dass es kein Trapez $A_nB_nC_nD_n$ gibt, für das gilt: $\sphericalangle C_nB_nA_n=75°$. 4 P

Bitte wenden!

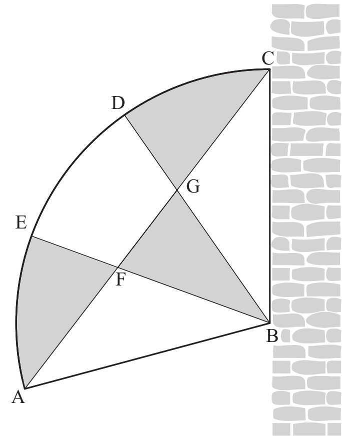
Abschlussprüfung 2012
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 2 **Haupttermin**

B 2.0 Nebenstehende Skizze zeigt einen kreissektorförmigen Sonnenfächer, der Balkone vor Sonne, Wind und neugierigen Blicken schützen soll. Zwei Stäbe zwischen den Punkten D und B sowie zwischen den Punkten E und B teilen den Sonnenfächer in drei kongruente Teilsektoren.
Es gilt: $\overline{BC} = 110{,}0\text{ cm}$; $b = 201{,}6\text{ cm}$ ist die Länge des Bogens $\overset{\frown}{CA}$; $D \in \overset{\frown}{CA}$; $E \in \overset{\frown}{CA}$.

Runden Sie im Folgenden auf eine Stelle nach dem Komma.



B 2.1 Berechnen Sie das Maß β des Winkels $\sphericalangle CBA$. Zeichnen Sie den Kreissektor BCA mit dem Mittelpunkt B und dem Radius $\overline{BC}$ sowie die Strecken [DB], [EB] und [AC] im Maßstab 1:10.
[Ergebnis: $\beta = 105{,}0°$] 3 P

B 2.2 Um die Stabilität des Sonnenfächers zu erhöhen, wird zwischen den Punkten A und C eine Stange eingezogen, die um $5\,\%$ kürzer ist als die Strecke [AC].
Bestimmen Sie rechnerisch die Länge ℓ dieser Stange. 2 P

B 2.3 An den Punkten B und C wird der Sonnenfächer an einer Mauer fest verankert. Zeigen Sie durch Rechnung, dass für den Abstand d des Punktes A zu dieser Mauer gilt: $d = 106{,}3\text{cm}$. 2 P

B 2.4 Die Strecke [AC] schneidet die Strecke [DB] im Punkt G und die Strecke [EB] im Punkt F. Berechnen Sie die Länge der Strecke [GB] sowie den Flächeninhalt $A_{\Delta BGF}$ des Dreiecks BGF.
[Ergebnisse: $\overline{GB} = 70{,}2\text{cm}$; $A_{\Delta BGF} = 1413{,}3\text{ cm}^2$] 4 P

B 2.5 Bestimmen Sie rechnerisch den Flächeninhalt A_{CDG} der Figur CDG, die durch den Kreisbogen $\overset{\frown}{CD}$ sowie die Strecken [DG] und [GC] begrenzt wird.
[Ergebnis: $A_{CDG} = 1481{,}2\text{ cm}^2$] 2 P

B 2.6 Der Sonnenfächer soll zweifarbig gestaltet werden. Dazu werden die Flächen der Figur CDG, der Figur EAF und des Dreiecks BGF entsprechend der Skizze dunkel abgesetzt.
Zeigen Sie rechnerisch, dass der helle Teil um mehr als $40\,\%$ größer ist als der dunkle Teil. 4 P

Bitte wenden!

EBENE GEOMETRIE

A 1 $A_{DBCE} = A_{\Delta ABC} - A_{\Delta ADE}$

$$A_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot \overline{AC} \cdot \sin \sphericalangle BAC$$

$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{AC} \cdot \cos \sphericalangle BAC \qquad \sphericalangle BAC \in]0°;\ 180°[$$

$$\cos \sphericalangle BAC = \frac{60^2 + 51^2 - 45^2}{2 \cdot 60 \cdot 51} \qquad \sphericalangle BAC = 46{,}97°$$

$$A_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 51 \cdot \sin 46{,}97°\ m^2 \qquad A_{\Delta ABC} = 1118{,}42\ m^2$$

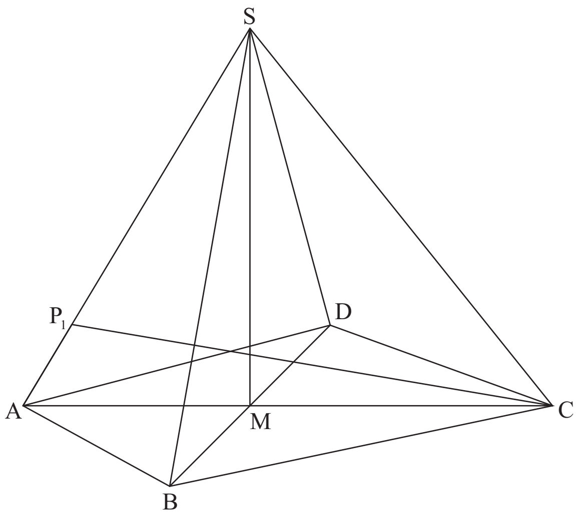
$$A_{DBCE} = 1118{,}42\ m^2 - \left(\frac{5}{6}\right)^2 \cdot 1118{,}42\ m^2 \qquad A_{DBCE} = 341{,}74\ m^2$$

$$\frac{341{,}74}{1118{,}42} = 0{,}31$$

Das Grundstück hat sich um $31\,\%$ verkleinert. 5 L 2 K 2 K 5

RAUMGEOMETRIE

A 2.0



Zeichnung im Maßstab 1:2

A 2.1 $\tan \alpha = \frac{10}{6} \qquad \alpha = 59{,}04° \qquad \alpha \in]0°;\ 90°[$

$\overline{AS} = \sqrt{10^2 + 6^2}\ cm \qquad \overline{AS} = 11{,}66\ cm$ 2 L 2 K 5

A 2.2 Einzeichnen des Punktes P_1 und der Strecke $[P_1C]$ L 3 K 4

$\overline{P_1C} = \sqrt{14^2 + 2{,}5^2 - 2 \cdot 14 \cdot 2{,}5 \cdot \cos 59{,}04°}\ cm \qquad \overline{P_1C} = 12{,}89\ cm$

$$\frac{\sin \sphericalangle P_1CA}{2{,}5\ cm} = \frac{\sin 59{,}04°}{12{,}89\ cm} \qquad \sphericalangle P_1CA = 9{,}57° \qquad \sphericalangle P_1CA \in]0°;\ 90°[$$ 3 L 2 K 2 K 5

A 2.3 Die Strecke $[P_2C]$ hat die minimale Länge, wenn $[P_2C] \perp [AS]$ $\cos 59{,}04° = \frac{\overline{AP_2}}{14\,\text{cm}}$ $\quad\quad$ $\overline{AP_2} = 7{,}20\,\text{cm}$	1	L 3 K 1 K 2
A 2.4 $A_{\Delta ABS} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot d(S;[AB])$ $\overline{AB} = \sqrt{6^2 + 6^2}$ cm $\quad\quad$ $\overline{AB} = 8{,}49$ cm $d(S;[AB]) = \sqrt{10^2 + (0{,}5 \cdot 8{,}49)^2}$ cm $\quad\quad$ $d(S;[AB]) = 10{,}86$ cm $A_{\Delta ABS} = \frac{1}{2} \cdot 8{,}49\text{ cm} \cdot 10{,}86\text{ cm}$ $\quad\quad$ $A_{\Delta ABS} = 46{,}10\text{ cm}^2$	3	L 2 K 2 K 3 K 5

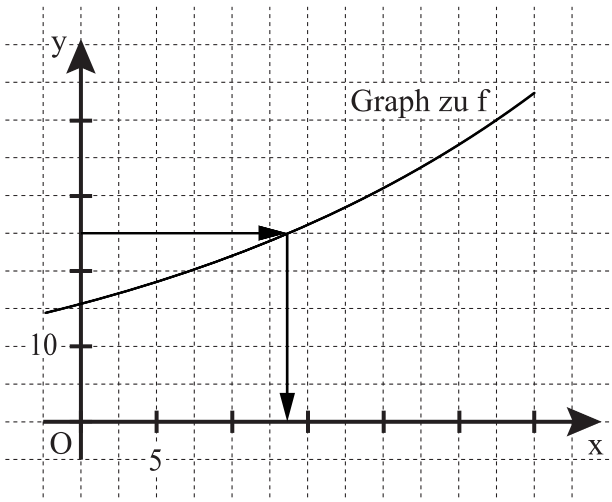
FUNKTIONEN

A 3.1 Die Bevölkerungszahl wächst jährlich um 3,5 %.	1	L 1 K 5

A 3.2

x	0	5	10	15	20	25	30
$15{,}5 \cdot 1{,}035^x$	15,5	18,4	21,9	26,0	30,8	36,6	43,5

L 4
K 5



2 L 4 K 4

A 3.3 $y = 25$ $\quad$ $x = 14$ (Im Rahmen der Ablesegenauigkeit) $\quad$ Nach 14 Jahren.	1	L 4 K 4
A 3.4 $x = 54$ $y = 15{,}5 \cdot 1{,}035^{54}$ $\quad\quad$ $y = 99$ 99 Millionen Einwohner zu Beginn des Jahres 2064.	1	L 4 K 2 K 5
	19	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Lösungsmuster und Bewertung

Abschlussprüfung 2012

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 1 **Haupttermin**

FUNKTIONEN

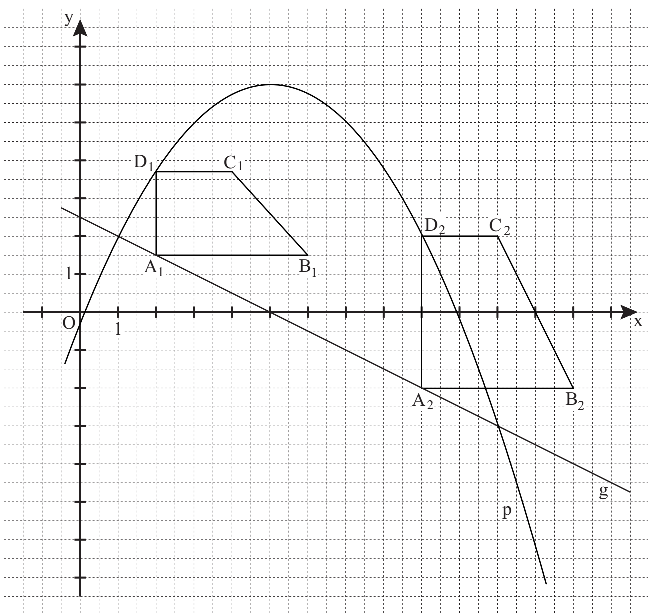
L 4 K 5

B 1.1 $P(-5|-19) \in p$ und $Q(7|5) \in p$:

$$\begin{vmatrix} -19 = -0{,}25 \cdot (-5)^2 + b \cdot (-5) + c \\ \wedge \quad 5 = -0{,}25 \cdot 7^2 + b \cdot 7 + c \end{vmatrix} \qquad b, c \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} b = 2{,}5 \\ \wedge \quad c = -0{,}25 \end{vmatrix} \qquad \mathbb{L}(b|c) = \{(2{,}5|-0{,}25)\}$$

g: $y = -0{,}5x + 2{,}5$ $\qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$



Zeichnung im Maßstab 1:2 — 5 — L 4 K 4

B 1.2 Einzeichnen der Trapeze $A_1B_1C_1D_1$ und $A_2B_2C_2D_2$ — 2 — L 3 K 4

B 1.3 $A_{A_nB_nC_nD_n} = 0{,}5 \cdot \left(\overline{A_nB_n} + \overline{C_nD_n}\right) \cdot \overline{A_nD_n}$

$$\overline{A_nD_n}(x) = \left(-0{,}25x^2 + 2{,}5x - 0{,}25 - \left(-0{,}5x + 2{,}5\right)\right) \text{ LE} \qquad x \in \mathbb{R}$$

$$\overline{A_nD_n}(x) = (-0{,}25x^2 + 3x - 2{,}75) \text{ LE}$$

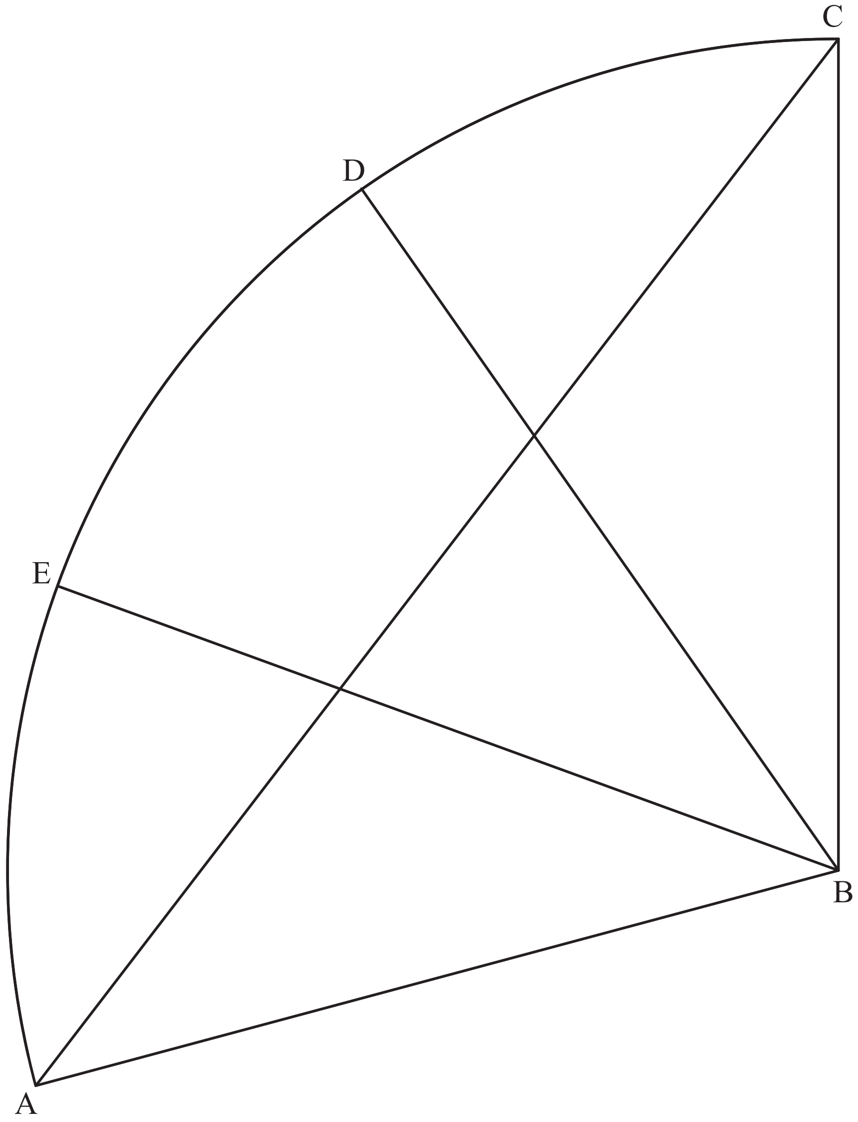
$$A(x) = 0{,}5 \cdot (4 + 2) \cdot (-0{,}25x^2 + 3x - 2{,}75) \text{ FE} \qquad x \in \mathbb{R}$$

$$A(x) = (-0{,}75x^2 + 9x - 8{,}25) \text{ FE}$$

2 — L 4 K 5

B 1.4	Zwischen den beiden Schnittpunkten von p und g gibt es Trapeze $A_nB_nC_nD_n$. $p \cap g$ $-0,25x^2 + 2,5x - 0,25 = -0,5x + 2,5 \qquad x \in \mathbb{R}$ … $\Leftrightarrow \quad x = 1 \quad \vee \quad x = 11 \qquad \mathbb{L} = \{1; 11\}$ Für $x \in]1;\ 11[$ gibt es Trapeze $A_nB_nC_nD_n$.	2	L 3 K 2 K 5
B 1.5	$A(x) = (-0,75x^2 + 9x - 8,25)\text{ FE} \qquad x \in]1;11[$ … $A_{A_0B_0C_0D_0} = 18,75\text{ FE}$ für $x = 6$.	2	L 4 K 5
B 1.6	$\tan \sphericalangle C_2B_2A_2 = \dfrac{d(C_2;\ [A_2B_2])}{\overline{A_2B_2} - \overline{C_2D_2}}$ $\tan \sphericalangle C_2B_2A_2 = \dfrac{2-(-2)}{4-2} \qquad \sphericalangle C_2B_2A_2 = 63,43°$ Für $x = 6$ erhält man die maximale Streckenlänge $\overline{A_0D_0}$ und somit auch das maximale Maß des Winkels $C_0B_0A_0$. $\overline{A_0D_0} = (-0,25 \cdot 6^2 + 3 \cdot 6 - 2,75)\text{ LE} \qquad \overline{A_0D_0} = 6,25\text{ LE}$ $\tan \sphericalangle C_0B_0A_0 = \dfrac{6,25}{4-2} \qquad \sphericalangle C_0B_0A_0 = 72,26°$ Es kann kein Trapez $A_nB_nC_nD_n$ mit dem Winkelmaß $\sphericalangle C_nB_nA_n = 75°$ geben.	4	L 2 K 2 K 5 L 4 K 1 K 2 K 5
		17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

EBENE GEOMETRIE		
B 2.1 $201,6 = \frac{\beta}{360°} \cdot 2 \cdot 110,0 \cdot \pi$ $\beta = 105,0°$		L 2 K 2 K 5
	3	L 3 K 4
B 2.2 $\ell = \overline{AC} \cdot 0,95$ $\overline{AC} = \sqrt{110,0^2 + 110,0^2 - 2 \cdot 110,0 \cdot 110,0 \cdot \cos 105,0°}$ cm $\overline{AC} = 174,5\,\text{cm}$ $\ell = 174,5\,\text{cm} \cdot 0,95$ $\ell = 165,8\,\text{cm}$	2	L 2 K 2 K 5
B 2.3 $\sin(180° - \beta) = \frac{d}{\overline{AB}}$ $\overline{AB} = \overline{BC}$ $d = 110,0\,\text{cm} \cdot \sin(180° - 105,0°)$ $d = 106,3\,\text{cm}$	2	L 2 K 2 K 5

B 2.4 $\dfrac{\overline{GB}}{\sin\sphericalangle GCB}=\dfrac{\overline{BC}}{\sin\sphericalangle BGC}$ $\sphericalangle GCB=\sphericalangle ACB$ $\quad \sphericalangle ACB=0{,}5\cdot\left(180°-105{,}0°\right)$ $\quad \sphericalangle ACB=37{,}5°$ $\sphericalangle BGC=180°-37{,}5°-\dfrac{1}{3}\cdot 105{,}0°$ $\quad \sphericalangle BGC=107{,}5°$ $\overline{GB}=\dfrac{110{,}0\,\text{cm}\cdot\sin 37{,}5°}{\sin 107{,}5°}$ $\quad \overline{GB}=70{,}2\,\text{cm}$ $A_{\Delta BGF}=0{,}5\cdot\overline{GB}\cdot\overline{FB}\cdot\sin\sphericalangle GBF$ mit $\overline{FB}=\overline{GB}$ $A_{\Delta BGF}=0{,}5\cdot 70{,}2\cdot 70{,}2\cdot\sin 35{,}0°\,\text{cm}^2$ $\quad A_{\Delta BGF}=1413{,}3\,\text{cm}^2$	4	**L 2** **K 2** **K 5**
B 2.5 $A_{CDG}=A_{\text{Sektor}\,BCD}-A_{\Delta BCG}$ $A_{CDG}=\left(\dfrac{35{,}0°}{360°}\cdot 110{,}0^2\cdot\pi-0{,}5\cdot 110{,}0\cdot 70{,}2\cdot\sin 35{,}0°\right)\text{cm}^2$ $\quad A_{CDG}=1481{,}2\,\text{cm}^2$	2	**L 2** **K 2** **K 5**
B 2.6 $\dfrac{A_{\text{Sektor}\,BCA}-\left(A_{CDG}+A_{EAF}+A_{\Delta BGF}\right)}{A_{CDG}+A_{EAF}+A_{\Delta BGF}}$ $A_{\text{Sektor}\,BCA}=\dfrac{105{,}0°}{360°}\cdot 110{,}0^2\cdot\pi\ \text{cm}^2$ $\quad A_{\text{Sektor}\,BCA}=11087{,}2\,\text{cm}^2$ $A_{EAF}=A_{CDG}$ $\dfrac{11087{,}2-\left(2\cdot 1481{,}2+1413{,}3\right)}{2\cdot 1481{,}2+1413{,}3}=1{,}5$ Der helle Teil ist um mehr als $40\,\%$ größer als der dunkle Teil.	4	**L 2** **K 1** **K 2** **K 5**
	17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2012

an den Realschulen in Bayern

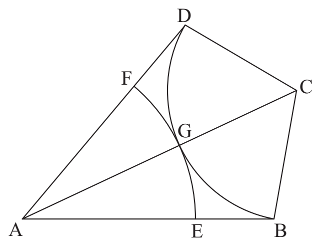
Mathematik II

Name: ______________________ Vorname: ______________________

Klasse: ______________ Platzziffer: ______________ Punkte: ______________

Aufgabe A 1 **Nachtermin**

A 1 Die nebenstehende Skizze zeigt das Drachenviereck ABCD mit der Symmetrieachse AC.
Es gilt: $\overline{AB} = 8\text{ cm}$; $\sphericalangle BAD = 50°$; $\sphericalangle CBA = 100°$.
Der Kreisbogen $\overset{\frown}{DB}$ hat den Mittelpunkt C und schneidet die Strecke $[AC]$ im Punkt G. Der Kreisbogen $\overset{\frown}{EF}$ mit $E \in [AB]$ und $F \in [AD]$ hat den Mittelpunkt A und berührt den Kreisbogen $\overset{\frown}{DB}$ im Punkt G.



Berechnen Sie die Länge der Strecke $[BC]$ und bestimmen Sie sodann durch Rechnung den Umfang der Figur BGE, die durch die Kreisbögen $\overset{\frown}{EG}$, $\overset{\frown}{GB}$ sowie die Strecke $[BE]$ begrenzt wird. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.
[Teilergebnis: $\overline{BC} = 4{,}13\text{ cm}$]

5 P

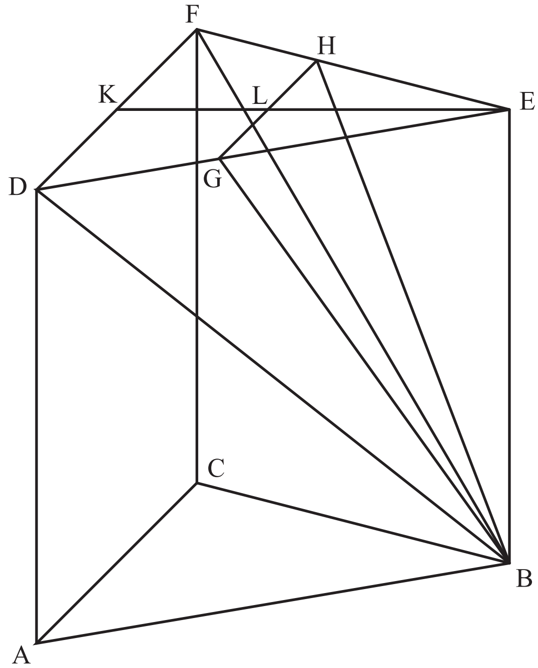
A 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild des geraden Prismas ABCDEF mit dem gleichseitigen Dreieck ABC als Grundfläche. Die Strecke [GH] mit $G \in [DE]$ und $H \in [FE]$ ist parallel zur Strecke [DF]. Die Punkte K und L sind die Mittelpunkte der Strecken [DF] und [GH]. Die Fläche DGHF ist die Grundfläche der Pyramide DGHFB mit der Spitze B.

Es gilt:

$\overline{AB} = 6\,\text{cm}$; $\overline{AD} = 6\,\text{cm}$; $\overline{KL} = 2\,\text{cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf eine Stelle nach dem Komma.

In der Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$



A 2.1 Berechnen Sie das Volumen der Pyramide DGHFB.
[Teilergebnisse: $\overline{GH} = 3{,}7\,\text{cm}$; $\overline{EL} = 3{,}2\,\text{cm}$]

3 P

A 2.2 Berechnen Sie das Maß des Winkels LBK.

3 P

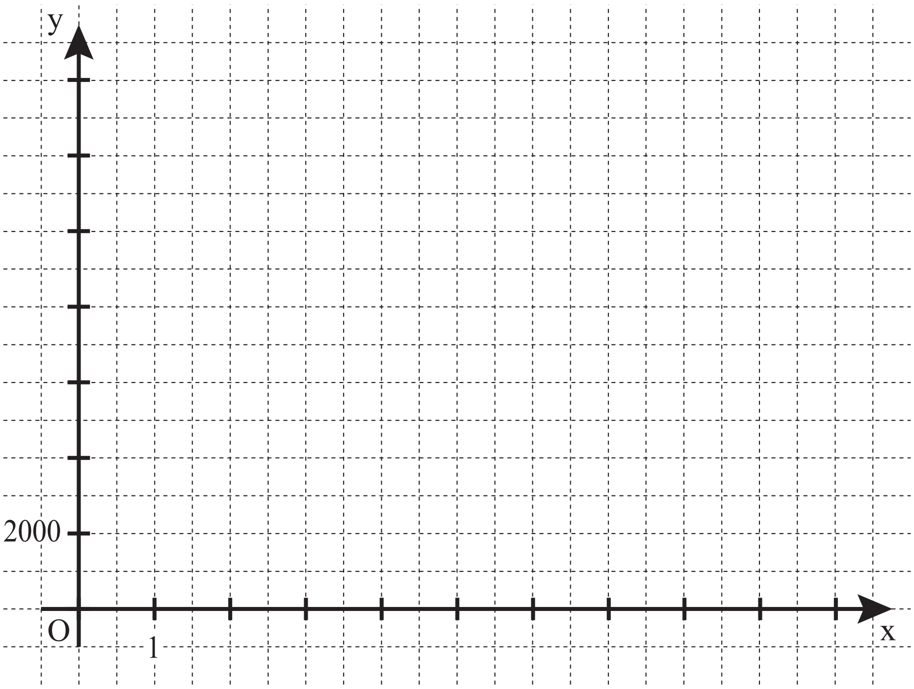
A 2.3 Das Dreieck GEH ist die Grundfläche der Pyramide GEHB mit der Spitze B.
Berechnen Sie die Oberfläche O dieser Pyramide.

3 P

A 3.0 Der Wert eines zwei Jahre alten Gebrauchtwagens beträgt derzeit 12750 €. Seit dem Neukauf hat das Fahrzeug jährlich 16 % an Wert verloren. Bei gleichbleibendem prozentualen Wertverlust lässt sich nach x Jahren der Zeitwert y € des Wagens durch die Funktion f mit der Gleichung $y = 12750 \cdot 0{,}84^x$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$ beschreiben.

A 3.1 Ergänzen Sie die Wertetabelle auf Ganze gerundet.
Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f in das Koordinatensystem.

x	0	2	4	6	8	10
$12750 \cdot 0{,}84^x$						



2 P

A 3.2 Das Auto soll mit einem Zeitwert von 5000 € verkauft werden. Geben Sie mithilfe des Graphen zu f an, wie viele Jahre man mit dem Verkauf noch warten muss.

1 P

A 3.3 Berechnen Sie den Wert des Autos beim Neukauf auf ganze Euro gerundet.

2 P

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2012

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

B 1.0 Die Parabel p verläuft durch die Punkte $P(-2|-3)$ und $Q(3|4,5)$. Sie hat eine Gleichung der Form $y = ax^2 + bx + 3$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ und $b \in \mathbb{R}$.
Die Gerade g ist festgelegt durch die Punkte $A(-1|-3)$ und $D(12|3,5)$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Zeigen Sie durch Berechnung der Werte für a und b, dass die Parabel p die Gleichung $y = -0,5x^2 + 2x + 3$ hat und bestimmen Sie sodann die Koordinaten des Scheitelpunktes S der Parabel p. Zeichnen Sie die Parabel p für $x \in [-3;\ 6]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4 \leqq x \leqq 7$; $-8 \leqq y \leqq 6$ 4 P

B 1.2 Berechnen Sie die Gleichung der Geraden g und zeichnen Sie diese in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.
[Ergebnis: $g\colon\ y = 0,5x - 2,5$] 2 P

B 1.3 Begründen Sie rechnerisch, dass sich die Parabel p und die Gerade g in zwei Punkten schneiden. 2 P

B 1.4 Punkte $B_n(x|-0,5x^2 + 2x + 3)$ und C_n auf der Parabel p sind zusammen mit dem Punkt $A(-1|-3)$ Eckpunkte von Dreiecken AB_nC_n. Die x-Koordinate der Punkte C_n ist um 3 kleiner als die Abszisse x der Punkte B_n.
Zeichnen Sie die Dreiecke AB_1C_1 für $x = 1,5$ und AB_2C_2 für $x = 5$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.
Zeigen Sie sodann, dass für die Koordinaten der Punkte C_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte B_n gilt: $C_n(x-3|-0,5x^2 + 5x - 7,5)$ 3 P

B 1.5 Berechnen Sie den Flächeninhalt A des Dreiecks AB_1C_1. 3 P

B 1.6 Im Dreieck AB_2C_2 aus 1.4 besitzt der Winkel B_2AC_2 das Maß α.
Berechnen Sie α. 3 P

Bitte wenden!

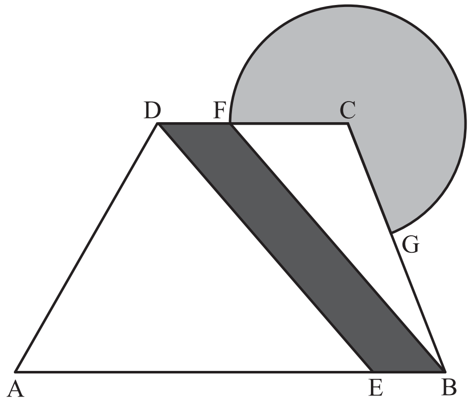
Abschlussprüfung 2012
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 2 **Nachtermin**

B 2.0 Die Grundfläche des Erlebnisbeckens eines Schwimmbades hat die Form eines Trapezes mit angrenzendem Kreissektor. Teile des Bodens sollen farbig gestaltet werden. In nebenstehender Skizze sind die geplanten Farbbereiche dargestellt.
Es gilt: $[AB] \parallel [CD]$; $\overline{AB} = 60\,\text{m}$;
$\overline{AC} = 58\,\text{m}$; $\overline{AD} = 40\,\text{m}$; $\sphericalangle BAD = 60°$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



B 2.1 Zeichnen Sie das Trapez $ABCD$ im Maßstab $1:500$. Berechnen Sie das Maß des Winkels DCA und den Abstand der beiden parallelen Seiten [AB] und [CD].
[Ergebnis: $\sphericalangle DCA = 36{,}67°$; $d([AB];[CD]) = 34{,}64\,\text{m}$] 4 P

B 2.2 Durch den trapezförmigen Bereich $ABCD$ des Bodens soll ein blauer Streifen mit den parallelen Begrenzungslinien [ED] und [BF] verlaufen. Dabei gilt: $E \in [AB]$ mit $\overline{EB} = 10\,\text{m}$ und $F \in [CD]$.
Zeichnen Sie die Begrenzungslinien [ED] und [BF] in die Zeichnung zu 2.1 ein und berechnen Sie sodann die Länge der Strecke [ED].
[Ergebnis: $\overline{ED} = 45{,}83\,\text{m}$] 2 P

B 2.3 Berechnen Sie den Flächeninhalt des blauen Streifens $EBFD$.
[Ergebnis: $A_{EBFD} = 346{,}40\,\text{m}^2$] 2 P

B 2.4 Der kreissektorförmige Bereich CGF mit dem Mittelpunkt C wird in türkiser Farbe gestaltet. Dabei schneidet der Kreis um C mit dem Radius $\overline{CF}$ die Seite [BC] im Punkt G.
Tragen Sie den Kreisbogen $\overset{\frown}{GF}$ in die Zeichnung zu 2.1 ein und berechnen Sie sodann das Maß des Winkels ACB.
[Ergebnis: $\sphericalangle ACB = 74{,}58°$] 3 P

B 2.5 Zeigen Sie, dass für die Länge der Strecke [DC] gilt: $\overline{DC} = 26{,}52\,\text{m}$.
Berechnen Sie sodann den Flächeninhalt des türkisfarbenen Kreissektors.
[Ergebnis: $A_{\text{Sektor } CGF} = 592{,}42\,\text{m}^2$] 3 P

B 2.6 Bestimmen Sie den prozentualen Anteil der farbigen Flächen an der Gesamtfläche des Beckenbodens. 3 P

Bitte wenden!

Ebene Geometrie			
A 1 $\dfrac{\overline{BC}}{\sin(0{,}5\cdot\sphericalangle BAD)}=\dfrac{\overline{AB}}{\sin(180°-\sphericalangle CBA-(0{,}5\cdot\sphericalangle BAD))}$			
$\overline{BC}=\dfrac{8\,\text{cm}\cdot\sin 25°}{\sin 55°}$	$\overline{BC}=4{,}13\,\text{cm}$		
$u=\overset{\frown}{EG}+\overset{\frown}{GB}+\overline{BE}$			
$\overset{\frown}{EG}=2\cdot\overline{AG}\cdot\pi\cdot\dfrac{\sphericalangle EAG}{360°}$			
$\overline{AG}=\overline{AC}-\overline{GC}$ mit $\overline{GC}=\overline{BC}=4{,}13\,\text{cm}$			
$\overline{AC}=\sqrt{8^2+4{,}13^2-2\cdot 8\cdot 4{,}13\cdot\cos 100°}\,\text{cm}$	$\overline{AC}=9{,}62\,\text{cm}$		
$\overset{\frown}{EG}=2\cdot(9{,}62\,\text{cm}-4{,}13\,\text{cm})\cdot\pi\cdot\dfrac{25°}{360°}$	$\overset{\frown}{EG}=2{,}40\,\text{cm}$		
$\overset{\frown}{GB}=2\cdot\overline{BC}\cdot\pi\cdot\dfrac{\sphericalangle GCB}{360°}$			
$\overset{\frown}{GB}=2\cdot 4{,}13\,\text{cm}\cdot\pi\cdot\dfrac{55°}{360°}$	$\overset{\frown}{GB}=3{,}96\,\text{cm}$		
$u=2{,}40\,\text{cm}+3{,}96\,\text{cm}+(8\,\text{cm}-(9{,}62\,\text{cm}-4{,}13\,\text{cm}))$	$u=8{,}87\,\text{cm}$	5	L 2 K 2 K 5
Raumgeometrie			
A 2.1 $V=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{1}{2}(\overline{DF}+\overline{GH})\cdot\overline{KL}\cdot\overline{EB}$			
$\dfrac{\overline{GH}}{\overline{DF}}=\dfrac{\overline{EL}}{\overline{EK}}$ $\quad\overline{GH}=\dfrac{(0{,}5\cdot 6\cdot\sqrt{3}-2)\cdot 6}{0{,}5\cdot 6\cdot\sqrt{3}}\,\text{cm}$	$\overline{GH}=3{,}7\,\text{cm}$		L 3 K 2
$V=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{1}{2}(6+3{,}7)\cdot 2\cdot 6\,\text{cm}^3$	$V=19{,}4\,\text{cm}^3$	3	L 2 K 5
A 2.2 $\sphericalangle LBK=\sphericalangle EBK-\sphericalangle EBL$			
$\tan\sphericalangle EBK=\dfrac{0{,}5\cdot 6\cdot\sqrt{3}}{6}$	$\sphericalangle EBK=40{,}9°$		
$\tan\sphericalangle EBL=\dfrac{0{,}5\cdot 6\cdot\sqrt{3}-2}{6}$	$\sphericalangle EBL=28{,}0°$		L 3 K 2
$\sphericalangle LBK=40{,}9°-28{,}0°$	$\sphericalangle LBK=12{,}9°$	3	L 2 K 5

A 2.3 $O = \frac{1}{2} \cdot \overline{GH} \cdot \overline{EL} + \frac{1}{2} \cdot \overline{GH} \cdot \overline{BL} + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{EG} \cdot \overline{BE}$

mit $\overline{EG} = \overline{GH}$

und $\overline{BL} = \sqrt{\overline{EL}^2 + \overline{BE}^2}$ $\quad \overline{BL} = \sqrt{\left(0,5 \cdot 6 \cdot \sqrt{3} - 2\right)^2 + 6^2}$ cm $\quad \overline{BL} = 6,8$ cm

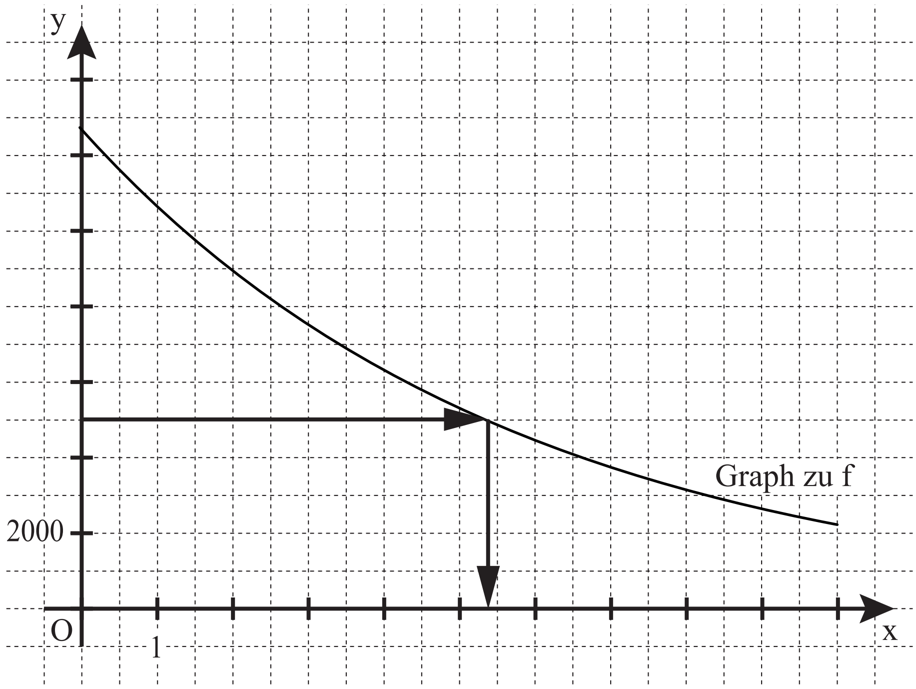
$O = \left(\frac{1}{2} \cdot 3,7 \cdot \left(0,5 \cdot 6 \cdot \sqrt{3} - 2\right) + \frac{1}{2} \cdot 3,7 \cdot 6,8 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3,7 \cdot 6 \right) \text{cm}^2$ $\quad O = 40,7 \text{ cm}^2$ 3 L 2 K 5

FUNKTIONEN

A 3.1

x	0	2	4	6	8	10
$12750 \cdot 0,84^x$	12750	8996	6348	4479	3160	2230

L 4 K 5



2 L 4 K 4

A 3.2 $y = 5000$ $\quad x = 5,4$ (Im Rahmen der Ablesegenauigkeit)

Man muss noch 5,4 Jahre warten. 1 L 4 K 4

A 3.3 Wert des Autos vor einem Jahr: $0,84 \cdot y_1 = 12750$ $\quad y_1 = 15179$

Wert des Autos vor zwei Jahren: $0,84 \cdot y_2 = 15179$ $\quad y_2 = 18070$

Der Wert des Autos betrug 18070 € . 2 L 4 K 2 K 5

19

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Lösungsmuster und Bewertung

Abschlussprüfung 2012
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

FUNKTIONEN

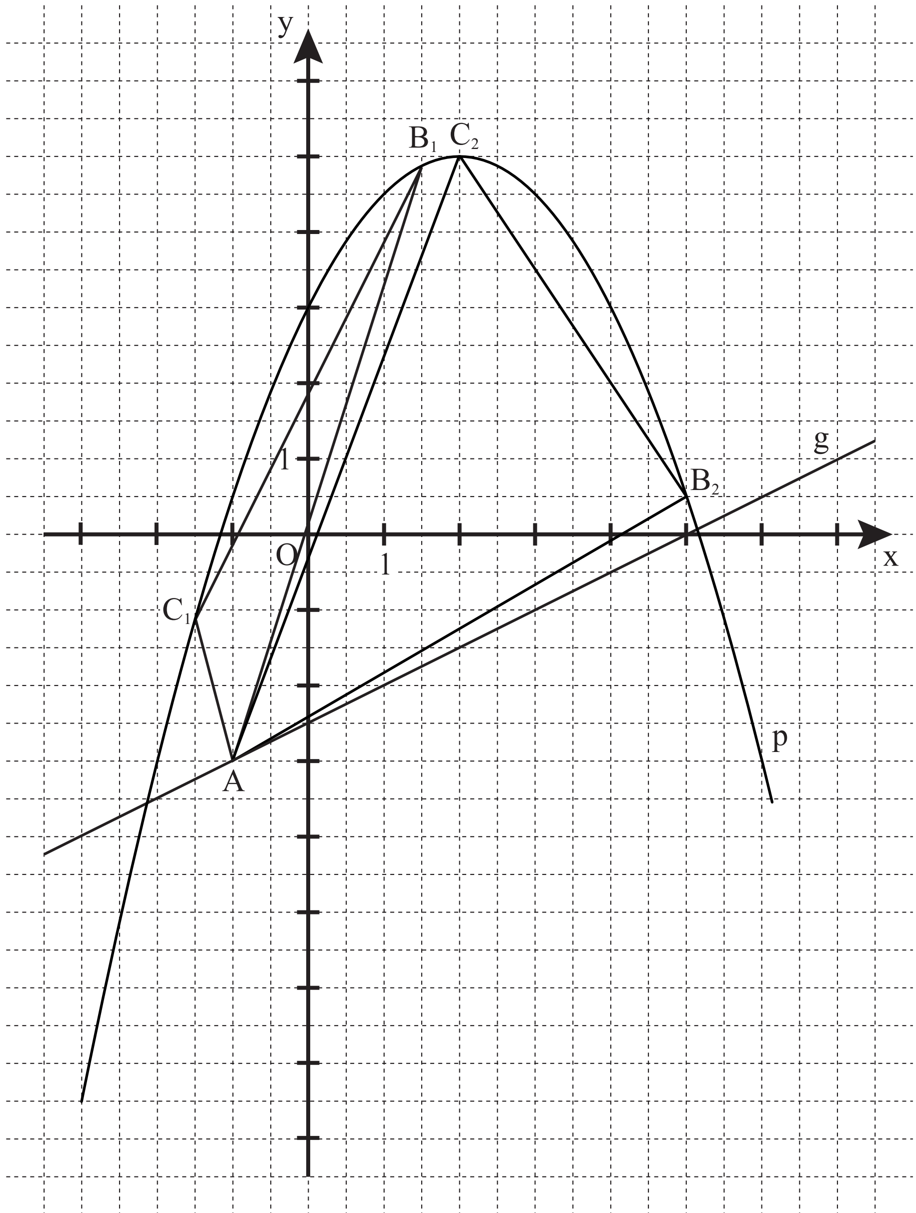
B 1.1 $P(-2\,|\,-3) \in p$ und $Q(3\,|\,4{,}5) \in p$:

$$\begin{array}{|ll} & -3 = a \cdot (-2)^2 + b \cdot (-2) + 3 \\ \wedge & 4{,}5 = a \cdot 3^2 + b \cdot 3 + 3 \end{array} \qquad a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, b \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{|ll} & a = -0{,}5 \\ \wedge & b = 2 \end{array} \qquad \mathbb{L}(a\,|\,b) = \{(-0{,}5\,|\,2)\}$$

$S(2\,|\,5)$

L 4
K 5



4

L 4
K 4

B 1.2 $A(-1\mid -3) \in g$ und $D(12\mid 3,5) \in g$ $g:\ y = mx + t$ $\qquad m,t \in \mathbb{R}$ $m = \frac{3,5-(-3)}{12-(-1)}$ $\qquad m = 0,5$ $-3 = 0,5 \cdot (-1) + t$ $\qquad t = -2,5$ $g:\ y = 0,5x - 2,5$ Einzeichnen der Gerade g	2	L 4 K 4 K 5
B 1.3 $p \cap g$ $0,5x - 2,5 = -0,5x^2 + 2x + 3$ $\qquad x \in \mathbb{R}$ ... $D = 13,25 \;\Rightarrow\; D > 0 \;\Rightarrow$ Es gibt 2 Lösungen und damit 2 Schnittpunkte.	2	L 4 K 1 K 5
B 1.4 Einzeichnen der Dreiecke AB_1C_1 und AB_2C_2 $C_n\left(x-3 \mid -0,5\cdot(x-3)^2 + 2\cdot(x-3)+3\right)$ $\qquad C_n \in p;\ x \in \mathbb{R}$ $C_n\left(x-3 \mid -0,5x^2 + 5x - 7,5\right)$	3	L 3 K 4 K 5
B 1.5 $B_1(1,5 \mid 4,88)$ $\qquad C_1(-1,5 \mid -1,13)$ $\overrightarrow{AB_1} = \begin{pmatrix} 1,5-(-1) \\ 4,88-(-3) \end{pmatrix}$ $\qquad \overrightarrow{AB_1} = \begin{pmatrix} 2,5 \\ 7,88 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AC_1} = \begin{pmatrix} -1,5-(-1) \\ -1,13-(-3) \end{pmatrix}$ $\qquad \overrightarrow{AC_1} = \begin{pmatrix} -0,5 \\ 1,87 \end{pmatrix}$ $A = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} 2,5 & -0,5 \\ 7,88 & 1,87 \end{vmatrix}$ FE $\qquad A = 4,31$ FE	3	L 2 K 2 K 5
B 1.6 $B_2(5 \mid 0,5)$ $\qquad C_2(2 \mid 5)$ $\tan \alpha_1 = m_{AB_2}$ $\qquad m_{AB_2} = \frac{0,5+3}{5+1}$ $\qquad \alpha_1 = 30,26°$ $\tan \alpha_2 = m_{AC_2}$ $\qquad m_{AC_2} = \frac{5+3}{2+1}$ $\qquad \alpha_2 = 69,44°$ $\alpha = \alpha_2 - \alpha_1$ $\qquad \alpha = 39,18°$	3	L 2 K 2 K 5
	17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Abschlussprüfung 2012

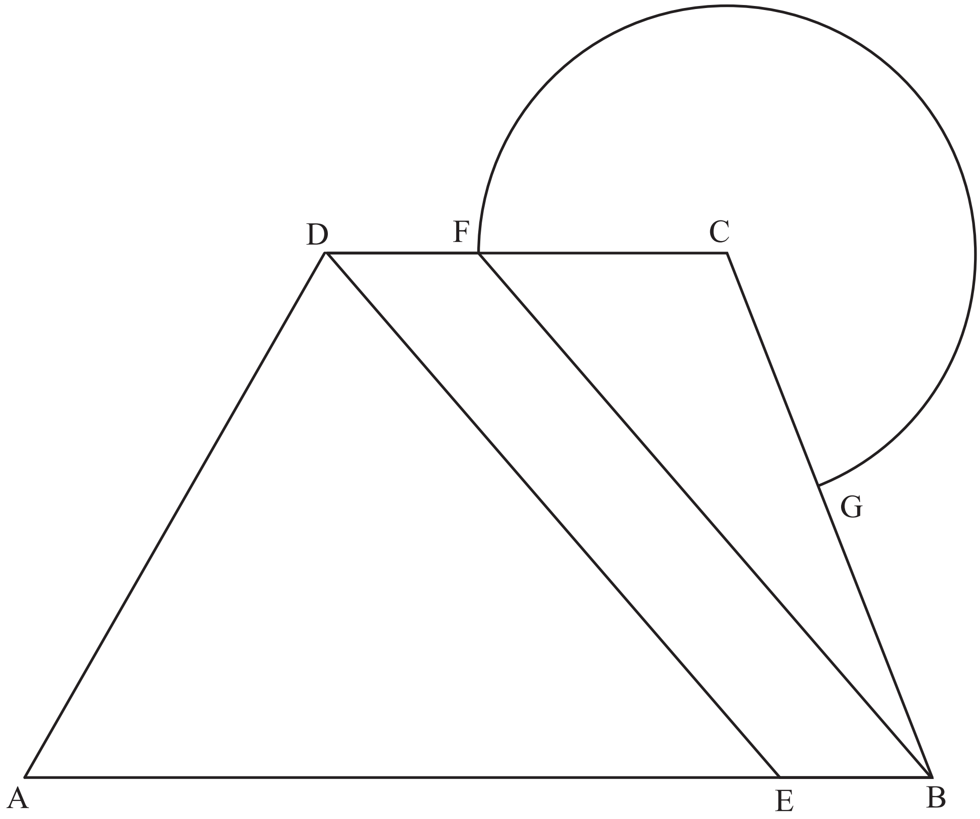
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 2 **Nachtermin**

EBENE GEOMETRIE

B 2.1



L 3 K 3 K 4

$$\frac{\sin \sphericalangle DCA}{\overline{AD}} = \frac{\sin \sphericalangle ADC}{\overline{AC}} \qquad \sphericalangle DCA \in]0°;\, 60°[$$

$$\sin \sphericalangle DCA = \frac{40 \cdot \sin(180° - 60°)}{58} \qquad \sphericalangle DCA = 36{,}67°$$

$$\sin \sphericalangle BAD = \frac{d([AB];[CD])}{\overline{AD}}$$

$$d([AB];[CD]) = 40\,\text{m} \cdot \sin 60° \qquad d([AB];\,[CD]) = 34{,}64\ \text{m}$$

4 — L 2 K 2 K 5

B 2.2 Eintragen der Strecken [ED] und [BF] — L 3 K 4

$$\overline{ED} = \sqrt{(60-10)^2 + 40^2 - 2 \cdot (60-10) \cdot 40 \cdot \cos 60°}\ \text{m} \qquad \overline{ED} = 45{,}83\,\text{m}$$

2 — L 2 K 5

B 2.3 $A_{EBFD} = \overline{EB} \cdot d(D;\,[AB])$ mit $d(D;\,[AB]) = d([AB];\,[CD])$

$$A_{EBFD} = 10\ \text{m} \cdot 34{,}64\ \text{m} \qquad A_{EBFD} = 346{,}40\,\text{m}^2$$

2 — L 2 K 2 K 5

B 2.4 Eintragen des Kreissektors $\frac{\sin\sphericalangle ACB}{\overline{AB}} = \frac{\sin\sphericalangle BAC}{\overline{BC}}$ mit $\sphericalangle BAC = \sphericalangle DCA$ $\qquad$ $\sphericalangle ACB \in]0°;90°[$ $\overline{BC} = \sqrt{60^2 + 58^2 - 2\cdot 60\cdot 58\cdot \cos 36{,}67°}\ \text{m}$ $\qquad$ $\overline{BC} = 37{,}17\ \text{m}$ $\sin\sphericalangle ACB = \frac{60\cdot\sin 36{,}67°}{37{,}17}$ $\qquad$ $\sphericalangle ACB = 74{,}58°$	3	L 3 K 3 K 4 L 2 K 2 K 5
B 2.5 $\overline{DC} = \sqrt{58^2 + 40^2 - 2\cdot 58\cdot 40\cdot \cos(60° - 36{,}67°)}\ \text{m}$ $\qquad$ $\overline{DC} = 26{,}52\ \text{m}$ $A_{Sektor} = \overline{CF}^2\cdot\pi\cdot\frac{\sphericalangle GCF}{360°}$ $\qquad$ $\overline{CF} = \overline{DC} - \overline{DF}$ $A_{Sektor} = (26{,}52 - 10)^2\cdot\pi\cdot\frac{360° - (36{,}67° + 74{,}58°)}{360°}\ \text{m}^2$ $\qquad$ $A_{Sektor} = 592{,}42\ \text{m}^2$	3	L 2 K 2 K 5
B 2.6 $\frac{A_{Sektor} + A_{EBFD}}{A_{ABCD} + A_{Sektor}}$ $A_{ABCD} = 0{,}5\cdot(60 + 26{,}52)\cdot 34{,}64\ \text{m}^2$ $\qquad$ $A_{ABCD} = 1498{,}53\ \text{m}^2$ $\frac{592{,}42 + 346{,}40}{1498{,}53 + 592{,}42} = 0{,}45$ Der prozentuale Anteil beträgt $45\,\%$.	3	L 2 K 2 K 5
	17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.