அத்தியாயம்-1 அணிகள் மற்றும் அணிக்கோவைகளின் பயன்பாடுகள்

1. $|adj\,(adjA)| = |A|^9$, எனில் சதுர அணி A-ன் வரிசையானது

(1)3 (2)4 (3)2 (4)5

Sol: $|adj(adjA)| = |A|^{(n-1)^2}$

$|adj\,(adjA)| = |A|^9$

$(n-1)^2 = 9 = 3^2$

n-1=3⇒n=4 (Option:2)

2. A என்ற 3×3 வரிசை கொண்ட பூச்சியமற்றக் கோவை அணிக்கு $AA^T = A^TA$ மற்றும் $B = A^{-1}A^T$ என்றவாறு இருப்பின் $BB^T =$

(1)A (2)B (3)I_3 (4)B^T

Sol: $BB^T = (A^{-1}A^T)(A^{-1}A^T)^T$

$= (A^{-1}A^T)\ ((A^T)^T(A^{-1})^T$

$= (A^{-1}A^T)(A(A^{-1})^T)$

$= (A^{-1}\,A)(A^T(A^T)^{-1}) = I$

(Option:3)

3. $A = \begin{bmatrix}3 & 5\\1 & 2\end{bmatrix}$, B = adjA மற்றும் C = 3A எனில் $\frac{|adj\,B|}{|C|} =$

(1)$\frac{1}{3}$ (2)$\frac{1}{9}$ (3)$\frac{1}{4}$ (4)1

Sol: $A = \begin{bmatrix}3 & 5\\1 & 2\end{bmatrix}, |A| = 6 - 5 = 1$

$C = 3A \Rightarrow |C| = |3A| = 3^2|A| = 9 \times 1 = 9$

$\frac{|adj\,B|}{|C|} = \frac{|adj\,(adjA)|}{|C|} = \frac{|A|^{(2-1)^2}}{9} = \frac{1}{9}$

(Option:2)

4. $A\begin{bmatrix}1 & -2\\1 & 4\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}6 & 0\\0 & 6\end{bmatrix}$, எனில் A =

(1)$\begin{bmatrix}1 & -2\\1 & 4\end{bmatrix}$ (2)$\begin{bmatrix}1 & 2\\-1 & 4\end{bmatrix}$

(3)$\begin{bmatrix}4 & 2\\-1 & 1\end{bmatrix}$ (4)$\begin{bmatrix}4 & -1\\2 & 1\end{bmatrix}$

Sol: $A\begin{bmatrix}1 & -2\\1 & 4\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}6 & 0\\0 & 6\end{bmatrix} = 6\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{bmatrix} = 6I$

$A = 6I\begin{bmatrix}1 & -2\\1 & 4\end{bmatrix}^{-1} = 6I\,\frac{1}{(4+2)}\begin{bmatrix}4 & 2\\-1 & 1\end{bmatrix}$

$A = \begin{bmatrix}4 & 2\\-1 & 1\end{bmatrix}$ (Option:3)

5. $A = \begin{bmatrix}7 & 3\\4 & 2\end{bmatrix}$, எனில் $9I_2 - A =$

(1)A^{-1} (2)$\frac{A^{-1}}{2}$ (3)$3A^{-1}$ (4)$2A^{-1}$

Sol:$9I_2 - A = \begin{bmatrix}9 & 0\\0 & 9\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}7 & 3\\4 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2 & -3\\-4 & 7\end{bmatrix}$

$A^{-1} = \frac{1}{(14-12)}\begin{bmatrix}2 & -3\\-4 & 7\end{bmatrix} = 2\begin{bmatrix}2 & -3\\-4 & 7\end{bmatrix}$

$\frac{A^{-1}}{2} = \begin{bmatrix}2 & -3\\-4 & 7\end{bmatrix}$

$9I_2 - A = \frac{A^{-1}}{2}$ (Option:2)

6. $A = \begin{bmatrix}2 & 0\\1 & 5\end{bmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{bmatrix}1 & 4\\2 & 0\end{bmatrix}$ எனில் $|adjAB| =$

(1)-40 (2)-80 (3)-60 (4)-20

Sol:$|adjAB| = |adjB|\,|adjA|$

$= 10 \times (-8) = -80$ (Option:2)

7. $P = \begin{bmatrix}1 & x & 0\\1 & 3 & 0\\2 & 4 & -2\end{bmatrix}$ என்பது 3×3 வரிசையுடைய அணி A-ன் சேர்ப்பு அணி மற்றும் $|A| = 4$ எனில் x ஆனது

(1)15 (2)12 (3)14 (4)11

Sol: $|adjA| = |A|^{n-1}$

$\begin{vmatrix}1 & x & 0\\1 & 3 & 0\\2 & 4 & -2\end{vmatrix} = 4^{(3-1)}$

$-2(3-x) = 16$

$-6 + 2x = 16$

$x = 11$ (Option:4)

8. $A = \begin{bmatrix}3 & 1 & -1\\2 & -2 & 0\\1 & 2 & -1\end{bmatrix}$ மற்றும் $A^{-1} = \begin{bmatrix}a_{11} & a_{12} & a_{13}\\a_{21} & a_{22} & a_{23}\\a_{31} & a_{32} & a_{33}\end{bmatrix}$ எனில் a_{23} −ன் மதிப்பானது

(1)0 (2)−2 (3)−3 (4)−1

Sol: $|A| = 2$

$a_{23} = \frac{(co\,factor\,of\,2)}{|A|} = \frac{-\begin{vmatrix}3 & -1\\2 & 0\end{vmatrix}}{2} = \frac{-2}{2} = -1$

(Option:4)

9. A, B மற்றும் C என்பன நேர்மாறு காணத்தக்கவாறு ஏதேனுமொரு வரிசையில் இருப்பின் பின்வருவனவற்றில் எது உண்மையல்ல?

(1) $adj\,A = |A|A^{-1}$

(2) $adj\,(AB) = (adjA)(adjB)$

(3) $\det A^{-1} = (detA)^{-1}$

(4) $(ABC)^{-1} = C^{-1}B^{-1}A^{-1}$

(Option:2)

10. $(AB)^{-1} = \begin{bmatrix}12 & -17\\-19 & 27\end{bmatrix}$ மற்றும் $A^{-1} = \begin{bmatrix}1 & -1\\-2 & 3\end{bmatrix}$, எனில் $B^{-1} =$

(1) $\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -3 & 8 \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} 8 & 5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

(3) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ (4) $\begin{bmatrix} 8 & -5 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

Sol:

$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

$\begin{bmatrix} 12 & -17 \\ -19 & 27 \end{bmatrix} = B^{-1}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 12 & -17 \\ -19 & 27 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}^{-1} = B^{-1}$

$B^{-1} = \begin{bmatrix} 12 & -17 \\ -19 & 27 \end{bmatrix}\frac{1}{(3-2)}\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

$B^{-1} = \begin{bmatrix} 36-34 & 12-17 \\ -57+54 & -19+27 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -3 & 8 \end{bmatrix}$

(Option:1)

11. A^TA^{-1} ஆனது சமச்சீர் எனில் $A^2 =$

(1) A^{-1} (2) $(A^T)^2$

(3) A^T (4) $(A^{-1})^2$

Sol: $A^TA^{-1} = (A^TA^{-1})^T = (A^{-1})^T(A^T)^T$

$A^TA^{-1} = (A^{-1})^TA$

$A^TA^{-1} = (A^T)^{-1}A \Rightarrow (A^T)^2 = A^2$

(Option:2)

12 .A என்பது பூச்சியமற்றக் கோவை அணி மற்றும் $A^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$ எனில் $(A^T)^{-1}$

(1) $\begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$

(3) $\begin{bmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ (4) $\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$

Sol: $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}^T$

$= \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ (Option:4)

13 . $A = \begin{bmatrix} \frac{3}{5} & \frac{4}{5} \\ x & \frac{3}{5} \end{bmatrix}$ மற்றும் $A^T = A^{-1}$ எனில் x ன் மதிப்பு

Sol: $A^T = A^{-1} \Rightarrow AA^T = I$

$\begin{bmatrix} \frac{3}{5} & \frac{4}{5} \\ x & \frac{3}{5} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{3}{5} & x \\ \frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\frac{3}{5}.x + \frac{4}{5} \times \frac{3}{5} = 0$

$5(3x) + 12 = 0$

$\Rightarrow x = -\frac{4}{5}$ (Option:1)

14. $A = \begin{bmatrix} 1 & \tan\frac{\theta}{2} \\ -\tan\frac{\theta}{2} & 1 \end{bmatrix}$ மற்றும் $AB = I_2$, எனில் B =

(1) $\left(cos^2\frac{\theta}{2}\right)A$ (2) $\left(cos^2\frac{\theta}{2}\right)A^T$

(3) $(cos^2\theta)I$ (4) $\left(sin^2\frac{\theta}{2}\right)A$

Sol: $AB = I_2 \Rightarrow B = A^{-1}$

$$B = \frac{1}{1+tan^2\frac{\theta}{2}}\begin{bmatrix} 1 & -\tan\frac{\theta}{2} \\ \tan\frac{\theta}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \frac{1}{sec^2\frac{\theta}{2}}\begin{bmatrix} 1 & -\tan\frac{\theta}{2} \\ \tan\frac{\theta}{2} & 1 \end{bmatrix} = (cos^2\frac{\theta}{2})A^T$$

(Option:2)

15. $A = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$ மற்றும் $A(adjA) = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix}$ எனில் k =

(1) 0 (2) $\sin\theta$

(3) $\cos\theta$ (4) 1

Sol: $A(adjA) = (adjA)A = |A|I$

$A(adjA) = k\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = kI$

$|A|I = 1I$

$k = 1$ (Option:1)

16. $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$ மற்றும் $\lambda A^{-1} = A$ எனில் λ ன் மதிப்பு

(1) 17 (2) 14

(3) 19 (4) 21

Sol: $\lambda A^{-1} = A \Rightarrow \lambda\, I = A^2$

$\begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 & 19 \\ 19 & 19 \end{bmatrix}$

$\lambda = 19$ (Option:3)

17. $adjA = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$ மற்றும் $adj\,B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ எனில் $adj\,(AB)$ ஆனது

(1) $\begin{bmatrix} -7 & -1 \\ 7 & -9 \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} -6 & 5 \\ -2 & -10 \end{bmatrix}$

(3) $\begin{bmatrix} -7 & 7 \\ -1 & -9 \end{bmatrix}$ (4) $\begin{bmatrix} -6 & -2 \\ 5 & -10 \end{bmatrix}$

Sol: $adj\,(AB) = adj\,(B)adj\,(A)$

$= \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2-8 & 3+2 \\ -6+4 & -9-1 \end{bmatrix}$

$adj\,(AB) = \begin{bmatrix} -6 & 5 \\ -2 & -10 \end{bmatrix}$ (Option:2)

18. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ -1 & -2 & -3 & -4 \end{bmatrix}$ ன் அணித்தரம்

(1)1 (2)2 (3)4 (4)3

Sol: $= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ -1 & -2 & -3 & -4 \end{bmatrix}$

$\sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$(R_2 \to R_2 - 2R_1, R_3 \to R_3 + R_1)$

$\rho(A) = 1$ (Option:1)

19.If $x^a y^b = e^m$, $x^c y^d = e^n$, $\Delta_1 = \begin{vmatrix} m & b \\ n & d \end{vmatrix}$, $\Delta_2 = \begin{vmatrix} a & m \\ c & n \end{vmatrix}$, $\Delta_3 = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$, எனில் x மற்றும் y ன் மதிப்புகள் முறையே

(1)$e^{\left(\frac{\Delta_2}{\Delta_1}\right)}, e^{\left(\frac{\Delta_3}{\Delta_1}\right)}$ (2)$\log\left(\frac{\Delta_1}{\Delta_3}\right), \log\left(\frac{\Delta_2}{\Delta_3}\right)$

(3)$\log\left(\frac{\Delta_2}{\Delta_1}\right), \log\left(\frac{\Delta_3}{\Delta_1}\right)$ (4)$e^{\left(\frac{\Delta_1}{\Delta_3}\right)}, e^{\left(\frac{\Delta_2}{\Delta_3}\right)}$

Sol:$a\, logx + b\, logy = m$

$c\, logx + d\, logy = n$

By Cramer's rule,

$$logx = \frac{\begin{vmatrix} m & b \\ n & d \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}} = \frac{\Delta_1}{\Delta_3} \Rightarrow x = e^{\left(\frac{\Delta_1}{\Delta_3}\right)}$$

$|||^{ly}, y = e^{\left(\frac{\Delta_2}{\Delta_3}\right)}$ (Option:4)

20. பின்வருவனவற்றுள் எவை / எவைகள் உண்மையானவை?

(i)ஒரு சமச்சீர் அணியின் சேர்ப்பு அணி சமசீராக இருக்கும்.(ii)ஒரு மூலைவிட்ட அணியின் சேர்ப்பு அணி மூலை விட்ட அணியாக இருக்கும். (iii)A என்பது n வரிசை உடைய ஒரு சதுர அணி மற்றும் λ என்பது ஒரு திசையிலி எனில் $adj(\lambda A) = \lambda^n adj(A)(iv)A(adjA) = (adjA)A = |A|I$

(1)(i) மட்டும் (2)(ii) மற்றும் (iii)

(3)(iii) மற்றும (iv) (4)(i),(ii) மற்றும் (iv)

(Option:4)

21. $\rho(A) = \rho(A|B)$ எனில் AX=B என்ற நேரிய சமன்பாடுகளின் தொகுப்பு

(1) ஒருங்கமைவுடையுது மற்றும் ஒரே ஒரு தீர்வு பெற்றிருக்கும்(2ஒருங்கமைவுடையுது (3) ஒருங்கமைவுடையுது மற்றும் எண்ணற்ற தீர்வுகள் பெற்றிருக்கும்.

(4) ஒருங்கமையற்றது (Option:2)

22.If $0 \le \theta \le \pi$ and the system of Equations

$$x + (sin\theta)y - (cos\theta)z = 0,$$
$$(cos\theta)x - y + z = 0,$$
$$(sin\theta)x + y - z = 0$$

has a non-trivial solution then θ is

(1) $\frac{2\pi}{3}$ (2) $\frac{3\pi}{4}$ (3) $\frac{5\pi}{6}$ (4) $\frac{\pi}{4}$

Sol:$\begin{vmatrix} 1 & sin\theta & -cos\theta \\ cos\theta & -1 & 1 \\ sin\theta & 1 & -1 \end{vmatrix} = 0$

$sin^2\theta = cos^2\theta \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$ (Option:4)

23.The augmented matrix of the system of linear equations is $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 7 & 3 \\ 0 & 1 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & \leftthreetimes -7 & \mu + 5 \end{bmatrix}$. The system has infinitely many solutions if

(1) $\leftthreetimes = 7, \mu \neq -5$ (2) $\leftthreetimes = -7, \mu = 5$

(3) $\leftthreetimes \neq 7, \mu \neq -5$ (4) $\leftthreetimes = 7, \mu = -5$

Sol:

எண்ணற்ற தீர்வுகள் பெற்றிருக்கும்,

$\rho(A) = \rho(A, B) \neq 3$

$\leftthreetimes = 7, \mu = -5$ (Option:4)

24. $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ மற்றும் $4B \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & x \\ -1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ மற்றும் A ன் நேர்மாறு B எனில் x ன் மதிப்பு

(1)2 (2)4 (3)3 (4)1

Sol:$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix} . \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & x \\ -1 & 1 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow$

$a_{13} = 0$

$\frac{-2}{4} - \frac{x}{4} + \frac{3}{4} = 0 \Rightarrow x = 1$ (Option:4)

25. $A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ எனில் $adj(adjA)$ ன் மதிப்பு

(1)$\begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ (2)$\begin{bmatrix} 6 & -6 & 8 \\ 4 & -6 & 8 \\ 0 & -2 & 2 \end{bmatrix}$

(3)$\begin{bmatrix} -3 & 3 & -4 \\ -2 & 3 & -4 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ (4)$\begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & -3 & 4 \end{bmatrix}$

$adj(adjA) = |A|^{n-2}A = |A|^{3-2}A$

$adj(adjA) = |A|A = 1A = A$(Option:1)