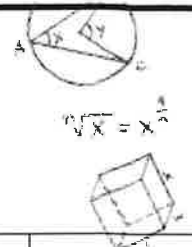
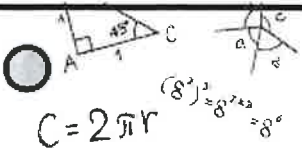


수학이 제일 좋아



2. 방정식과 부등식	교과서 84쪽	학습확인③
-------------	---------	-------

1. 다음 연립방정식을 푸시오.

(1) $3x^3 + 11x^2 - 19x + 5 = 0$

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & 11 & -19 & 5 \\ & 3 & 14 & -5 \\ \hline -5 & & -15 & 5 \\ & & 3 & -1 \end{array}$$

$(x-1)(x+5)(3x-1) = 0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=-5$ 또는 $x=\frac{1}{3}$

(2) $2x^4 - 3x^2 - 2 = 0$ $x^2 = t$ 라 두면 $x^2 = t^2$ 이다

$$2t^2 - 3t - 2 = (2t+1)(t-2) = 0$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 1 \end{array} \begin{array}{r} +1 \\ -2 \end{array}$$

$t = -\frac{1}{2}$ 또는 $t = 2$

$x^2 = -\frac{1}{2}$ 또는 $x^2 = 2$

$x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}i$ 또는 $x = \pm\sqrt{2}$

$\therefore x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}i$ 또는 $x = \pm\sqrt{2}$

$2x^2 = -1$
 $2x^2 + 1 = 0$
 $a=2, b=0, c=1$
 근의 공식에 의해
 $x = \frac{0 \pm \sqrt{0-8}}{4} = \frac{\pm 2\sqrt{2}}{4} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}i$

2. 다음 방정식을 푸시오.

(1) $(x^2 + 2x)^2 - 8(x^2 + 2x) + 15 = 0$

$x^2 + 2x = t$ 라 두면 $t^2 - 8t + 15 = 0$

$$\begin{array}{r} -3 \\ -5 \end{array}$$

$(t-3)(t-5) = 0$

$t=3$ 또는 $t=5$

$x^2 + 2x = 3$ 또는 $x^2 + 2x = 5$

$x^2 + 2x - 3 = 0$ 또는 $x^2 + 2x - 5 = 0$

$a=1, b=2, c=-3$ 또는 $a=1, b=2, c=-5$

근의 공식에 의해 $x = -1 \pm \sqrt{6}$

(2) $(x^2 + 1)^2 + 3(x^2 + 1) - 10 = 0$

$x^2 + 1 = t$ 라 두면 $t^2 + 3t - 10 = 0$

$$\begin{array}{r} -2 \\ +5 \end{array}$$

$(t-2)(t+5) = 0$

$t=2$ 또는 $t=-5$

$x^2 + 1 = 2$ 또는 $x^2 + 1 = -5$

$x^2 = 1$ 또는 $x^2 = -6$

$x = \pm 1$ 또는 $x = \pm\sqrt{6}i$

$\therefore x = \pm 1$ 또는 $x = \pm\sqrt{6}i$

3. 다음 연립방정식을 푸시오.

(1) $\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x^2 - y^2 = 2 \end{cases}$

$x - 1 = y$

$$2x^2 - (x-1)^2 = 2$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$\begin{array}{r} -1 \\ +3 \end{array}$$

$(x-1)(x+3) = 0$

$x=1$ 또는 $x=-3$

$y=0$ 또는 $y=-4$

(2) $\begin{cases} x + y = 4 \\ (x+1)(y+1) = 8 \end{cases}$

$y = 4 - x$

$$(x+1)(4-x+1) = 8$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$\begin{array}{r} -1 \\ +3 \end{array}$$

$(x-1)(x-3) = 0$

$x=1$ 또는 $x=3$

$y=3$ 또는 $y=1$

4. 다음 연립방정식을 푸시오.

$$(1) \begin{cases} x^2 - 4xy + 3y^2 = 0 \\ x^2 - xy + 2y^2 = 8 \end{cases} \rightarrow \underbrace{(x-y)}_{\textcircled{1}} \underbrace{(x-3y)}_{\textcircled{2}} = 0$$

$$\textcircled{1} \begin{cases} x-y=0 \\ x^2-xy+2y^2=8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=y \\ x^2-xy+2y^2=8 \end{cases}$$

$$2y^2=8 \\ y^2=4, y=\pm 2$$

$$\begin{cases} y=2 \\ x=2 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} y=-2 \\ x=-2 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} x-3y=0 \\ x^2-xy+2y^2=8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3y \\ x^2-xy+2y^2=8 \end{cases}$$

$$8y^2=8 \\ y^2=1$$

$$\begin{cases} y=1 \\ x=3 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} y=-1 \\ x=-3 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 7x^2 - 8xy + y^2 = 0 \\ x^2 + y^2 = 50 \end{cases} \rightarrow \underbrace{(x-y)}_{\textcircled{1}} \underbrace{(7x-y)}_{\textcircled{2}} = 0$$

$$\textcircled{1} \begin{cases} x-y=0 \\ x^2+y^2=50 \end{cases}$$

$$2x^2=50 \\ x^2=25$$

$$\begin{cases} x=5 \\ y=5 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} x=-5 \\ y=-5 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} 7x-y=0 \\ x^2+y^2=50 \end{cases}$$

$$x^2 + (7x)^2 = 50 \\ 50x^2 = 50 \\ x^2 = 1$$

$$\text{또는} \begin{cases} x=1 \\ y=7 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} x=-1 \\ y=-7 \end{cases}$$

5. 삼차방정식 $x^3 + ax^2 + bx - 2 = 0$ 의 한 근이 $1+i$ 일 때, 실수 a, b 의 값과 나머지 두 근을 구하시오.

방법 1 근 $1+i$ 를 식에 대입하면 $(1+i)^3 + a(1+i)^2 + b(1+i) - 2 = 0$

$$1 + 3i - 3 - i + a(1 + 2i - 1) + b + bi - 2 = 0$$

$$(3 - 1 + 2a + b)i + (1 - 3 + b - 2) = 0$$

$$\begin{aligned} \downarrow & \qquad \qquad \downarrow \\ 2a + b &= -2 & b - 4 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \downarrow & \qquad \qquad \downarrow \\ 2a &= -6, a = -3 & b &= 4 \end{aligned}$$

식을 완성하면 $x^3 - 3x^2 + 4x - 2 = 0$

$$(x-1)(x^2 - 2x + 2) = 0$$

$$x=1 \quad \text{또는} \quad x=1 \pm i$$

방법 2 a, b 는 실수이고

한 근이 $1+i$ 이므로 다른 한 근은 $1-i$ 이다.

$1+i, 1-i$ 를 근으로 갖는 이차방정식은 $x^2 - 2x + 2 = 0$ 이다.

나머지 한 근을 α 라 하면 주어진 삼차방정식은

$$\begin{aligned} x^3 + ax^2 + bx - 2 &= (x-2)(x^2 - 2x + 2) \\ &= (x-1)(x^2 - 2x + 2) \\ &= x^3 - 3x^2 + 4x - 2 \end{aligned}$$

계수비교에 의해

$$a = -3, b = 4, \text{ 나머지 한 근은 } 1 \text{이다.}$$

6. 삼차방정식 $x^3 - 3x^2 + (k-4)x + k = 0$ 의 근이 모두 실수가 되도록 하는 실수 k 의 값의 범위를 구하시오.

$$\begin{array}{c|ccc} 1 & -3 & (k-4) & k \\ -1 & & 4 & -k \\ \hline & 1 & -4 & k \end{array} \quad \underline{0}$$

$$(x+1)(x^2 - 4x + k) = 0$$

$$\downarrow \\ x = -1 \text{ (실근)}$$

$$\downarrow \text{ 실근이어야 함.} \\ \text{판별식 } D = 4^2 - 4k \geq 0 \\ 4 \geq k$$