Wiederholen für die Klausur

Teil A – Aufgaben ohne Hilfsmittel

1 ≡ Punkte angeben

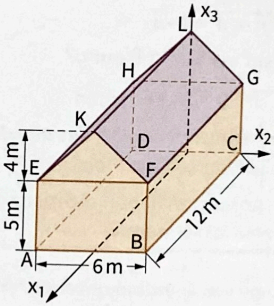
Geben Sie die Koordinaten eines Punktes an, der nicht der Ursprung ist und der
a) in der x_1x_2-Ebene und in der x_2x_3-Ebene liegt;
b) in der x_1x_2-Ebene liegt und gleich weit von der x_1-Achse und der x_2-Achse entfernt ist;
c) gleich weit von der x_2-Achse und der x_3-Achse entfernt ist.

2 ≡ Pyramide

Die Punkte $A(3|-1|1)$, $B(2|2|1)$ und $C(0|0{,}5|1)$ bilden die Grundfläche einer Pyramide mit der Spitze $S(1|-0{,}5|5)$.
a) Zeigen Sie, dass die Grundfläche der Pyramide parallel zur x_1x_2-Ebene liegt.
b) Geben Sie die Höhe der Pyramide an.

3 ≡ Längen und Volumen

a) Geben Sie die Koordinaten der Eckpunkte des Hauses an.
b) Berechnen Sie die Längen der Dachkanten.
c) Berechnen Sie das Volumen des Hauses.



4 ≡ Mittelpunkt einer Strecke

a) Gegeben sind die Punkte $A(-3|4|7)$ und $B(5|-2|1)$. Berechnen Sie die Koordinaten des Mittelpunktes M der Strecke $\overline{AB}$.
b) Der Punkt $M(2|-3|-5)$ ist der Mittelpunkt der Strecke $\overline{PQ}$ mit $P(-3|1|4)$. Bestimmen Sie die Koordinaten von Q.

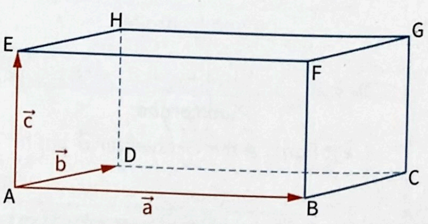
5 ≡ Berechnungen am Parallelogramm

Gegeben sind die Punkte $A(3|-1|4)$, $B(7|3|1)$, $C(5|4|2)$ und $D(1|0|5)$.
a) Zeigen Sie, dass die vier Punkte die Eckpunkte eines Parallelogramms sind.
b) Prüfen Sie, ob das Parallelogramm eine Raute ist.
c) Bestimmen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes der Diagonalen des Parallelogramms.

6 ≡ Von Punkt zu Punkt

Die Punkte M_1, M_2 und M_3 sind die Mittelpunkte der Seitenflächen BCGF, CGHD bzw. ABFE des Quaders.
Stellen Sie den Vektor mithilfe der Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ dar.

a) $\overrightarrow{AM_1}$ b) $\overrightarrow{M_1M_2}$ c) $\overrightarrow{HM_3}$ d) $\overrightarrow{M_2A}$



7 ≡ Abstandsproblem

Gegeben sind die Punkte $U(0|4|2)$, $V(0|0|0)$ und $W(0|4|0)$. Geben Sie die Koordinaten eines Punktes P an, der von U, V und W den gleichen Abstand hat.

8 ≡ Parameterdarstellung einer Geraden

Eine Gerade g ist gegeben durch die Parameterdarstellung $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$; $t \in \mathbb{R}$.
a) Geben Sie eine zweite Parameterdarstellung von g an.
b) Zeigen Sie, dass durch $\vec{x} = \begin{pmatrix} 86 \\ 18 \\ -38 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -20 \\ -5 \\ 10 \end{pmatrix}$; $r \in \mathbb{R}$; die Gerade g ebenfalls dargestellt wird.

9 ≡ Lage von drei Punkten

Gegeben sind die Punkte $A(2|3|1)$, $B(5|1|-2)$ und $C(-4|7|7)$. Untersuchen Sie, ob die drei Punkte auf einer Geraden liegen.

10 ≡ Punkte auf einer Geraden

Gegeben sind die Punkte $A(11|1|6)$ und $B(5|-1|2)$.

a) Stellen Sie eine Gleichung der Geraden g auf, die durch die Punkte A und B verläuft.

b) Geben Sie die Koordinaten zweier Punkte auf der Geraden g an, die zwischen den Punkten A und B liegen.

c) Untersuchen Sie, ob es einen Punkt mit drei gleichen Koordinaten auf der Geraden g gibt.

Teil B – Aufgaben mit Hilfsmitteln

11 ≡ Längen von Dreiecksseiten

Zeichnen Sie das Dreieck ABC mit $A(6|-2|1)$, $B(2|2|-1)$ und $C(-4|-1|3)$ in ein Koordinatensystem. Welche der Dreiecksseiten ist am längsten? Begründen Sie Ihre Antwort.

12 ≡ Gleichschenkliges Dreieck

Bestimmen Sie den Parameter t so, dass das Dreieck ABC mit den Eckpunkten $A(3|-2|4)$, $B(5|0|5)$, $C(1|t|2)$ gleichschenklig ist.

13 ≡ Viereck untersuchen

Untersuchen Sie, ob das Viereck ABCD mit $A(3|1|6)$; $B(4|3|9)$; $C(5|1|12)$ und $D(4|-1|9)$ ein besonderes Viereck ist.

14 ≡ Heißluftballon

Ein Heißluftballon bewegt sich nach dem Start einige Minuten lang nahezu konstant pro Sekunde um den Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1{,}2 \\ -1{,}8 \\ 0{,}5 \end{pmatrix}$ bezüglich eines Koordinatensystems mit der Einheit Meter.

a) Geben Sie die Geschwindigkeit des Ballons in km/h an.

b) Der Startpunkt des Ballons befand sich im Punkt $P_1(232|98|159)$. Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes P_2, in dem sich der Ballon zwei Minuten nach dem Start befindet.

c) Überprüfen Sie, ob der Ballon auf dem Weg von P_1 nach P_2 den Punkt $Q(340|-80|204)$ passiert hat.

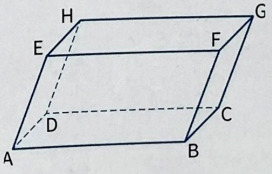
15 ≡ Schnittpunkt zweier Geraden

Gegeben sind die Geraden g und h mit $g\colon \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ und $h\colon \vec{x} = \begin{pmatrix} -6 \\ -5 \\ 8 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$; $t, s \in \mathbb{R}$.

a) Bestimmen Sie den Schnittpunkt der Geraden g mit der Geraden h.

b) Zeigen Sie, dass der Punkt $P(3|1|11)$ auf der Geraden h liegt. Bestimmen Sie eine Gerade k durch den Punkt P, die parallel zur Geraden g verläuft.

16 ≡ Prisma



Gegeben sind die Punkte $A(2|1|-1)$, $B(6|4|-2)$, $C(5|6|0)$, $D(1|3|1)$, $F(4|6|4)$ und $H(-1|5|7)$.

Die Punkte A, B, C, D, E, F, G und H sind Eckpunkte eines schiefen Prismas mit der Grundfläche ABCD.

a) Geben Sie die Koordinaten der Punkte G und E an.

b) Weisen Sie nach, dass die Grundfläche des Prismas ein Rechteck ist.

c) Untersuchen Sie, ob sich alle Raumdiagonalen des Prismas in genau einem Punkt schneiden. Berechnen Sie gegebenenfalls die Koordinaten des Schnittpunktes dieser Raumdiagonalen.