Instrucciones:

a) Duración: 1 hora

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Los vectores $\vec{u}=(1,1,0)$ y $\vec{v}=(8,1,1)$ son linealmente independientes entre sí.

a) [1 punto] Añadir un tercer vector $\vec{w}$ que forme una base con ellos. Demostrar que los tres vectores forman una base.

b) [1 punto] Obtener el ángulo que forman los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$.

c) [0,5 puntos] Sea $\vec{h}=(k, -2, 1)$. ¿Cuánto vale k para que $\vec{h}$ sea ortogonal a $\vec{v}$?

Ejercicio 2.- Sea el polígono de vértices consecutivos $A(-1,1)$, $B(0,5)$, $C(4,4)$ y $D(3,0)$.

a) [1 punto] ¿Es un paralelogramo? Razona con precisión tu respuesta.

b) [1 punto] ¿Es un rombo? Razona con precisión tu respuesta.

c) [0,5 puntos] Obtener la proyección ortogonal de $\vec{AB}$ sobre $\vec{AD}$.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Sean las rectas $r: \frac{-x}{2} = \frac{y-1}{2}$, $s: x - ay = 2$, $t: \begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = -1 + a\lambda \end{cases}$.

Obtener el valor de a para que las tres rectas se corten en el mismo punto. Obtener dicho punto de corte.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Dada la elipse $x^2 + 2y^2 = 6$, obtener las coordenadas de un rectángulo inscrito en la elipse, de lados paralelos a los ejes de la elipse, y de perímetro 12 unidades. Representa la elipse gráficamente, indicando las coordenadas de los puntos A, A', B, B', F, F' . Obtener las coordenadas de los cuatro vértices del rectángulo inscrito.

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Escribir los vectores que formen un ángulo de 40° con el vector $\vec{u}=(1,1)$ y que posean módulo unidad.

Ejercicio 2.- a) [2 puntos] José Luis se lanza al agua con intención de llegar al embarcadero que se encuentra frente a él al otro lado del río, a 200 metros. Se lanza de manera perpendicular a la corriente del río. Tras nadar a una velocidad de 3 km/h llega a la otra orilla, pero lo hace en un punto que se encuentra a 100 metros del embarcadero. ¿Qué velocidad tiene la corriente del río? ¿Cuánto metros nadó en realidad? ¿Qué tendría que haber hecho para llegar nadando justo al embarcadero? Resolver el problema usando vectores en el razonamiento.

b) [0,5 puntos] Expresar $\vec{t}=(1,1,1)$ en función del sistema generador formado por los vectores $\vec{u}=(1,0,0)$, $\vec{v}=(2,1,0)$ y $\vec{w}=(-1,1,1)$.

Ejercicio 3.- El planeta K7 orbita alrededor de la estrella Orión-1 en órbita elíptica.

La estrella se encuentra en uno de los focos de la elipse. Podemos suponer que el centro de la elipse está en las coordenadas $(0,0)$ y que el eje mayor es paralelo al eje de abscisas.

El perihelio es la posición del planeta a menor distancia de la estrella. El afelio es la la posición del planeta a mayor distancia de la estrella. Tanto el perihelio como el afelio son puntos situados sobre el eje mayor de la elipse.

La distancia del perihelio de K7 es de 80 millones de kilómetros, mientras que la distancia del afelio es de 100 millones de kilómetros.

a) [1 punto] Escribe la ecuación de la elipse.

b) [0,5 puntos] Calcula su excentricidad.

c) [1 punto] Dado un punto cualquiera de la elipse, obtener la suma de las distancias de ese punto a cada uno de los focos.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Sea la recta $r: x+2y-a=0$ y la circunferencia $x^2+y^2=9$. Estudia la posición relativa de la recta y la circunferencia según el parámetro a . Es decir, determinar cuando la recta es secante, tangente o exterior a la circunferencia.