**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ - UESC**

DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS - DCEX

Licenciatura em Matemática

**Estudo exploratório da cônica - parábola**

**Professora Orientadora: Claudia Ribeiro Santana**

**Professor Co-Orientador: Paulo Vasconcelos**

**Estudante:** Fábio Câmara Silva **Matrícula:** 201810330

# Exercícios - Aula 03

## Exercícios nível 01 - contexto matemático

1 ) Determine as coordenadas do Foco, a equação da diretriz e do eixo focal, a medida do *latus rectum* de cada uma das seguintes parábolas de vértice $V = (0, 0)$. Use o geogebra para a representação gráfica, escolha duas e faça um esboço do gráfico no seu caderno.

(a) $y^2 = -4x$ (b) $x^2 = 12y$ (c) $x^2 - 20x = 0$ (d) $x^2 = 16y$

(e) $3y^2 - 48x = 0$ (f) $2x^2 + 16y = 0$ (g) $x^2 + 6y = 0$ (h) $2y^2 - 16x = 0$

(i) $24y = 8x^2$ (j) $3x^2 + 8y = 0$ (k) $y^2 = 5x$ (l) $x = -y^2$

**Solução do item (e)** $3y^2 - 48x = 0$

A parábola é horizontal com vértice na origem, inicialmente escrevemos a sua equação na forma canônica $y^2 = 4px$, por este procedimento tem-se que

$$3y^2 - 48x = 0 \;\rightarrow\; 3y^2 = 48x \;\rightarrow\; y^2 = 16x$$

De onde verifica-se que

1: $4p = 16 \;\rightarrow\; p = 4$, o parâmetro;

2: o foco $F = (p, 0) \;\rightarrow\; F = (4, 0)$;

3: a diretriz é a reta vertical de equação $d : x + p = 0 \;\rightarrow\; d : x + 4 = 0$;

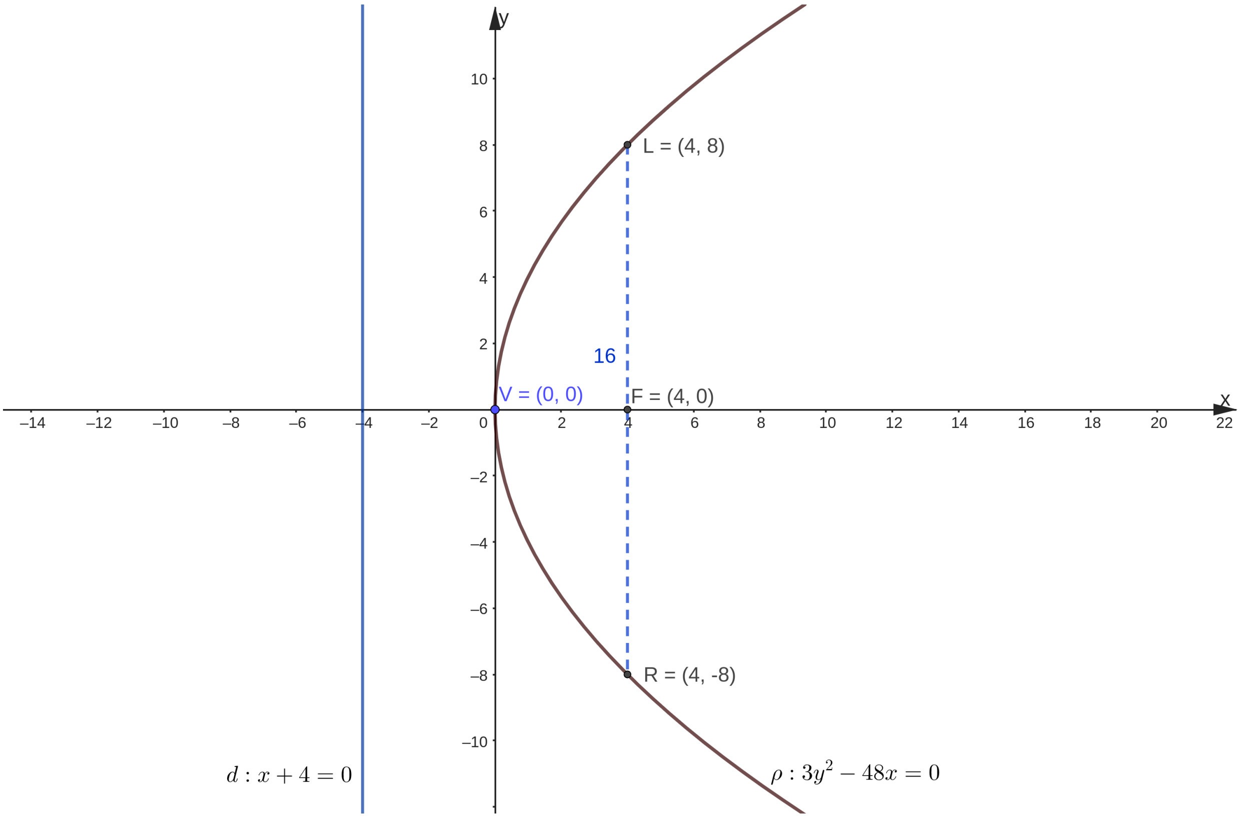
4: o eixo focal é reta horizontal de equação $f : y = 0$;

5: o *latus rectum*, $d(L, R) = \overline{LR} = |4p| \;\rightarrow\; \overline{LR} = 16$;

6: lugar geométrico $\rho = \{P(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 3y^2 - 48x = 0\}$

7: visto que $p = 4 > 0$, a parábola tem concavidade voltada para a direita.

Figura 1: Representação gráfica da parábola $\rho : 3y^2 - 48x = 0$




Fonte: produção própria com geogebra

2 ) Determine a equação, os elementos da parábola $\rho$ com vértice na origem e faça um esboço do gráfico, dado:

(a) $F = (-5, 0)$ (b) $F = (0, 6)$ (c) $F = (2, 0)$ (d) $F = (0, -1)$

(e) $F = \left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ (f) $F = \left(0, -\frac{7}{3}\right)$ (g) $d : y + 2 = 0$ (h) $d : x - 6 = 0$

(i) $d : 2y - 5 = 0$ (j) $d : 2x - 3 = 0$ (k) $d : 3x + 4 = 0$ (l) $d : 4x + 1 = 0$

**Solução do item (j)** $d : 2x - 3 = 0$

Dado o vértice $V = (0, 0)$ e a reta diretriz $d : 2x - 3 = 0$, devemos determinar a equação da parábola $\rho$, seus elementos e representá-la graficamente.

Observe que a diretriz é uma reta vertical, então $\rho$ é horizontal e tem o vértice na origem. A sua equação é da forma $y^2 = 4px$ e sua diretriz é da forma $d : x + p = 0$.

Para determinar o parâmetro $p$, inicialmente escrevemos a equação da reta $d$ na forma $x + p = 0$, por este procedimento temos que

$$2x - 3 = 0 \;\rightarrow\; x - \frac{3}{2} = 0 \;\rightarrow\; x + \left(-\frac{3}{2}\right) = 0$$

de onde verifica-se que $p = -\dfrac{3}{2}$ e a equação da parábola é dada por

$$y^2 = 4 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) \cdot x \;\rightarrow\; y^2 = 2 \cdot (-3) \cdot x \;\rightarrow\; y^2 = -6x$$

Portanto $\rho : y^2 + 6x = 0$

Elementos:

1: parâmetro $p = -\dfrac{3}{2}$;

2: visto que $p < 0$, a parábola horizontal tem concavidade voltada para a esquerda;

3: foco $F = \left(-\dfrac{3}{2}, 0\right)$;

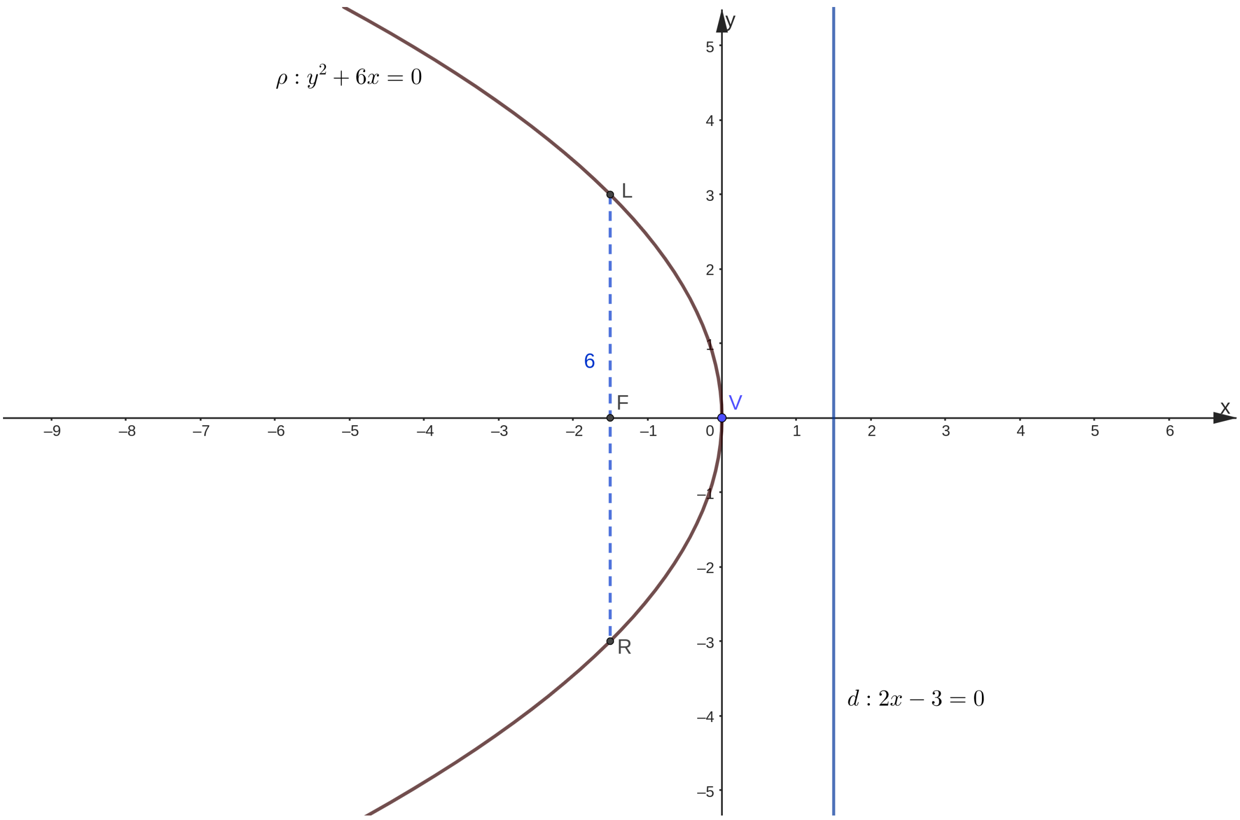
4: diretriz $d : 2x - 3 = 0$;

5: eixo focal $f : y = 0$;

6: o *latus rectum* $\overline{LR} = |4p| = |-6| = 6$

7: o lugar geométrico $\rho = \{P(x, y) \in \mathbb{R}^2 / y^2 + 6x = 0\}$

Figura 2: Representação gráfica da parábola $y^2 + 6x = 0$




Fonte: produção própria com geogebra

3 ) Realize o estudo da parábola com vértice na origem, dados:

(a) Eixo focal horizontal e passa pelo ponto $P = (-2, 6)$;

(b) Eixo focal vertical e passa pelo ponto $P = (-2, -1)$;

(c) Eixo focal horizontal e passa pelo ponto $P = (3, 4)$;

(d) Eixo focal vertical e passa pelo ponto $P = \left(-2, -\dfrac{3}{4}\right)$

**Lembrete:** o ponto $P$ pertence ao lugar geométrico denominado parábola e determinado pela equação da parábola.

(e) Concavidade voltada para a direita e o comprimento do *latus rectum* é 6;

(f) Concavidade voltada para cima e o comprimento do *latus rectum* é 3.

4 ) Os extremos do *latus rectum* de uma parábola são os pontos $P_1 = (5, k)$ e $P_2 = (-5, k)$. Se o vértice da parábola esta na origem e ela se abre para baixo, encontre:

(a) o valor de $k$;

(b) a equação da parábola.

5 ) Na Figura 3, o arco $DC$ é parabólico, e o segmento $AB$ está dividido em 8 partes iguais. Sabendo que $d = 10$ m, $AD = BC = 50$ m e $AB = 80$ m, determinar $h_1$ e $h_2$.

Figura 3: Arco parabólico $DC$