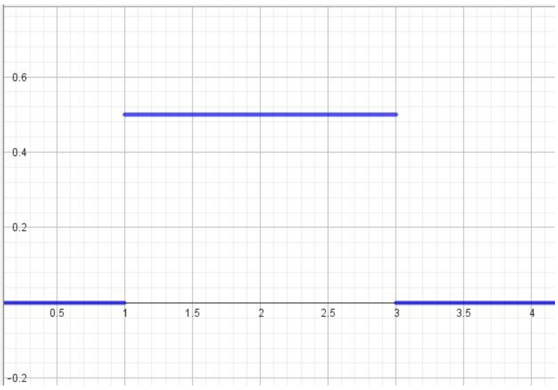
☺ Distribución Uniforme. X ~ U(a,b).

Una v. a. X tiene distribución Uniforme de parámetro $a, b \in \mathbb{R}, a < b$.

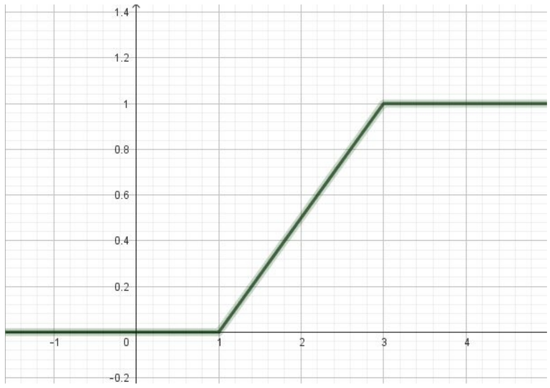
si tiene como función de densidad: $f_X(x) =$ Y cuya función de distribución es: $F_X(x) =$

$$= 0 \cdot I_{\mathbb{R}-[a,b]}(x) + \frac{1}{b-a} \cdot I_{[a,b]}(x)$$

$$= 0 \cdot I_{(-\infty,a)}(x) + \int_a^x \frac{1}{b-a} \cdot dx \cdot I_{[a,b]}(x) + 1 \cdot I_{(b,+\infty)}(x) =$$
$$= 0 \cdot I_{(-\infty,a)}(x) + \frac{x-a}{b-a} \cdot dx \cdot I_{[a,b]} + 1 \cdot I_{(b,+\infty)}(x)$$



Ejemplo de f(x) para a=1 y b=3



Ejemplo de F(x) para a=1 y b=3

Está distribución es útil cuando consideramos experimentos relacionados con seleccionar al azar un punto en el intervalo [a,b], siempre que tengan la misma probabilidad de ser seleccionado independientemente de localización.

Fácilmente, se comprueba que f es una función de probabilidad. Además

$$P(a \leq X < b) = F(b) - F(a) \quad .$$

Algunos de sus parámetros o momentos destacables son:

✔ $$E\{X^k\} = \int_a^b \frac{x^k}{b-a} \cdot dx = \frac{1}{k+1} \cdot \frac{b^{k+1} - a^{k+1}}{b-a} ; \forall k \in \mathbb{N} - \{0\} \quad .$$

En particular para $k=1$:

$$E\{X\} = \int_a^b \frac{x}{b-a} \cdot dx = \frac{1}{2} \cdot \frac{b^2 - a^2}{b-a} = \frac{a+b}{2}$$

En particular para $k=2$:

$$E\{X^2\} = \int_a^b \frac{x^2}{b-a} \cdot dx = \frac{1}{3} \cdot \frac{b^3 - a^3}{b-a} = \frac{a^2 + a \cdot b + b^2}{3}$$

✔ $$E\{(X - E\{X\})^k\} = \int_a^b \left(x - \frac{a+b}{2}\right)^k \cdot \frac{1}{b-a} \cdot dx = \frac{1}{x^{k+1}} \cdot \left(x - \frac{a+b}{2}\right)^{k+1} \cdot \frac{1}{b-a} ; \forall k \in \mathbb{N} - \{0\} \quad .$$

En particular si $k=2$:

$$E\{(X - E\{X\})^2\} = E\{X^2\} - (E\{X\})^2 = \frac{a^2 + a \cdot b + b^2}{3} - \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$$

✔ $$\varphi(t) = E\{e^{\hat{\imath} \cdot t \cdot X}\} = \int_a^b e^{\hat{\imath} \cdot t \cdot x} \cdot \frac{1}{b-a} \cdot dx . = \left\{ \begin{array}{cc} 1 & Si\, t = 0 \\ \dfrac{e^{\hat{\imath} \cdot t \cdot b} - e^{\hat{\imath} \cdot t \cdot a}}{\hat{\imath} \cdot t \cdot (b-a)} & si\, t \neq 0 \end{array} \right\} \quad .$$

Si $a=0\ y\ b=1$:

- ✔ $f_X(x)=1;F_X(x)=x;E\{X\}=\frac{1}{2};Var(X)=\frac{1}{12};\varphi(t)=\begin{Bmatrix} 1 & Si\,t=0 \\ \frac{e^{\hat{\imath}\cdot t}-1}{\hat{\imath}\cdot t} & si\,t\neq 0 \end{Bmatrix}$.

Si $a=-r\ y\ b=r, r>0$:

- ✔ $f_X(x)=\frac{1}{2\cdot r};F_X(x)=\frac{x+r}{2\cdot r};E\{X\}=\frac{1}{2};Var(X)=\frac{r^2}{3};$

  $\varphi(t)=\begin{Bmatrix} 1 & Si\ \ t=0 \\ \frac{e^{\hat{\imath}\cdot t\cdot r}-e^{-\hat{\imath}\cdot t\cdot r}}{2\cdot\hat{\imath}\cdot t\cdot r}=\frac{(\cos t\cdot r+\hat{\imath}\cdot sen\,t\cdot r)-(\cos t\cdot r-\hat{\imath}\cdot sen\,t\cdot r)}{2\cdot\hat{\imath}\cdot t\cdot r}=\frac{sen\,t\cdot r}{t\cdot r} & si\ \ t\neq 0 \end{Bmatrix}$