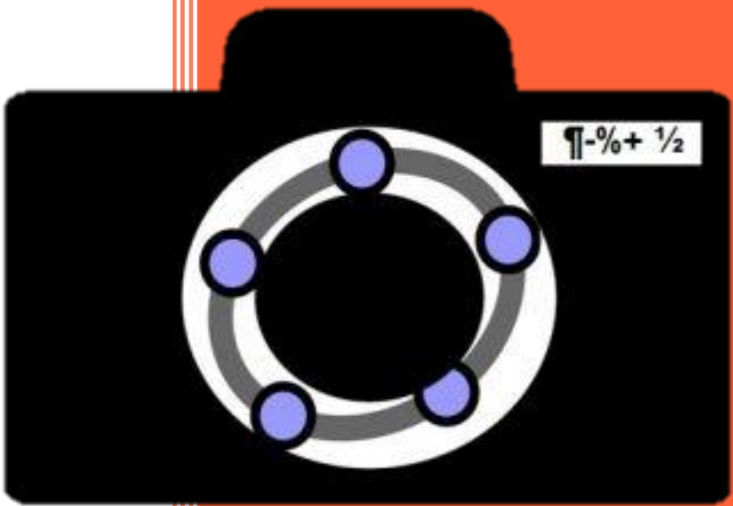
2020

Fotogebra



Martínez, Camila Ailén

Instituto de Profesorado "Concordia"

3° Año – Profesorado de Matemática

FOTOGEBRA

Título o Lema

"Un pedacito de cielo matemático"

Planteo y resolución de una situación matemática

Planteo

Un artista que pinta cuadros realistas, estando aburrido en su casa y sin poder salir a causa del COVID-19, decide realizar una pintura de una foto de un parque que el mismo tomó. En ella se visualiza un arcoíris. Para realizar la misma, decide hacer un dibujo inicial, a escala, de la foto. Ya tomó todas las medidas necesarias, el cuadro va a ser de 4,27 dm x2,4 dm, pero le falta saber la longitud del arcoíris, y para eso pidió nuestra ayuda.

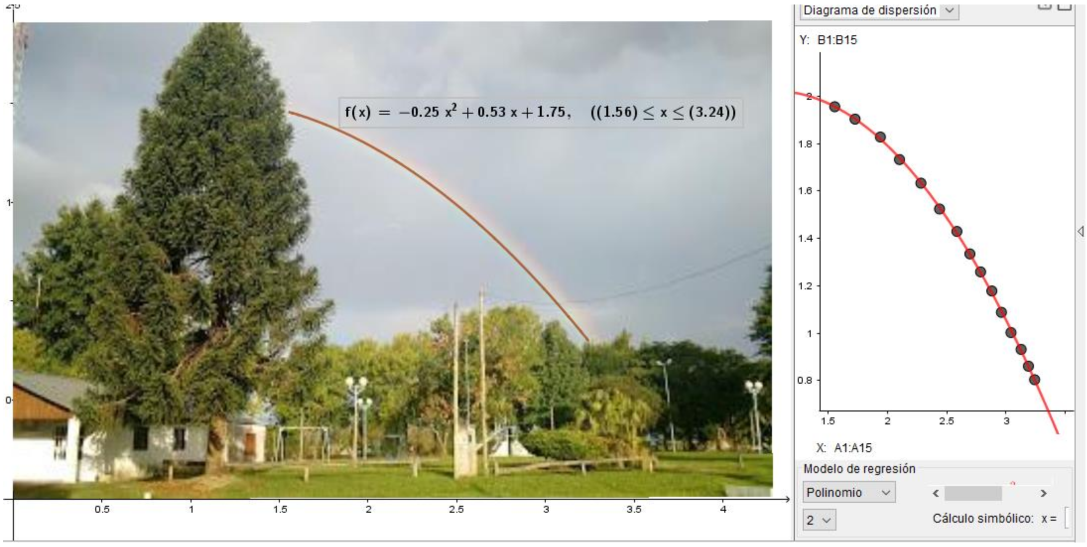
Para poder calcular la longitud de dicho arcoíris vamos a:

1. Determina la función que lo representa haciendo uso de GeoGebra.
2. Determinar la función entre dos puntos convenientes del eje x.
3. Calcular la longitud.

¡Manos a la obra!

Resolución

→ **Paso I y 2:** Determino la función que representa al arcoíris.



$$f(x) \cong -0{,}25x^2 + 0{,}53x + 1{,}75;\ x \in [1{,}56; 3{,}24]$$

→ **Paso 3:** Calculo la longitud del arco de una función cuadrática.

$$f'(x) = -0{,}50x + 0{,}53$$

$$\boldsymbol{S = \int_a^b \sqrt{1 + [f']^2}\,dx}$$

Fórmula para calcular la longitud del arco de una función cuadrática

$$S \approx \int_{1,56}^{3,24} \sqrt{\left[-\frac{1}{2}x + \frac{53}{100}\right]^2 + 1}\,dx$$

Reemplazo por $f'(x)$

$$S \approx \int_{1,56}^{3,24} \sqrt{\frac{1}{4}x^2 - \frac{53}{100}x + \frac{2809}{10000} + 1}\,dx$$

Cuadrado de un binomio

$$S \approx \int_{1,56}^{3,24} \sqrt{\frac{1}{4}x^2 - \frac{53}{100}x + \frac{12809}{10000}}\,dx$$

Sumo

$$S \approx \int_{1,56}^{3,24} \sqrt{\frac{2500x^2 - 5300x + 12809}{10000}}\,dx$$

Denominador común 10000

$$S \approx \int_{1,56}^{3,24} \frac{\sqrt{2500x^2 - 5300x + 12809}}{100}\,dx$$

Distributiva de la radicación respecto al cociente

$$S \approx \int_{1,56}^{3,24} \frac{1}{100} \cdot \sqrt{2500x^2 - 5300x + 12809}\,dx$$

Integral de una constante por una función

$$S \approx \frac{1}{100} \cdot \int_{1,56}^{3,24} \sqrt{2500x^2 - 5300x + 12809}\, dx$$

$$S \approx \int_{1,56}^{3,24} \frac{1}{100} \cdot \sqrt{2500x^2 - 5300x + 2809 + 10000}\, dx$$

$$S \approx \int_{1,56}^{3,24} \frac{1}{100} \cdot \sqrt{(50x - 53)^2 + 10000}\, dx$$

Completo cuadrados

$$S \approx \int_{1,56}^{3,24} \frac{1}{100} \cdot \sqrt{(50x - 53)^2 + 100^2}\, dx$$

Expreso como $\sqrt{u^2 + a^2}$ siendo $u = 50x - 53$ y $a = 100$

Utilizo la integración por sustitución

$$\boldsymbol{u = 50x - 53}$$

$$\boldsymbol{du = 50\, dx}$$

$$\boldsymbol{\frac{1}{50} du = dx}$$

$$S \cong \frac{1}{100} \cdot \int_{1,56}^{3,24} \left[\sqrt{u^2 + 100^2} \cdot \frac{1}{50}\right] du$$

$$S \cong \frac{1}{5000} \cdot \int_{1,56}^{3,24} \sqrt{u^2 + 100^2}\, du$$

y, sabiendo que:

$$\boldsymbol{\int \sqrt{u^2 \pm a^2} du = \frac{1}{2}\left(u\sqrt{u^2 \pm a^2} \pm a^2 ln\left|u + \sqrt{u^2 \pm a^2}\right|\right) + c}$$

$$S \cong \left\{\frac{1}{5000} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left[(50x - 53) \cdot \sqrt{(50x - 53)^2 + 100^2} + 100^2 \cdot ln\left|(50x - 53) + \sqrt{(50x - 53)^2 + 100^2}\right|\right]\right\}_{1,56}^{3,24}$$

$$S \cong \left\{\frac{1}{10000} \cdot \left[(50x - 53) \cdot \sqrt{(50x - 53)^2 + 100^2} + 100^2 \cdot ln\left|(50x - 53) + \sqrt{(50x - 53)^2 + 100^2}\right|\right]\right\}_{1,56}^{3,24}$$

$$S \cong 7,161 - 5,1103$$

$$\boldsymbol{S \cong 2,05}$$

Regla de Barrow

$$\boldsymbol{\int_a^b f(x)dx = g(x)|_a^b = g(b) - g(a)}$$

Texto

Una vez elegida la foto que usaría para participar en Fotogebra, la inserté en GeoGebra ubicando uno de los extremos de la misma sobre los ejes cartesianos. Una vez hecho esto, y observando la imagen, decidí que el arcoíris que se puede apreciar en la misma se parecía mucho a una parábola, por lo que en ese momento encontré la "parte matemática" de mi trabajo.

A continuación, ubiqué una cierta cantidad de puntos sobre el arcoíris. Luego, en vista "Hoja de cálculo", ingresé las coordenadas correspondientes de cada uno ellos. Esto me permitió realizar un análisis de regresión para poder determinar la función que mejor describe a dichos puntos, que en este caso particular es una polinómica de grado 2.

Por último, determiné mi función entre dos puntos del eje x que marcaban el inicio y final del arcoíris.

Vale aclarar que el paisaje que se aprecia en la foto es el de una plaza que se encuentra justo en frente de mi casa.

Enlace del trabajo en GeoGebra

https://www.geogebra.org/m/nmuejeyu