Técnicas de recuento y diagrama de árbol

CURSO	**TEMA**	**WWW.DANIPARTAL.NET**
2ºBach	PROBABILIDAD 06	Colegio Marista "La Inmaculada" de Granada

INFORMACIÓN GENERAL

¿Cómo contar el número de sucesos distintos en un experimento aleatorio? Aplicación del diagrama de árbol para experimentos con un número de sucesos limitado.

Vídeo asociado:

https://www.youtube.com/watch?v=pDWTYZoVYSA

OBTENER NÚMERO DE COMBINACIONES POR MULTIPLICACIÓN

El método más intuitivo de contar el número de sucesos elementales que pueden aparecer en muchos experimentos aleatorios es multiplicar las m-opciones que puede mostrar un suceso inicialmente por las n-formas distintas que tiene de combinarse.

Ejemplo: Si una persona tiene 5 camisas y 4 pantalones, ¿de cuántas formas distintas puede vestirse?

Posee $5 \times 4 = 20$ formas distintas de vestirse, contabilizando camisas y pantalones.

Otro ejemplo: Con los dígitos del 1 al 8, ¿cuántos números de cuatro cifras se pueden formar? ¿Y si las cifras no pueden repetirse?

La forma general de un numero de cuatro cifras es $XYZT$.

Si puede haber repetición de cifras, en la primera cifra hay 8 posibilidades, en la segunda cifra 8 posibilidades, en la tercera cifra 8 posibilidades y en la cuarta cifra 8 posibilidades. Por lo tanto: $8 \times 8 \times 8 \times 8 = 4.096$ números distintos de cuatro cifras, con dígitos que pueden oscilar del 1 al 8.

Si no puede haber repetición en el dígito de cada cifra, en la primera cifra hay 8 posibilidades, en la segunda cifra hay 7 posibilidades (ocho menos uno), en la tercera cifra hay 6 posibilidades (siete menos uno) y en la cuarta cifra hay 5 posibilidades (cinco menos uno). Por lo tanto: $8 \times 7 \times 6 \times 5 = 1.680$ números distintos de cuatro cifras, sin repetición de dígito en ninguna de sus cifras.

DIAGRAMA DE ÁRBOL

Cuando el número de elecciones es reducido también es recurrente el uso de un diagrama de árbol. Es un esquema en el que se indica el número y nombre de las sucesivas elecciones, indicando la probabilidad de cada opción.

En un diagrama de árbol, se abren tantas ramas como resultados posibles tenga el experimento. En cada rama se indica la probabilidad del suceso correspondiente.

Una vez terminado el árbol, para calcular la probabilidad del suceso que representa una de las ramificaciones, se multiplican las probabilidades que aparecen a lo largo de todas las ramas que forman dicha ramificación.

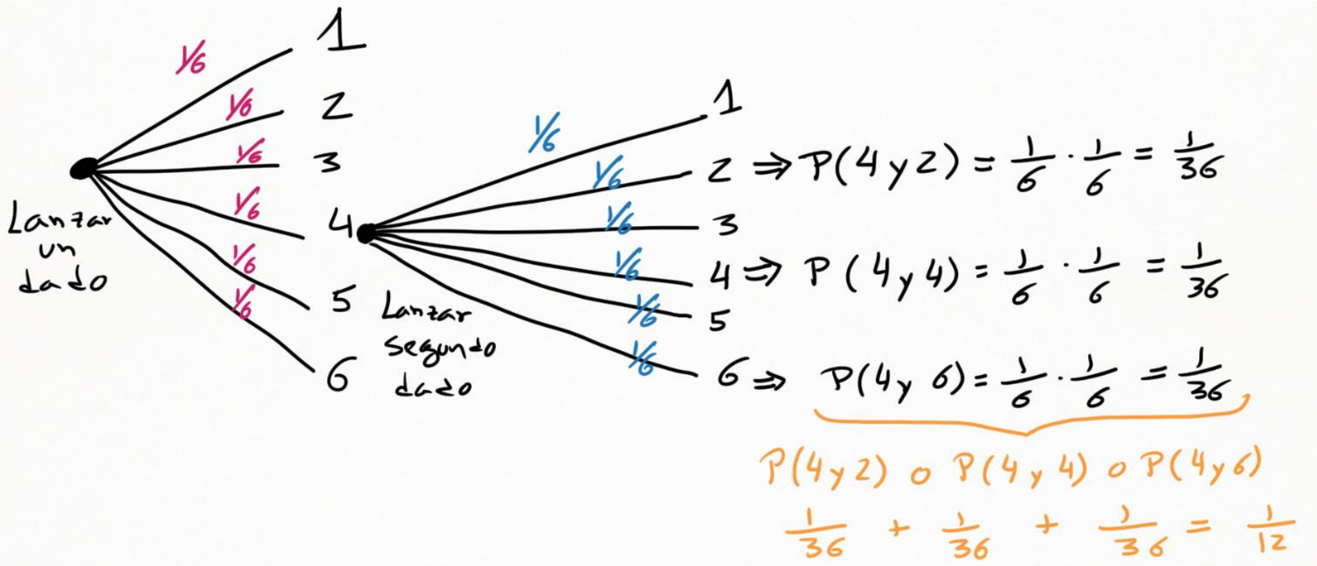
Y si el suceso comprende varias ramas, su probabilidad se obtiene sumando las probabilidades de cada una de las ramas.

La suma de las probabilidades de todas las ramas que parten de un mismo punto es igual a 1.

EJEMPLO 1 DE DIAGRAMA DE ÁRBOL

Dibuja el diagrama de árbol del suceso de lanzar dos veces un dado y obtener primero un 4 y luego un 2. Y dibujar el diagrama de árbol del suceso de sacar primero un 4 y luego un número par.

Indicar la probabilidad de cada uno de los sucesos anteriores.



En la imagen superior, del primer punto en común, salen seis ramas. Cada rama es equiprobable, por lo que la probabilidad de obtener un 4 es 1/6.

Una vez obtenido el número 4, lanzamos el segundo dado. Desde 4 salen otras seis ramificaciones. Cada una, nuevamente, con probabilidad 1/6. En consecuencia, la probabilidad de sacar un 4 y luego sacar un 2 será 1/6 · 1/6 = 1/36 (producto de todas las ramificaciones que dan lugar al suceso).

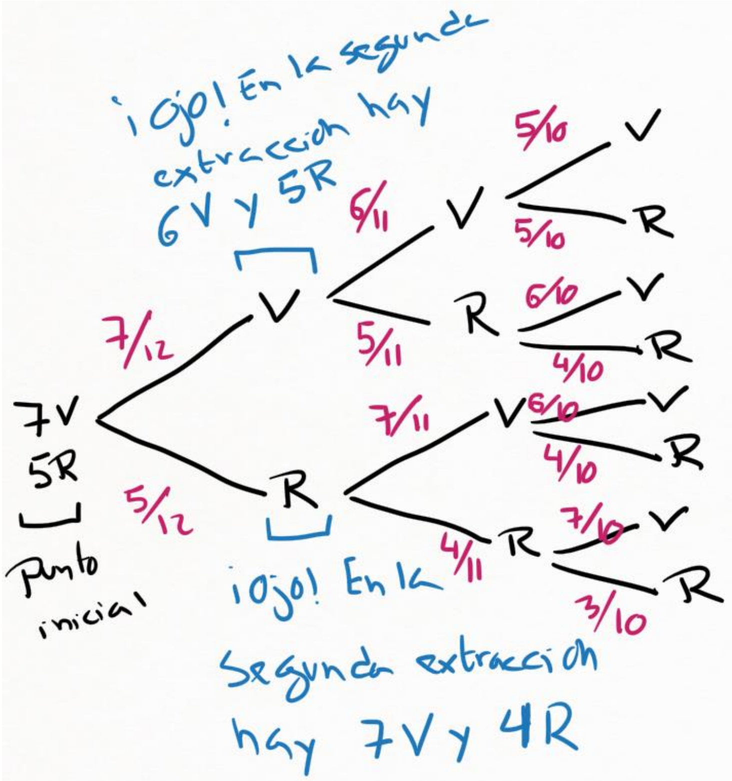
Si ahora consideramos el suceso donde en el segundo dado puede salir 2, 4 o 6, tendremos tres ramas con probabilidad 1/36. Como son tres ramas diferentes, debemos sumar sus probabilidades: 1/36 + 1/36 + 1/36 = 3/36 = 1/12.

Fíjate que la suma de las probabilidades de todas las ramas que salen de un punto en común siempre vale 1.

EJEMPLO 2 DE DIAGRAMA DE ÁRBOL

Se tiene una bolsa con 7 bolas verdes (V) y 5 bolas rojas (R). Se extraen sucesivamente, y sin reemplazamiento, tres bolas. Confeccionar el diagrama de árbol con todos los sucesos posibles.

La imagen de la derecha indica el diagrama de árbol de todos los sucesos. A modo de aclaración, en azul, se explica que tras sacar una primera bola V quedan 6V y 5R. Y al sacar una primera bola R quedan 7R y 4R.



Aplicando un razonamiento análogo cada vez que saquemos una bola, podemos obtener las diferentes probabilidades aplicando la regla de Laplace.

Nuevamente, la suma de probabilidades de todas las ramas que nacen de un mismo punto vale 1.

Si, por ejemplo, quisiéramos obtener la probabilidad de obtener (en este orden) bola R, bola R y bola V, tendríamos que multiplicar las probabilidades de cada una de las ramas asociadas a cada extracción.

P(R y R y V) = 5/12 · 4/11 · 7/10 = 7/66