

Technická univerzita v Liberci
Fakulta přírodovědně-humanitní a pedagogická
Katedra matematiky a didaktiky matematiky

Pracovní listy
MONGEOVO PROMÍTÁNÍ

Petra Pirklová

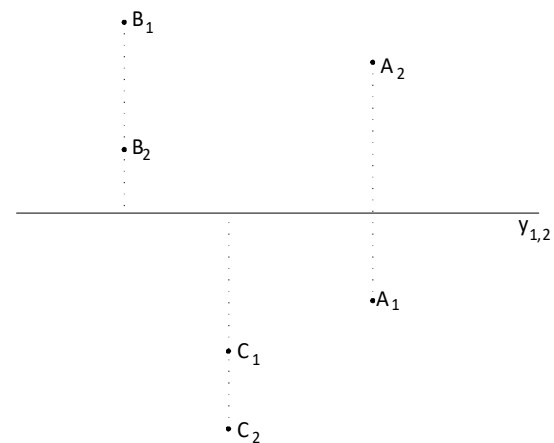
Liberec, srpen 2019

1. Zobrazte tyto body a určete jejich polohu vůči průmětnám:
 $A[-1; 2; 3]$, $B[2; -3; -5]$, $C[3; 0; 4]$, $D[-3; 3; -5]$.

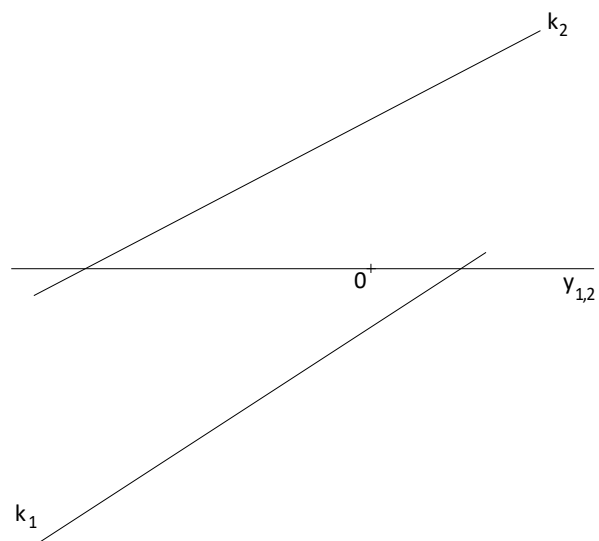
2. Zobrazte tyto body a určete, jakou mají polohu vůči průmětnám:
 $E[0; 3; 5]$, $F[0; 2; -3]$, $G[-3; -3; 0]$, $H[2; -5; 0]$, $K[1; 0; 1]$, $L[-3; 1; 3]$, $M[-2; 4; -2]$,
 $N[1; -2; -1]$.

3. Zobrazte bod M' souměrný s bodem $M[1; -3; -2]$ podle π , bod A' souměrný s bodem $A[3; -2; -1]$ podle v a bod C' souměrný s bodem A podle počátku soustavy souřadnic.

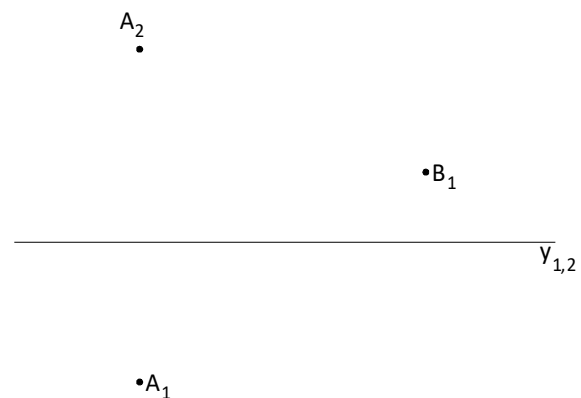
4. Určete souměrně sdružený bod A' k bodu A podle π , B' k bodu B podle v , C' k bodu C podle osy y .



5. Na přímce k najděte body: $A[?; -3; ?]$, $B[2; ?; ?]$, $C[?; ?; 3]$, $D[?; ?; 0]$, $E[0; ?; ?]$.



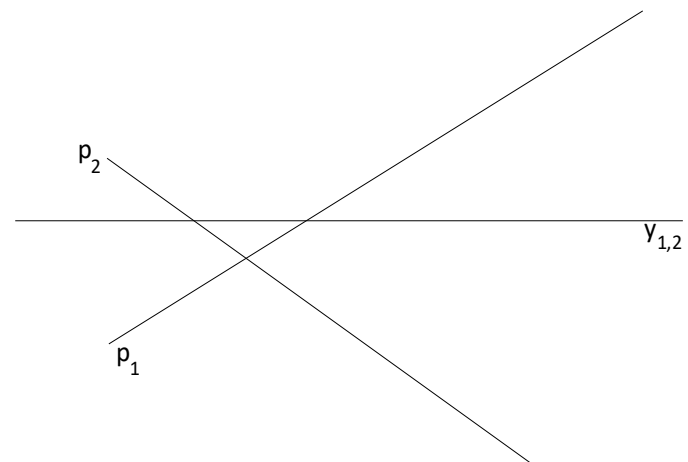
6. Zobrazte přímku $p = AB$, která je rovnoběžná s půdorysnou.



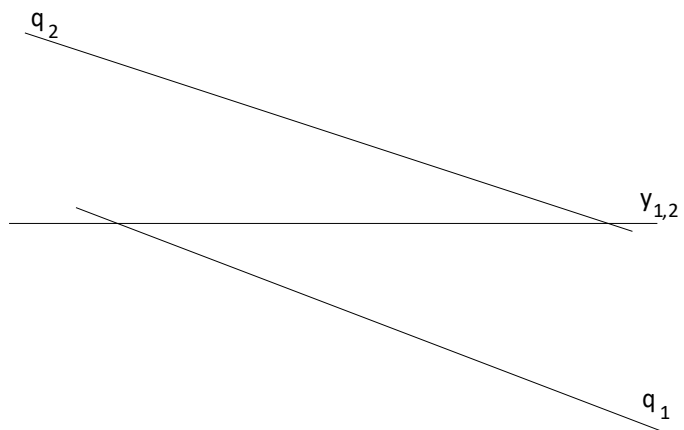
7. Zobrazte přímku $p = AB$, která je rovnoběžná s půdorysnou a nárysnou.



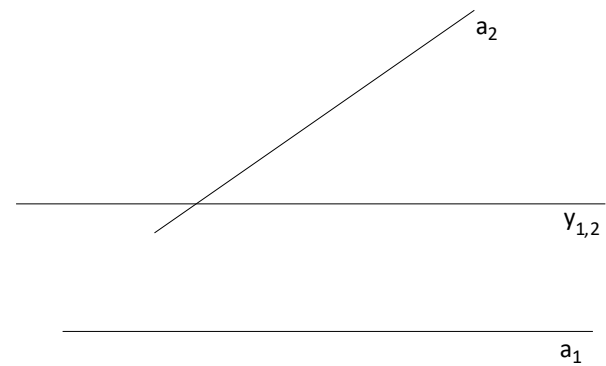
8. Určete stopníky přímky p .



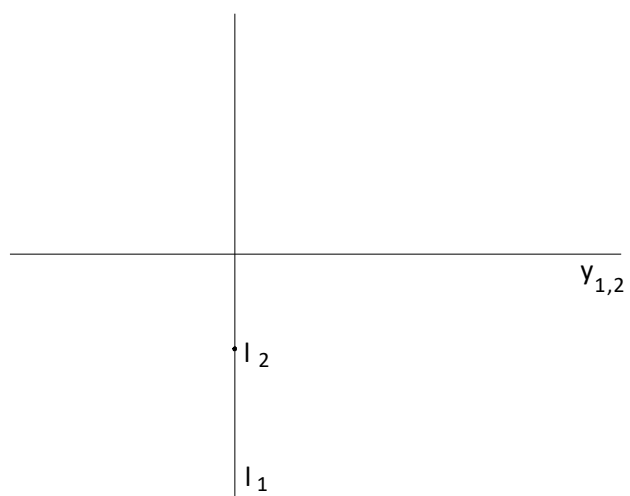
9. Určete stopníky přímky q .



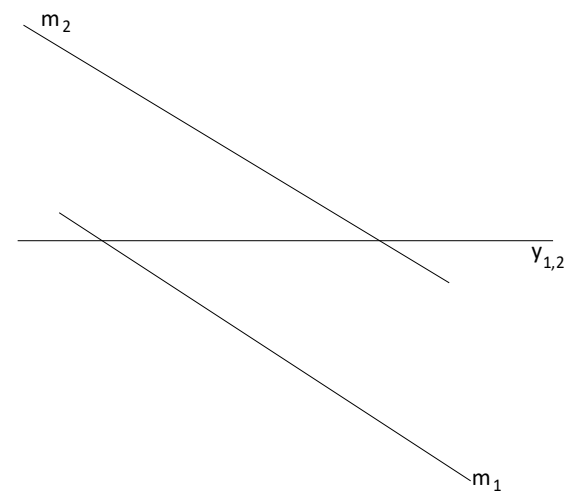
10. Určete stopníky přímky a .



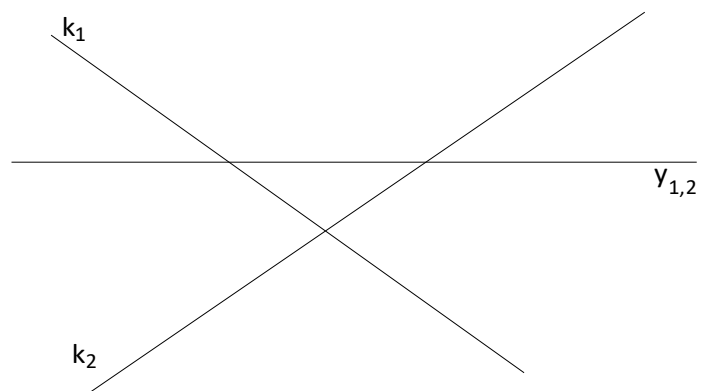
11. Určete stopníky přímky l .



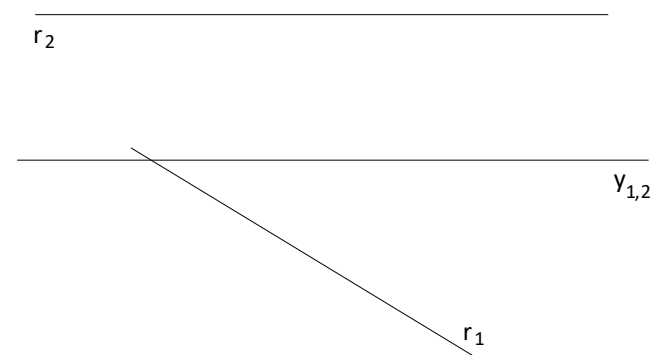
12. Sestrojte stopníky přímky m a na přímce m určete bod A , jehož vzdálenost od v je 2 a B , jehož vzdálenost od π je 2,5.



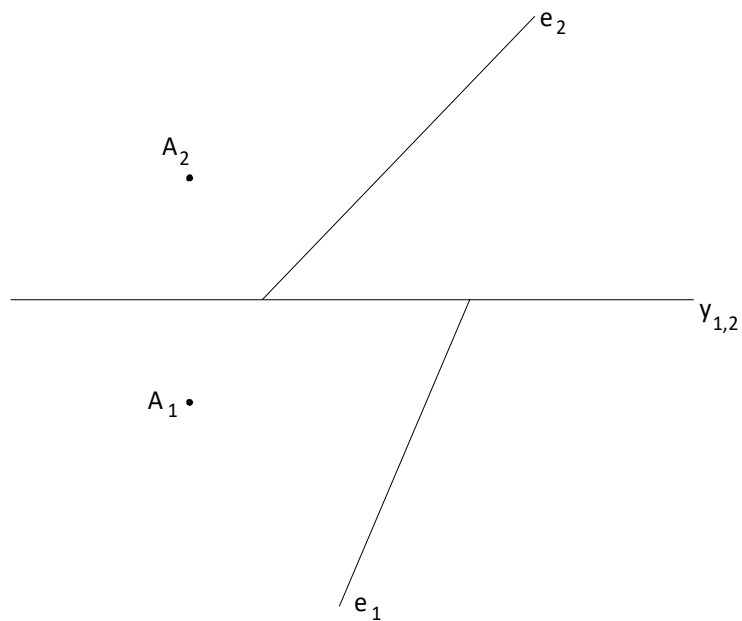
13. Určete stopníky přímky k .



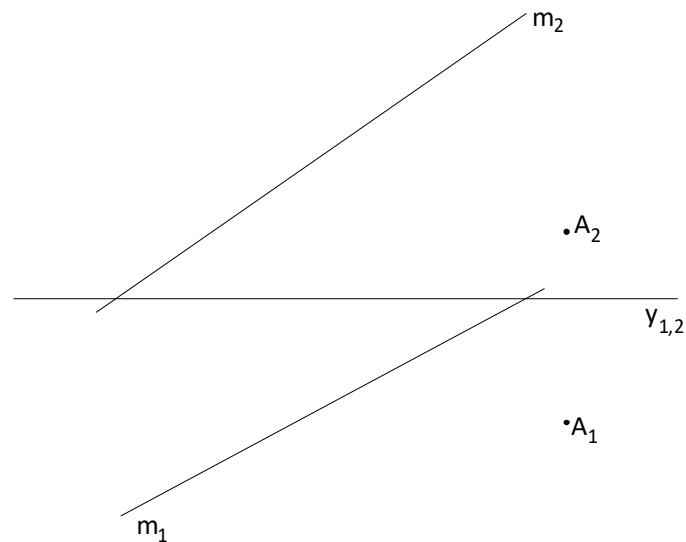
14. Určete stopníky přímky r .



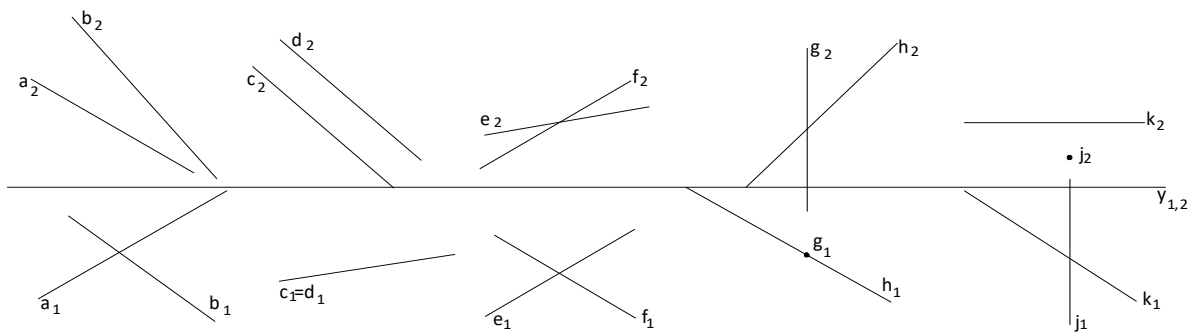
15. Zobraďte rovnoběžník, jehož jeden vrchol je bod A, úhlopříčka leží na přímce e a dvě jeho strany jsou rovnoběžné s π a dvě jsou rovnoběžné s v .



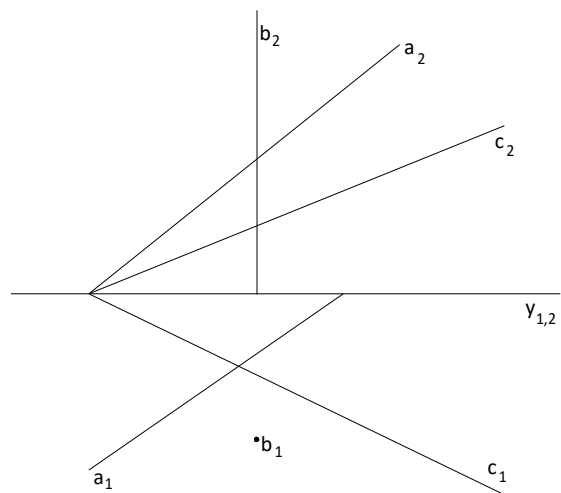
16. Bodem A vedte rovnoběžku s nárysnou tak, aby protínala přímku m .



17. Určete vzájemnou polohu přímek:



18. Sestrojte přímku r , která je rovnoběžná s přímkou a , protíná přímku b a současně protíná přímku c .



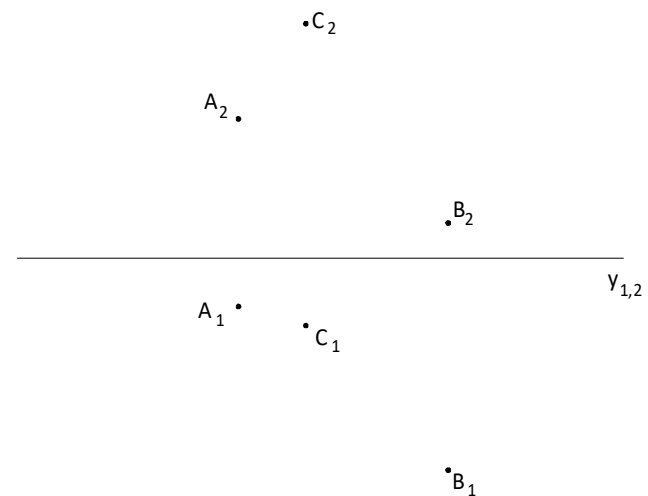
19. Zobrazte stopy roviny $\alpha = (3; -4; 2,5)$.

20. Zobrazte stopy roviny $\beta = (-3; 3; 2)$.

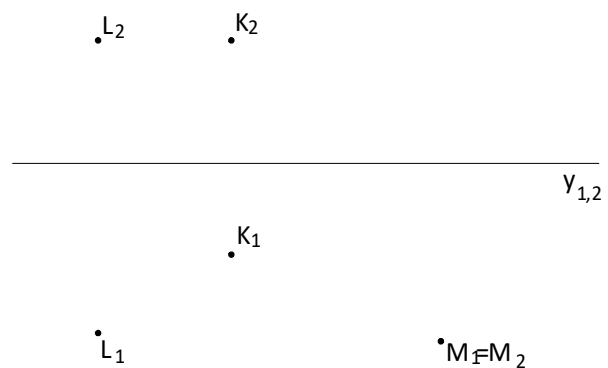
21. Zobrazte stopy roviny $\gamma = (2; \infty; 3)$.

22. Zobrazte stopy roviny $\delta = (\infty; -2; 3)$ a roviny $\varepsilon = (\infty; \infty; 3)$.

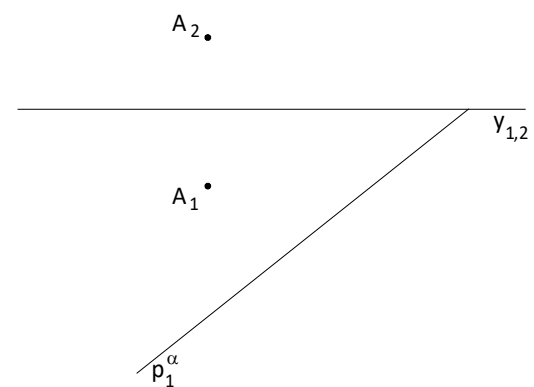
23. Sestrojte stopy roviny $\rho = (ABC)$.



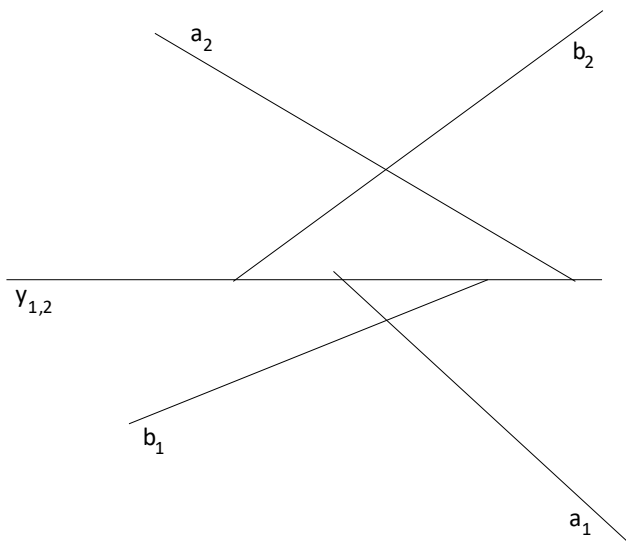
24. Sestrojte stopy roviny $\sigma = (KLM)$.



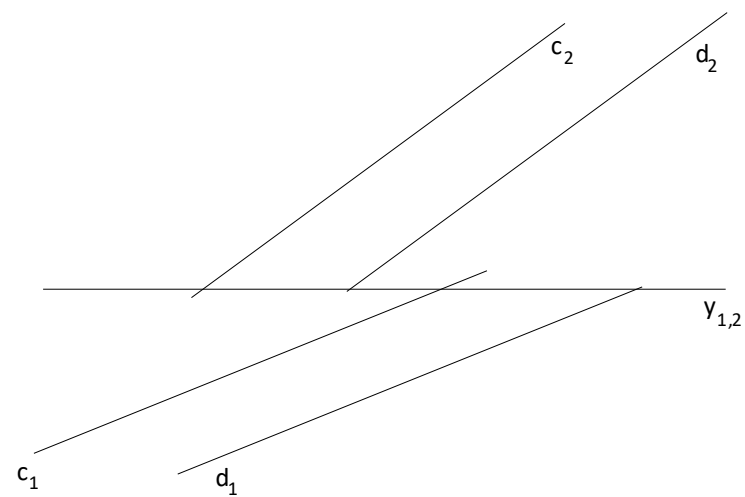
25. Sestrojte nárysnou stopu roviny α , která je určena půdorysnou stopou a bodem A.



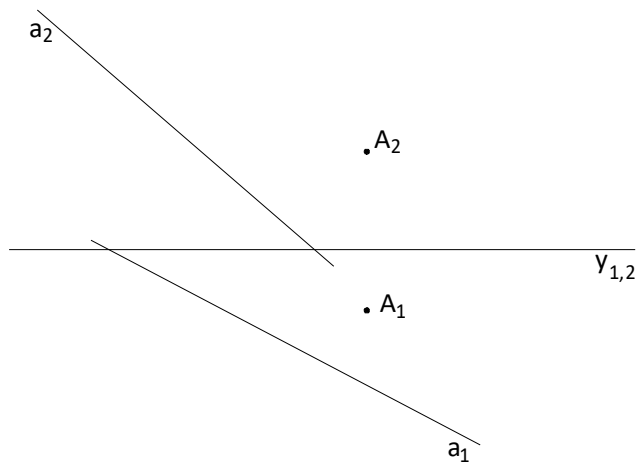
26. Najděte stopy roviny α dané přímkami a, b .



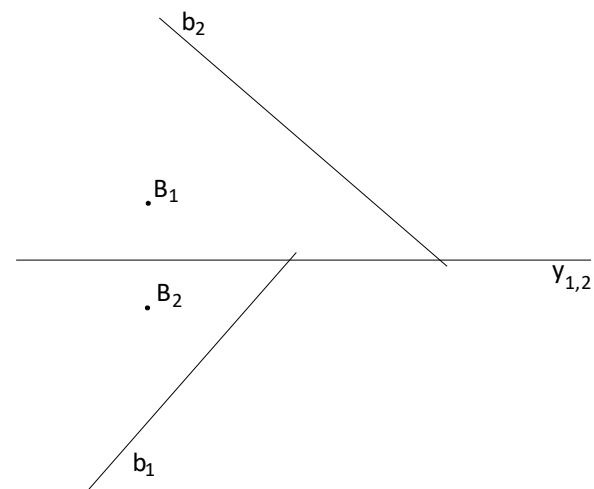
27. Najděte stopy roviny β dané přímkami c, d .



28. Sestrojte stopy roviny $\alpha = (aA)$.



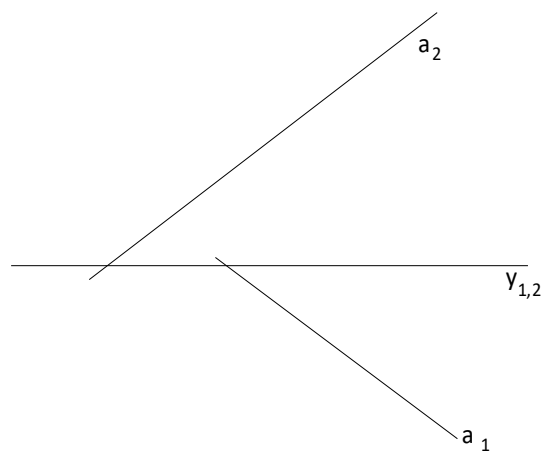
29. Sestrojte stopy roviny $\beta = (bB)$.



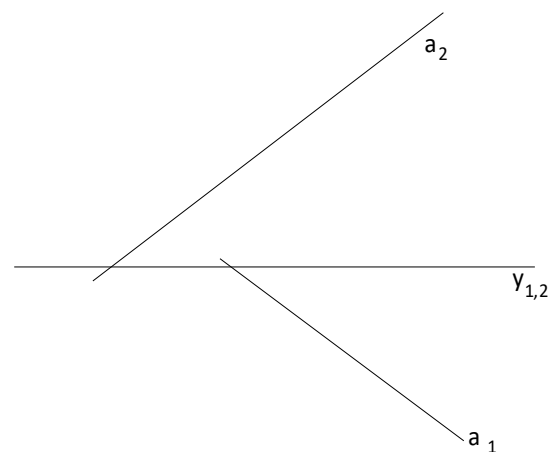
30. Zobrazte stopy roviny určené různoběžkami $a = AB (A[4; 3; 1,5], B[2; 0; 3])$, $b = BC (C[3; -2; 5])$ a odměřte souřadnice této roviny.

31. Zobrazte stopy roviny α , dané přímkou $a = AB (A[3; 7; -1], B[1; 2; 2])$ a bodem $C[5; 2; 2]$ a odměřte souřadnice této roviny.

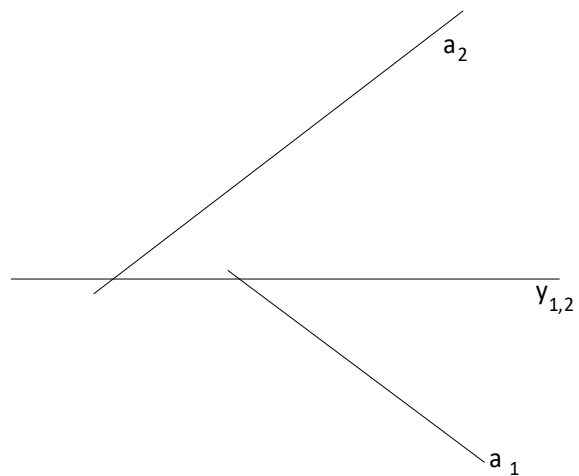
32. Je-li zadána přímka a , určete rovinu α pro kterou platí: $a \subset \alpha \wedge \alpha \perp \pi$.



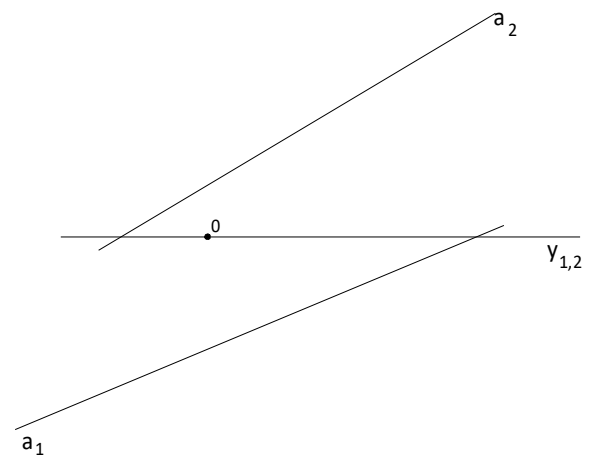
33. Je-li zadána přímka a , určete rovinu β pro kterou platí: $a \subset \beta \wedge \beta \perp v$.



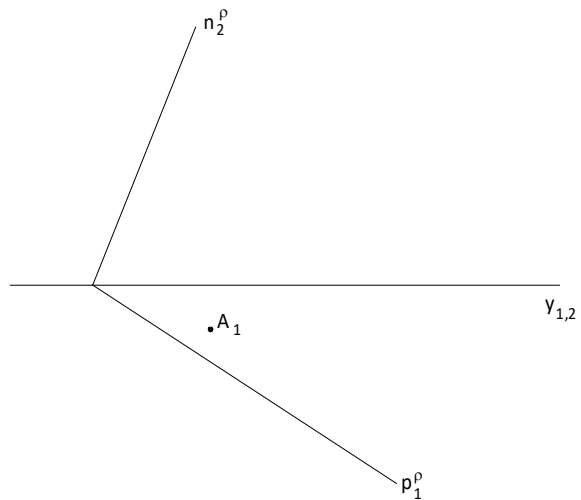
34. Je-li zadána přímka a , určete rovinu γ , pro kterou platí: $a \subset \gamma \wedge \gamma \parallel y$.



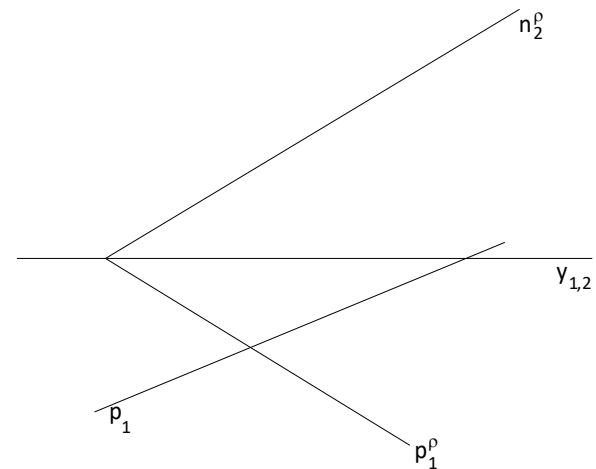
35. Zobrazte rovinu $\rho = (?; 2; ?)$, která obsahuje přímku a a určete její souřadnice.



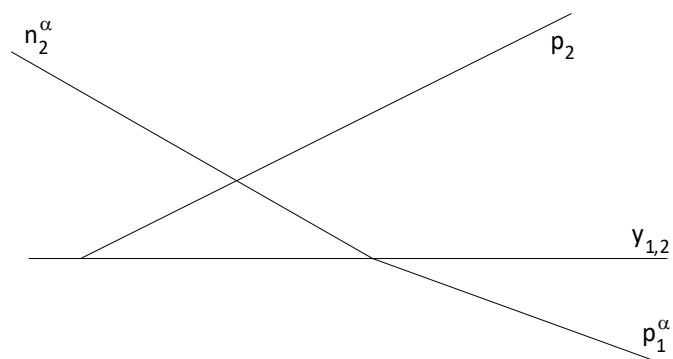
36. Bodem A roviny ρ vedte hlavní přímky roviny ρ .



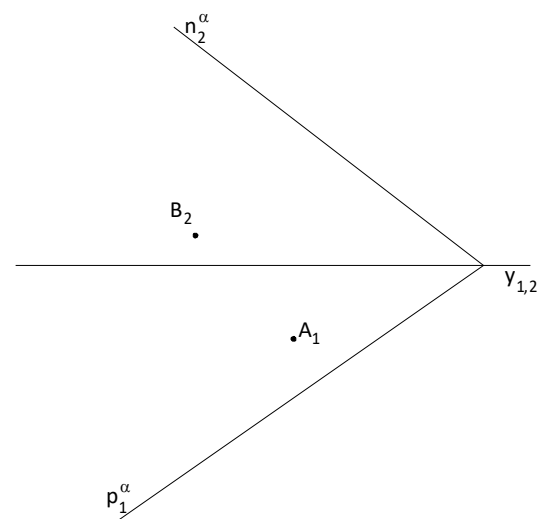
37. Určete chybějící průmět přímky p , která leží v rovině ρ .



38. Zobrazte přímku p , ležící v rovině α .

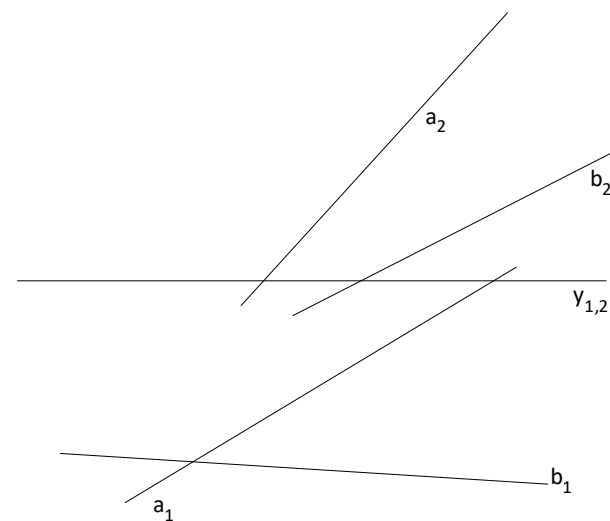


39. Sestrojte obrazy bodů A, B ležících v rovině α .

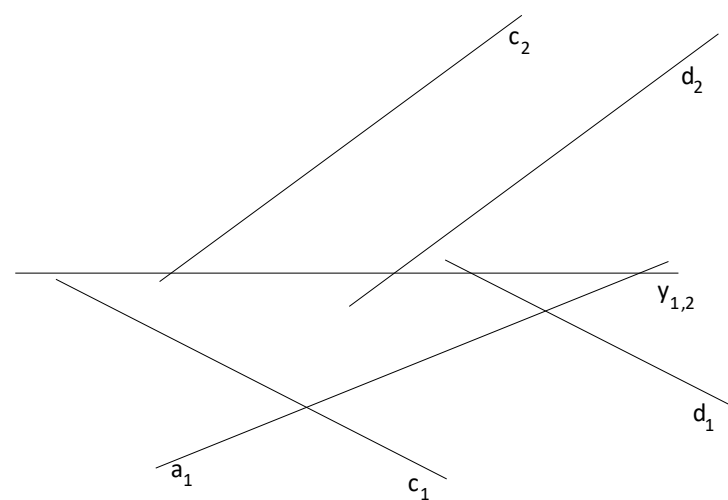


40. Určete druhý průmět přímky $a = AB$ ($A[3; -2; ?]$, $B[5; 3; ?]$) různoběžné s přímkami $c = CD$ ($C[1; 0; 0]$, $D[5; -2; 3]$) a $e = EF$ ($E[6; 0; 6]$, $F[0; 6; 6]$). Určete nárysy bodů A , B .

41. Určete stopy roviny ρ dané různoběžkami a , b .

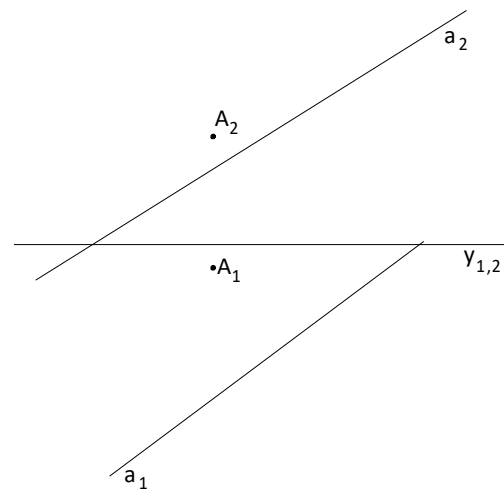


42. Rovina ρ je zadána rovnoběžkami c , d . Najděte nárys přímky a ležící v této rovině.

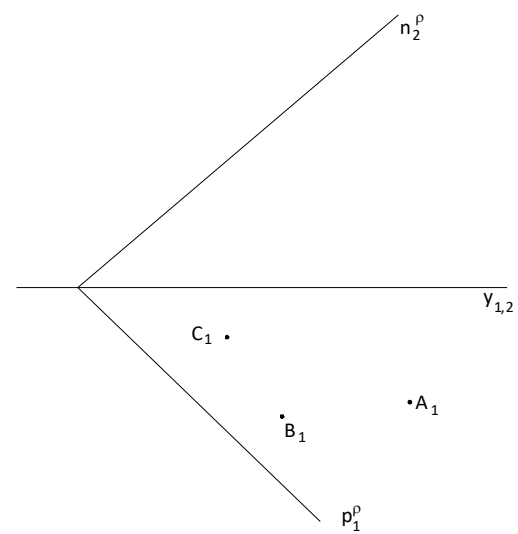


43. Bodem $B[1; 0; ?]$ proložte libovolnou přímkou roviny $\beta = (5; -3; 2)$ a nalezněte nárys bodu B .

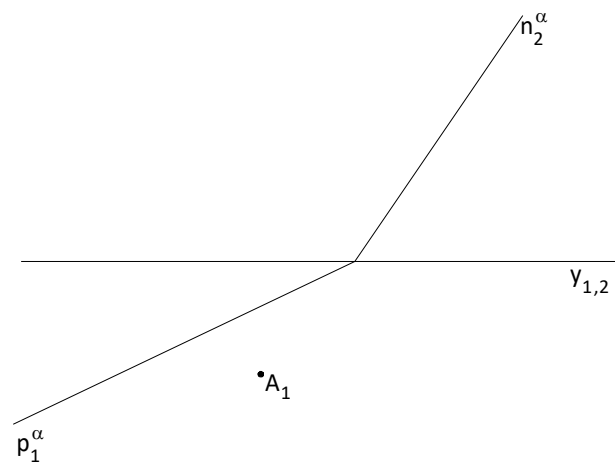
44. Rovina je dána přímkou a a bodem A . Pomocí hlavních přímek určete její stopy.



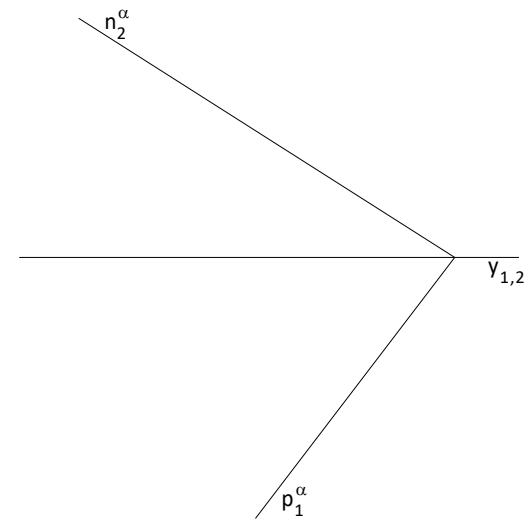
45. V rovině ρ zobrazte pomocí hlavních přímek rovnoběžník $ABCD$.



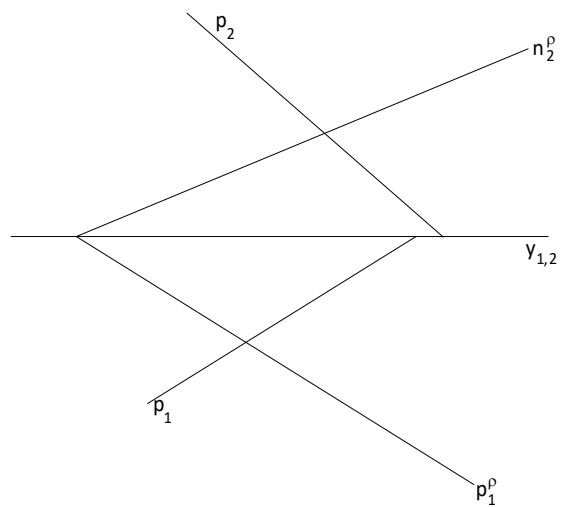
46. Bodem A roviny α vedte spádové přímky roviny α .



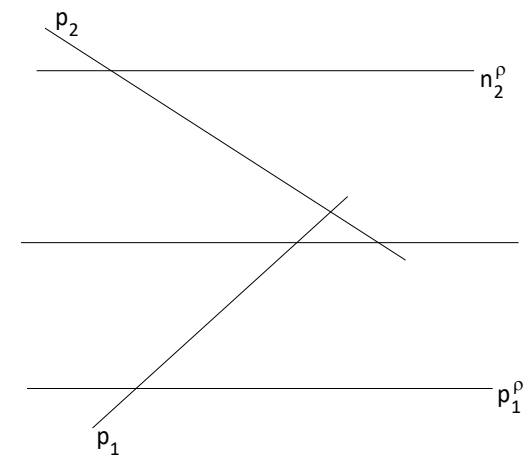
47. Určete odchylky roviny α od průměten.



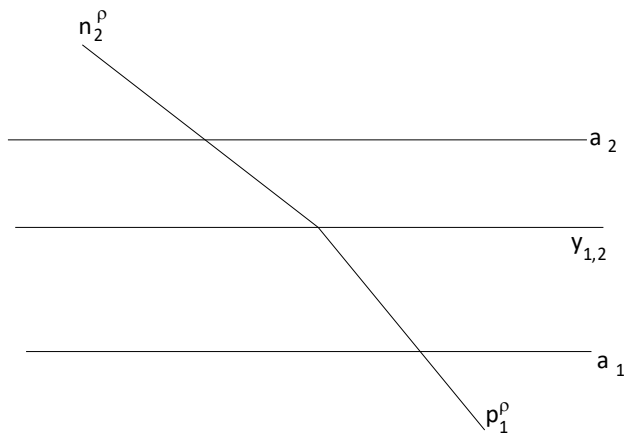
48. Sestrojte průsečík přímky p a roviny ρ .



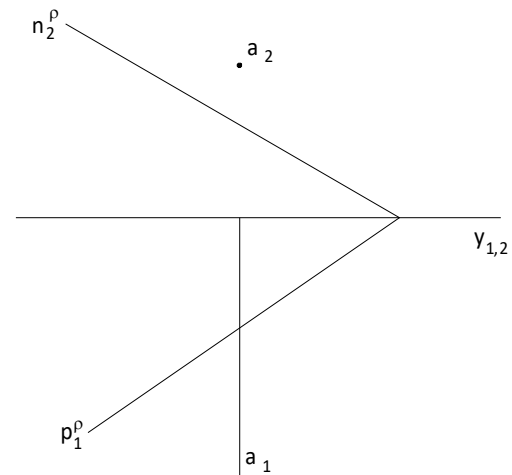
49. Sestrojte průsečík přímky p s rovinou ρ .



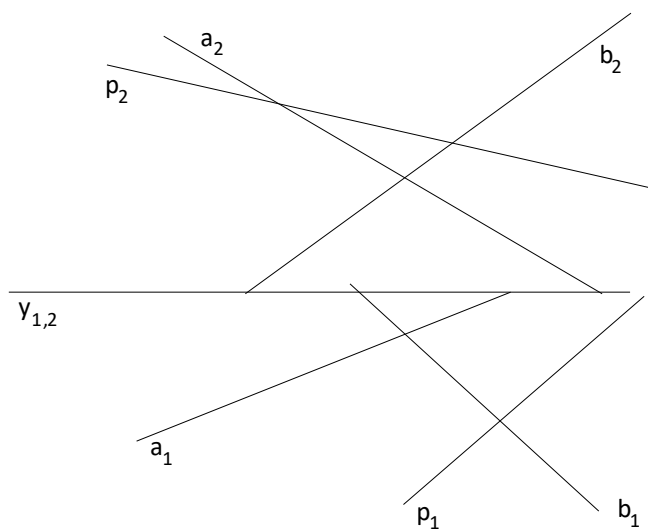
50. Určete průsečík R přímky a s rovinou ρ .



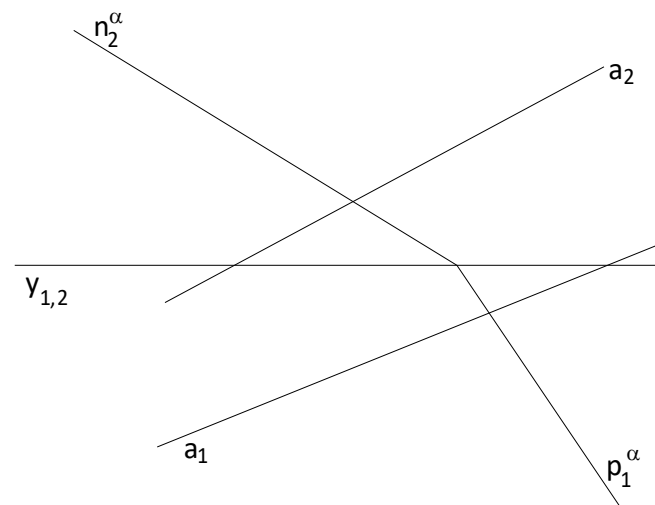
51. Určete průsečík R přímky a s rovinou ρ .



52. Určete průsečík přímky p s rovinou $\alpha = (a \times b)$.

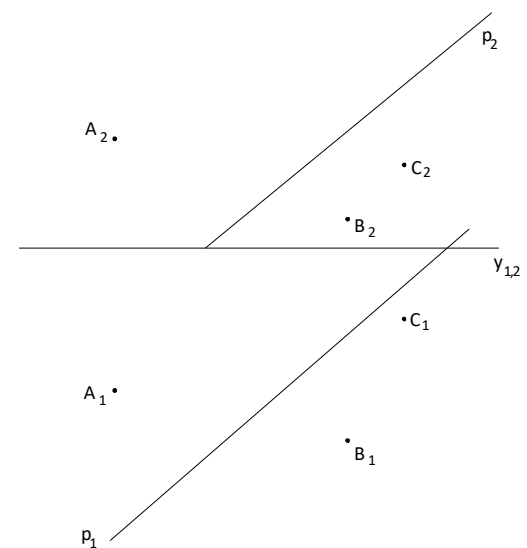


53. Určete průsečík přímky a s rovinou α .

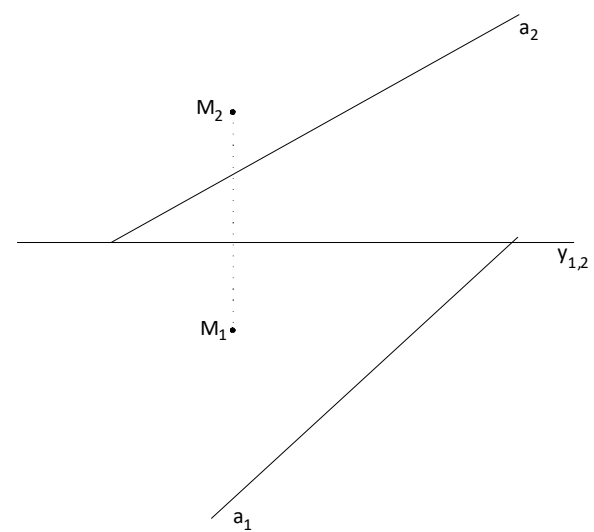


54. Sestrojte průsečík přímky $b = AB$ ($A[4; -3; 1], B[1; 0; 6]$) s rovinou $\beta = (2; 4; 3)$.

55. Sestrojte průsečík přímky p s rovnoběžníkem $ABCD$. Určete viditelnost.



56. Sestrojte průsečík přímky a s rovinou $\rho = (My)$.



57. Zobrazte příčku mimoběžek a, b , která leží v rovině ρ .

58. Bodem M vedte příčku mimoběžek a, b .

59. Sestrojte průsečnici rovin ρ a σ .

60. Sestrojte průsečnici rovin ρ a σ .

61. Sestrojte průsečnici rovin ρ a σ .

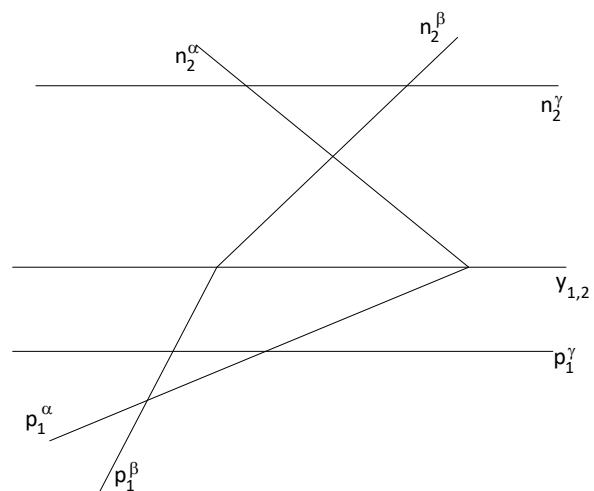
62. Sestrojte průsečnici rovin ρ a σ .

63. Sestrojte průsečnici rovin ρ a σ .

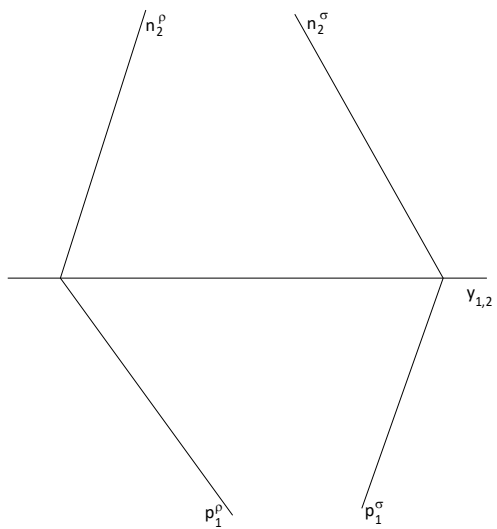
64. Sestrojte průsečnici rovin ρ a σ .

65. Narýsujte průsečnici rovin $\alpha = (5; -5; 5)$ a $\beta = (4; -2; 1)$.

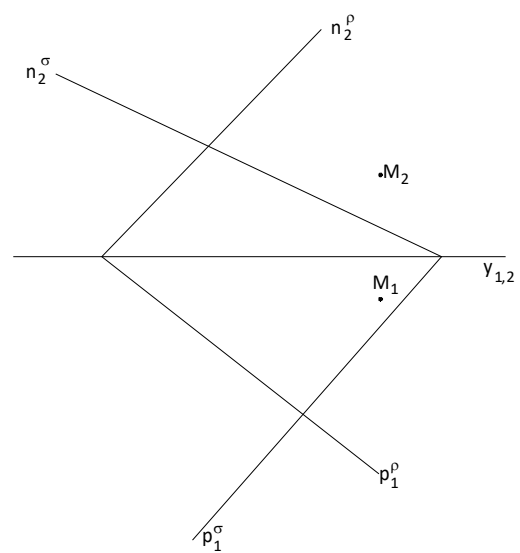
66. Určete společný bod rovin α, β, γ .



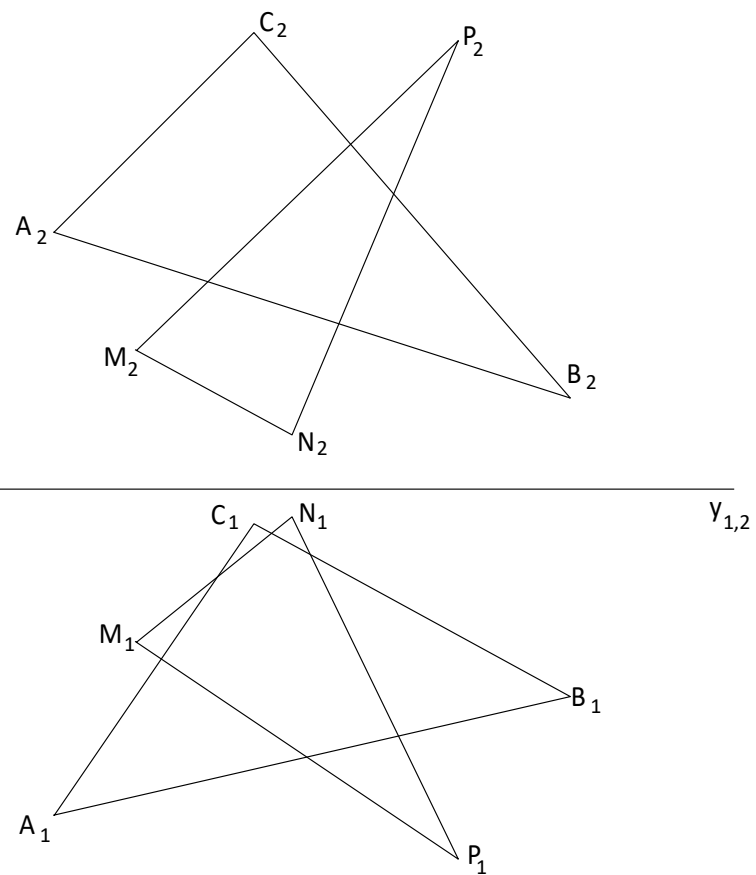
67. Sestrojte průsečnici rovin ρ a σ , nejsou-li přístupné průsečíky jejich stop.



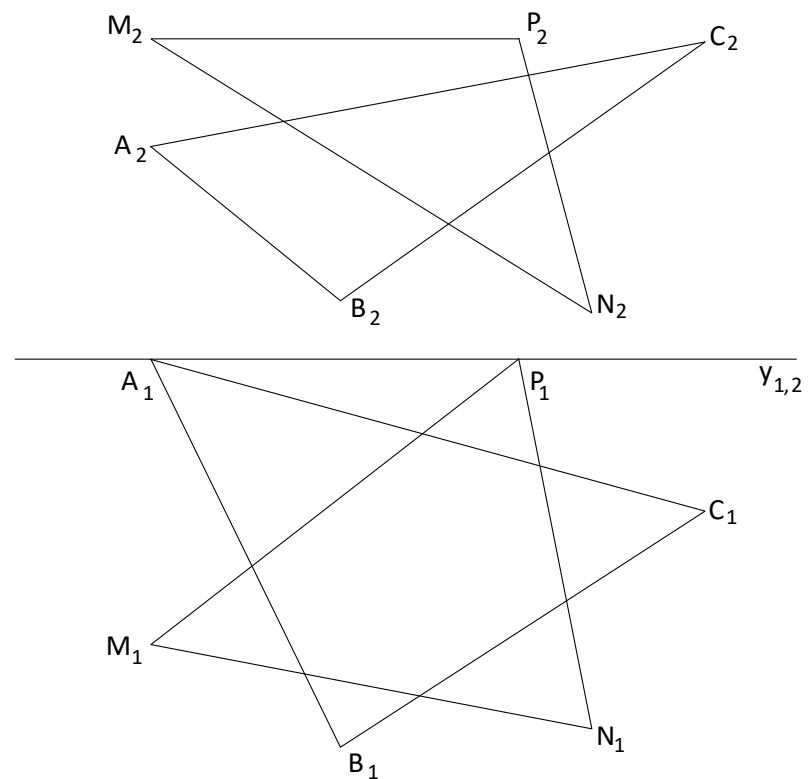
68. Sestrojte přímku p , která prochází bodem M a je rovnoběžná s rovinami ρ a σ .



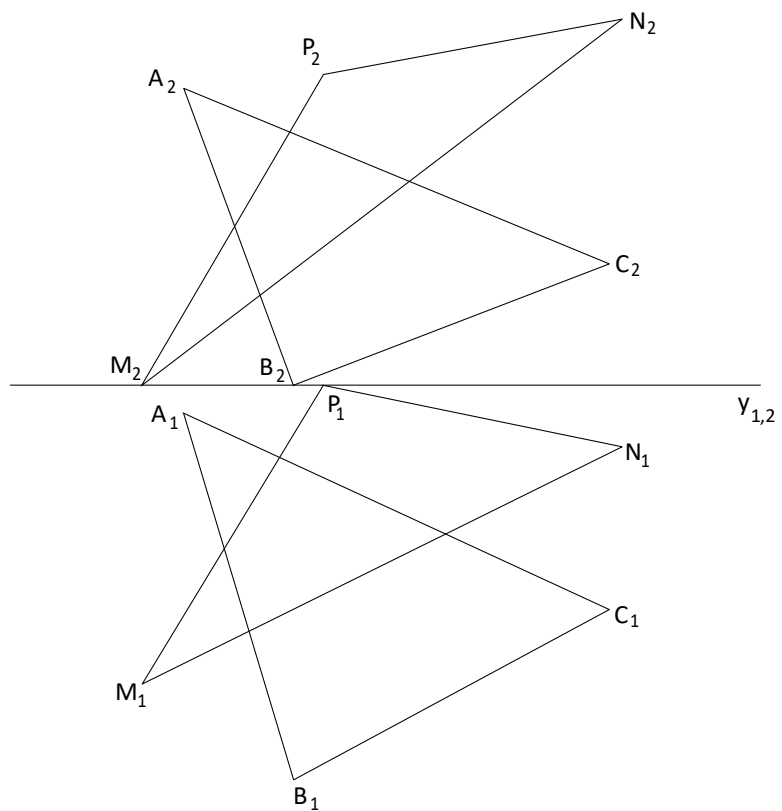
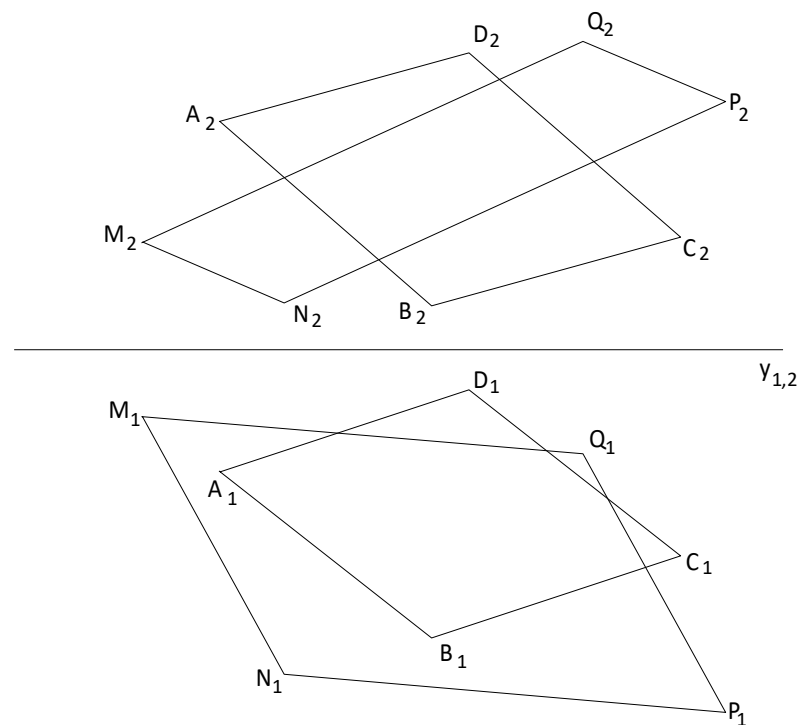
69. Sestrojte průnik trojúhelníků.



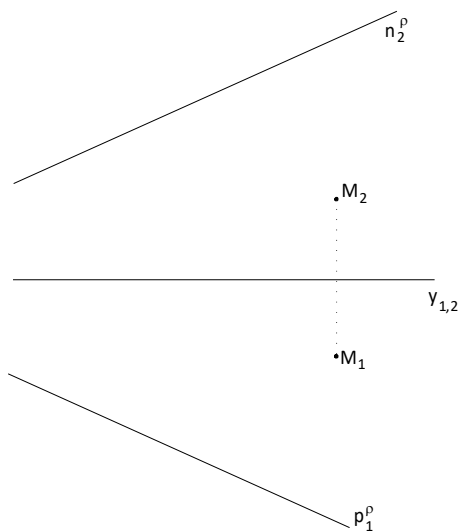
70. Sestrojte průnik trojúhelníků.



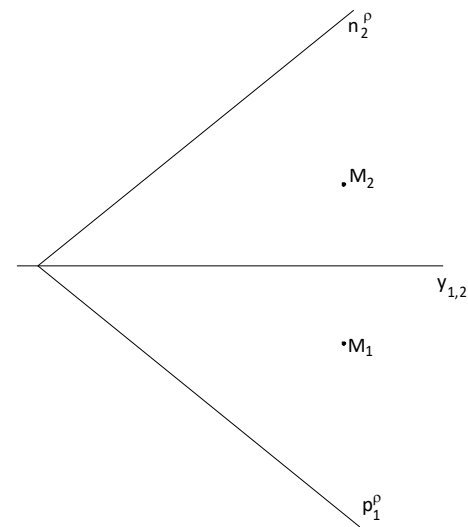
71. Sestrojte průnik trojúhelníků.

72. Sestrojte průnik rovnoběžníků $ABCD$ a $MNPQ$.

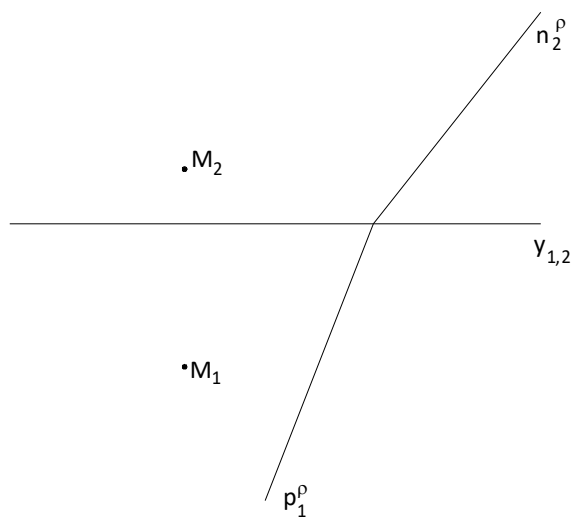
73. Bodem M ved'te rovinu σ rovnoběžnou s rovinou ρ .



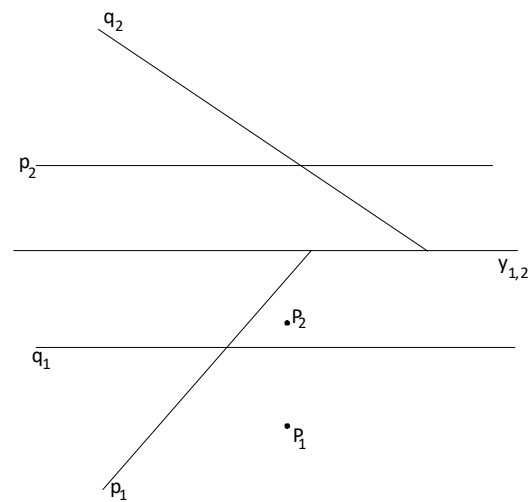
74. Bodem M ved'te rovinu σ rovnoběžnou s rovinou ρ .



75. Bodem M ved'te rovinu σ rovnoběžnou s rovinou ρ .

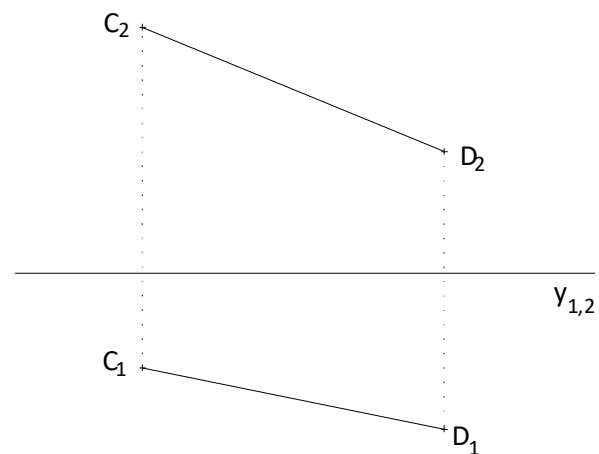


76. Bodem P ved'te rovinu α rovnoběžnou s přímkami p a q .

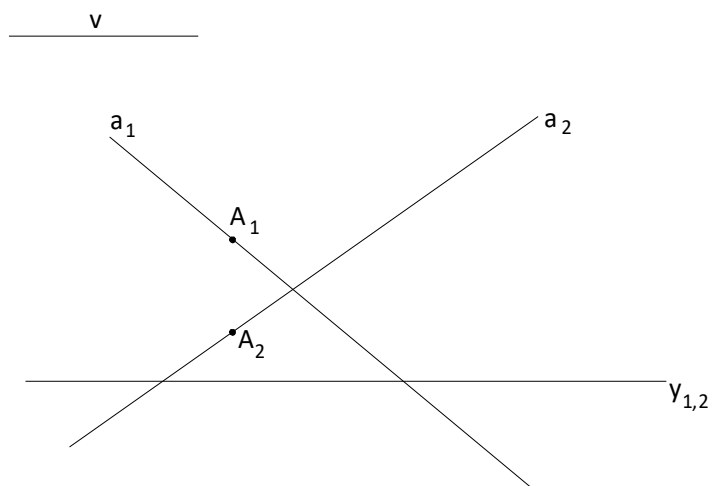


77. Bodem $M[3; 1; 3]$ ved'te rovinu ρ , rovnoběžnou s rovinou $\sigma = (-2; 5; 3)$.

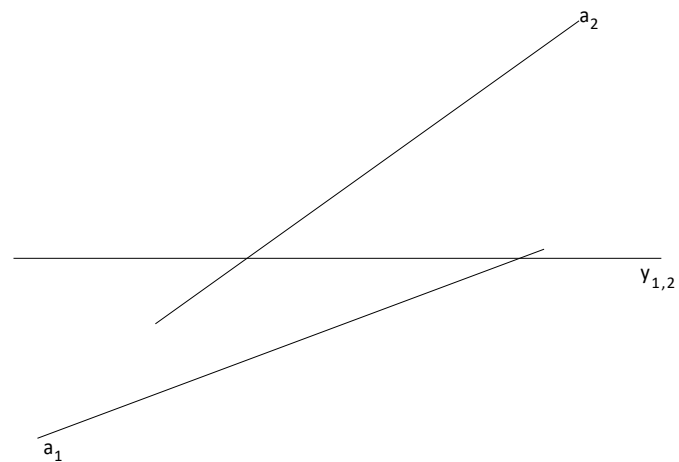
78. Určete skutečnou velikost úsečky CD .



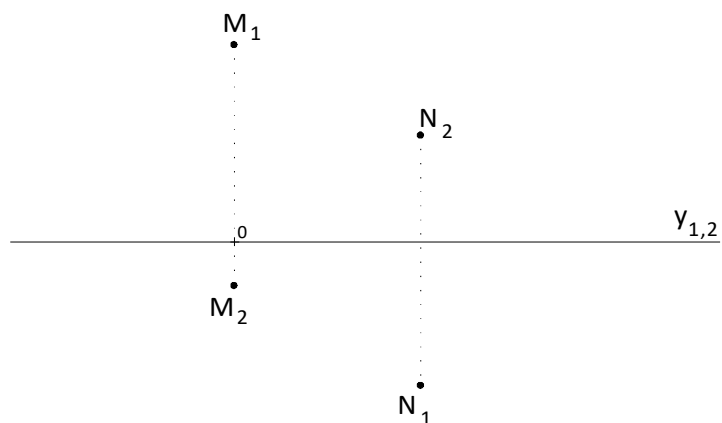
79. Na přímce a zobrazte bod B , který má od bodu A vzdálenost v .



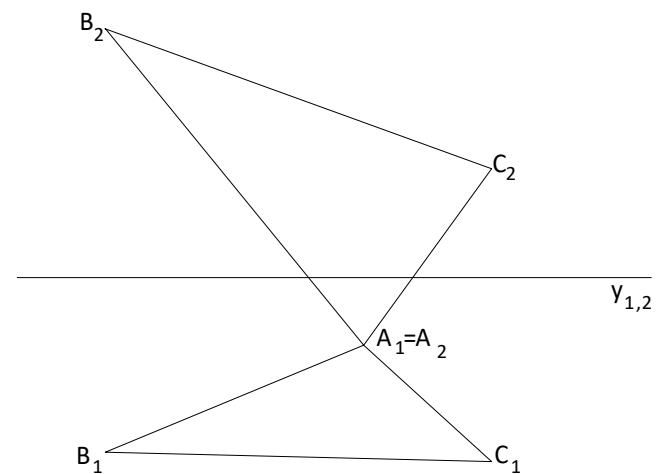
80. Na přímce a sestrojte bod, který má od jejího půdorysného stopníku vzdálenost 2.



81. Je dána přímka MN . Naneste na ni od bodu N vzdálenost 3. Určete souřadnice tohoto bodu X , pokud $z_X < z_N$.



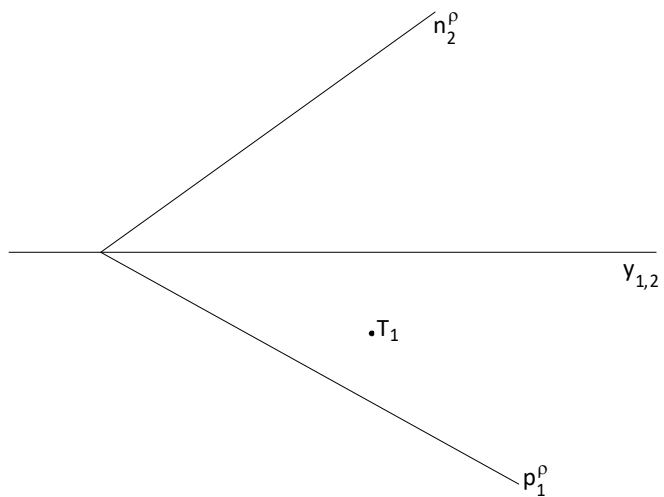
82. Určete skutečnou velikost trojúhelníku ABC .



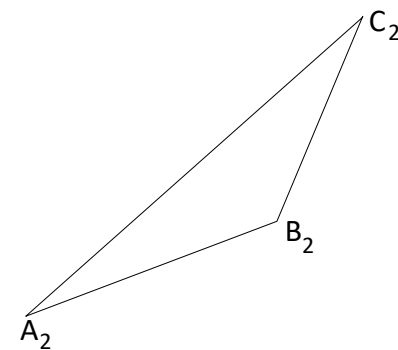
83. Určete skutečnou velikost trojúhelníku ABC ($A[3; -3; 0]$, $B[0; 3; 5]$, $C[2; 2; 1]$).

84. Určete patu R kolmice m , spuštěné z bodu $B[1; -2; 2]$ k rovině $\alpha = (2; 3; 2,5)$. Vyznačte skutečnou vzdálenost bodů BR .

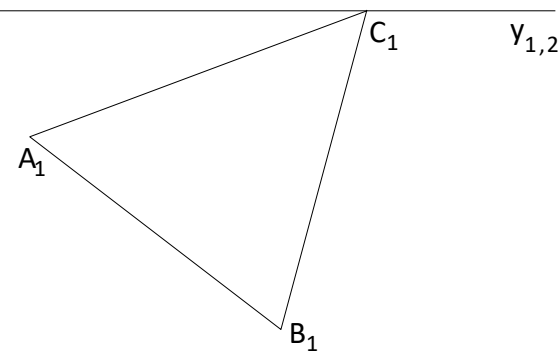
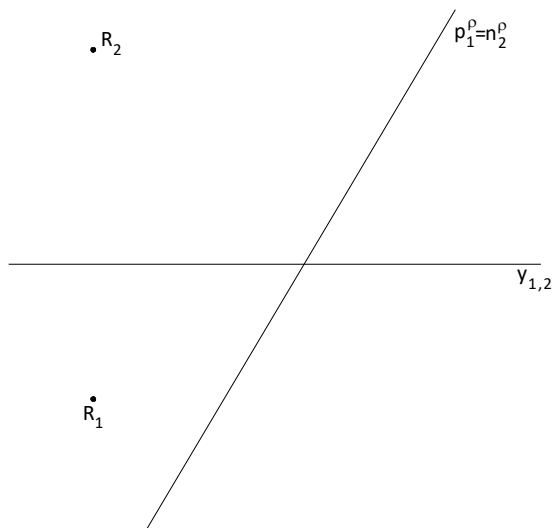
85. V bodě T roviny p vztyčte kolmici k této rovině a určete na ní bod X tak, aby $|XT| = 2$ a $x_x > x_T$.



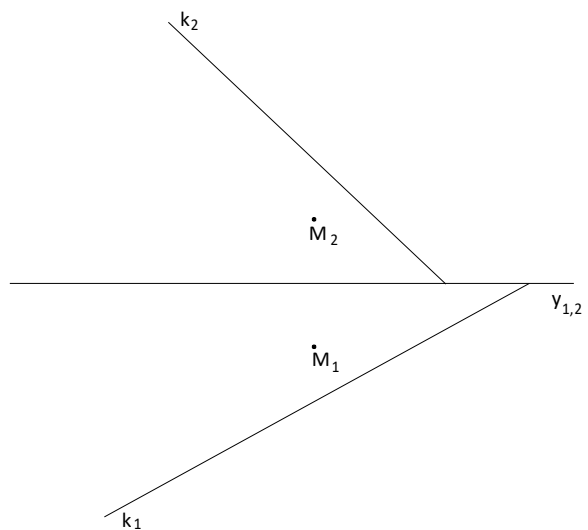
86. V těžišti trojúhelníka ABC vztyčte kolmici k jeho rovině.



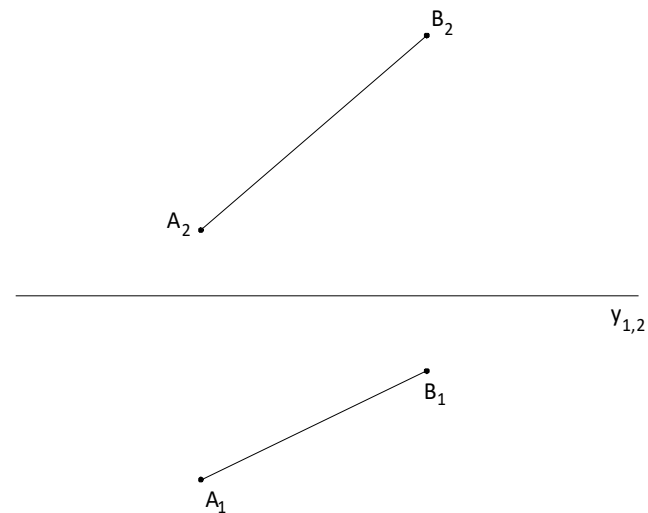
87. V rovině p najděte bod X , který je neblíže bodu R .



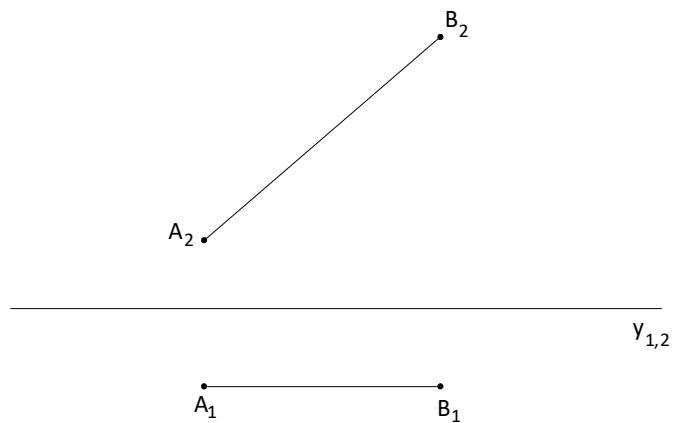
88. Bodem M vedte rovinu ρ kolmou k přímce k .



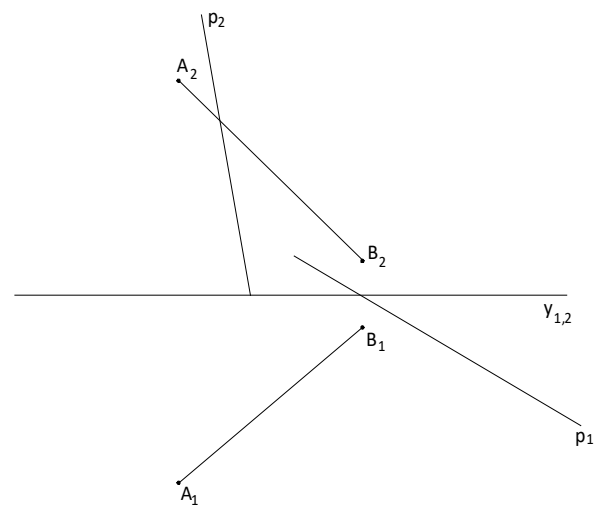
89. Zobrazte rovinu souměrnosti σ úsečky AB .



90. Zobrazte rovinu souměrnosti σ úsečky AB .

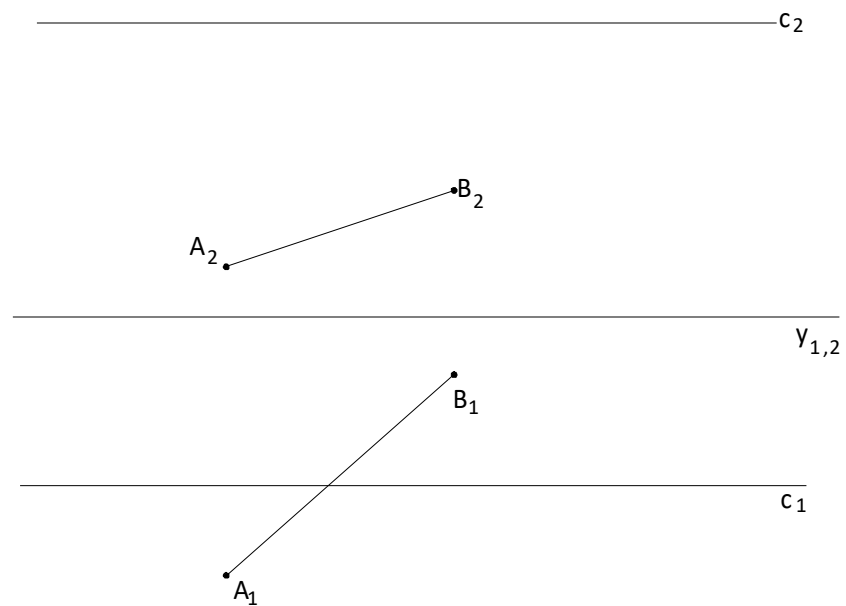


91. Sestrojte rovnoramenný trojúhelník se základnou AB a vrcholem C , který leží na přímce p .

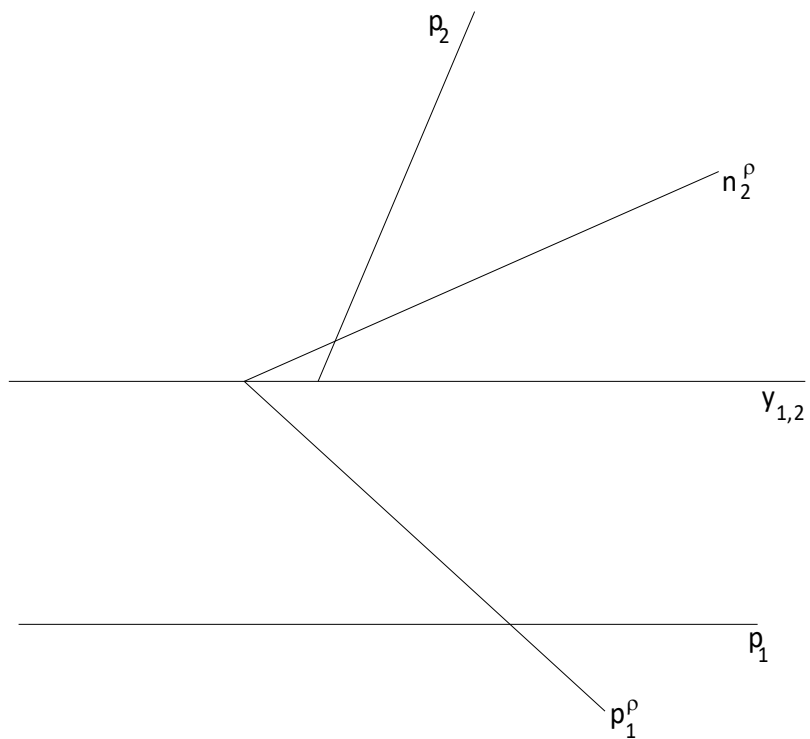


92. Bodem $A[2; 4; 3]$ proložte rovinu α , kolmou k průsečnici r rovin $\rho = (5; -5; 4)$ a $\sigma = (7; 5; 3)$, zobrazte její stopy.

93. Sestrojte obdélník $ABCD$, je-li dána strana AB a přímka c ($c \parallel y$), na které leží vrchol C (pozn.: přímky AB a c nemusí ležet v jedné rovině).



94. Přímkou p proložte rovinu σ , která je kolmá k rovině ρ a najděte průsečnici těchto rovin.



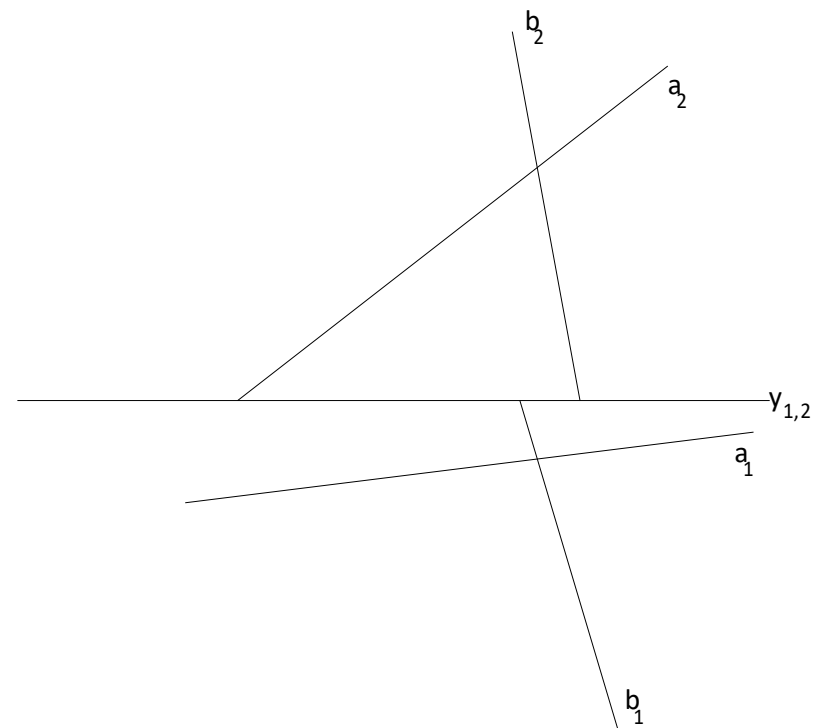
95. Určete vzdálenost bodu $D[6; -5; 5]$ od roviny $\rho = (ABC)$ ($A[1; -5; 0]$, $B[-1; -2; 6]$, $C[6; 3; 1]$). Sestrojte jehlan $ABCD$.

96. Určete vzdálenost bodu $B[5; 1; 3]$ od roviny $\beta = (3; 2,5; 2)$.

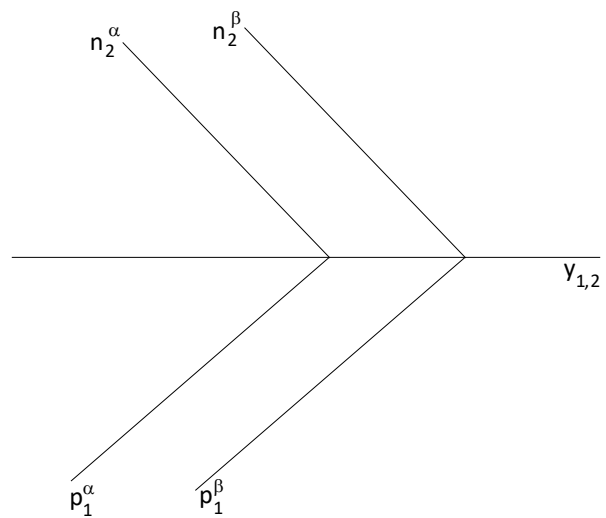
97. Určete vzdálenost bodu $A[2; -3; 3,5]$ od přímky $a = BC (B[0; -2; 2], C[6,5; 1,5; 5])$.

98. Určete vzdálenost rovnoběžných rovin $\rho = (6; -5; 7)$ a $\sigma = (?; -2; ?)$.

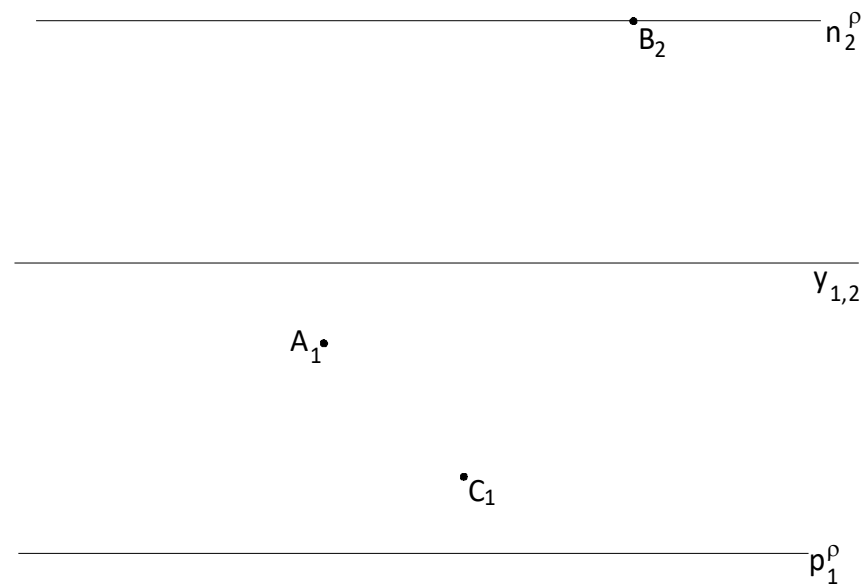
99. Určete odchylku různoběžek a, b .



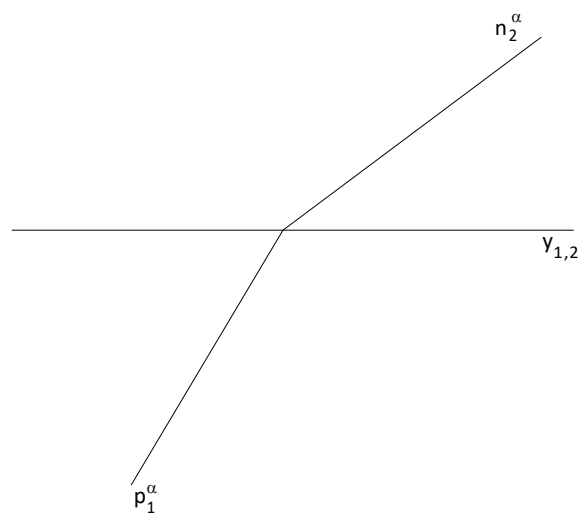
100. Určete vzdálenost rovnoběžných rovin α a β .



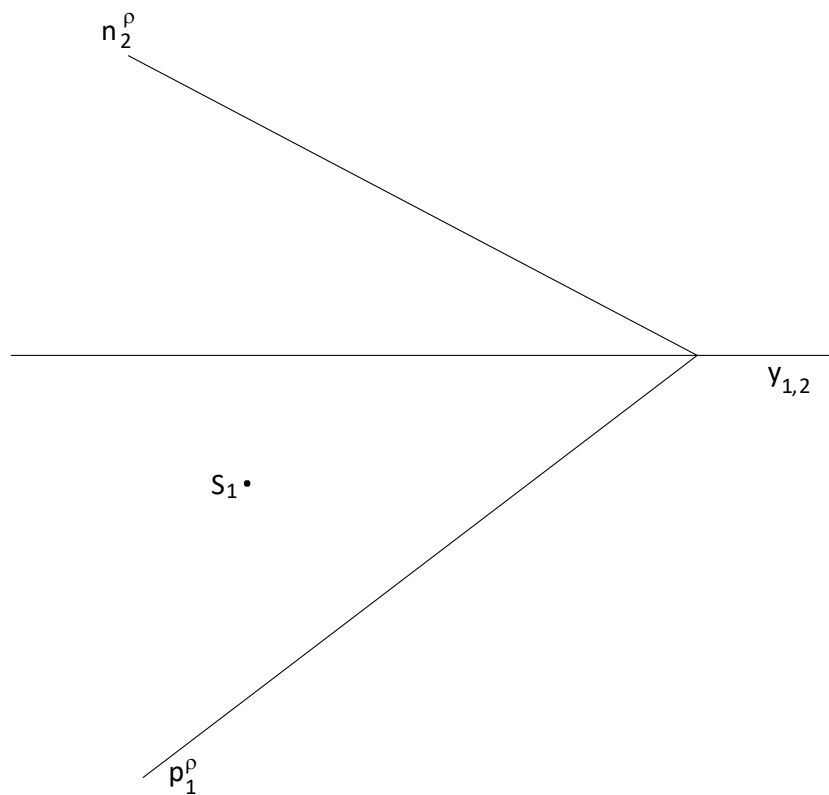
101. Určete skutečnou velikost trojúhelníku ABC , který leží v rovině p .



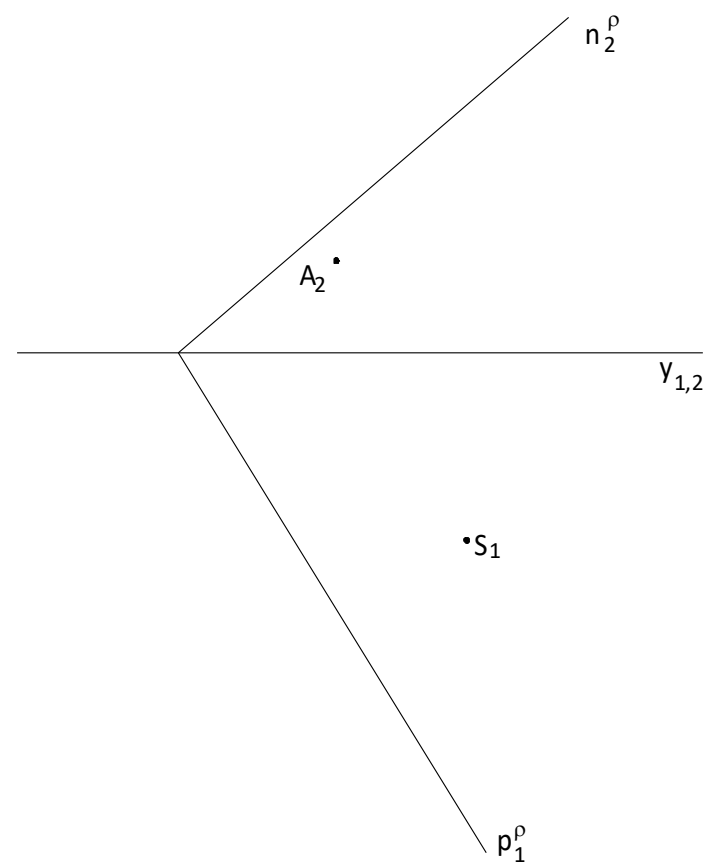
102. Sestrojte roviny, které jsou rovnoběžné s rovinou α a mají od ní vzdálenost 2.



103. V rovině ρ sestrojte pravidelný šestiúhelník o středu S tak, aby jedna jeho strana ležela v nárysně.



104. V rovině ρ jsou dány body S, A . Zobrazte čtverec, který má střed S a vrchol A .



105. V rovině $\lambda = (\infty; 3; 2)$ zobrazte rovnostranný trojúhelník ABC , jestliže $A[4; -1; ?]$, bod B leží v půdorysně a bod C v nárýsně.

106. Zobrazte rovnostranný trojúhelník ABC ležící v rovině kolmé na přímkou $q = QN$, jehož těžiště T leží na dané přímce q , $N[0; -2,5; 5,3]$, $Q[7; 3; 1,5]$, $A[2; 2,5; 5]$.

107. Najděte ortocentrum trojúhelníka ABC ($A[2,5; 2,5; 4]$, $B[1; -1; 2]$, $C[6; 1,5; 1]$).

108. Zjistěte vzdálenost dvou rovnoběžných přímek a , b , $a = PN$, $Q \in b$,
 $P [1,5; 3; 0]$, $N[0; 0; 2,5]$, $Q[0;-4; 3]$.

109. Určete vzdálenost bodu $B[3,5; 3; 2]$ od přímky $b = AC$ ($A[1; 2; 0]$, $C[4,5; -1,5; 4]$).

110. Zobraďte rovnoramenný trojúhelník ABC ($A[?; 2; 1,5]$, $B[?; -1,5; 3,5]$) ležící v rovině $\alpha = (5; 5; 4)$, jestliže jeho vrchol C leží na přímce $m = MN$ ($M[3; 0; ?]$, $N[5; -1,5; ?]$).

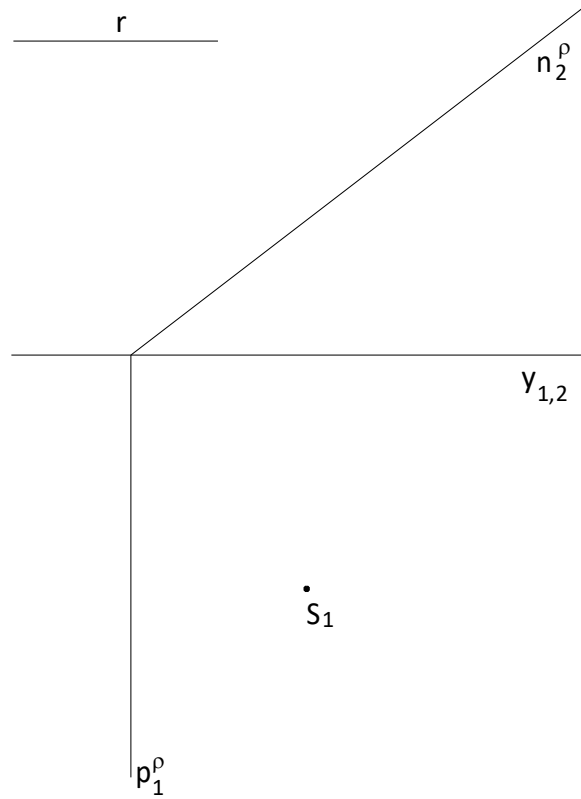
111. Zobrazte kosočtverec $ABCD$, který má sousední strany na přímkách $a = AM$, $b = AP$ a délku strany d , $A[2; 0; 2]$, $M[-0,5; -4; 4]$, $P[2; -4; 0]$, $d=2,5\text{cm}$.

112. V rovině $\rho = (6; \infty; 5)$ leží čtverec o středu $S[?; 0; 2,5]$ a vrcholu $A[?; 2; 4]$. Určete jeho sdružené průměty.

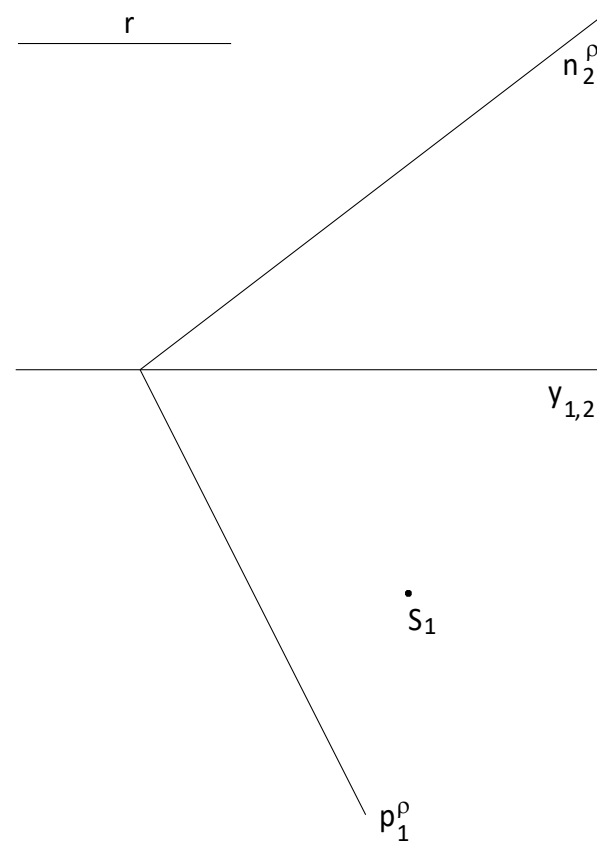
113. Zobrazte rovnostranný trojúhelník ABC ($A[?; 2; 1,5]$, $B[?; -1,5; 3,5]$, $x_C > x_A$), který leží v rovině $\alpha = (4,5; 5; 4)$.

114. V rovině $\rho = (3; -4,5; 3)$ sestrojte pravidelný šestiúhelník $ABCDEF$ se středem $S[2; 1; ?]$ se stranou AB v půdorysně.

115. Zobrazte kružnici, je-li dána její rovina ρ , střed S a poloměr r .

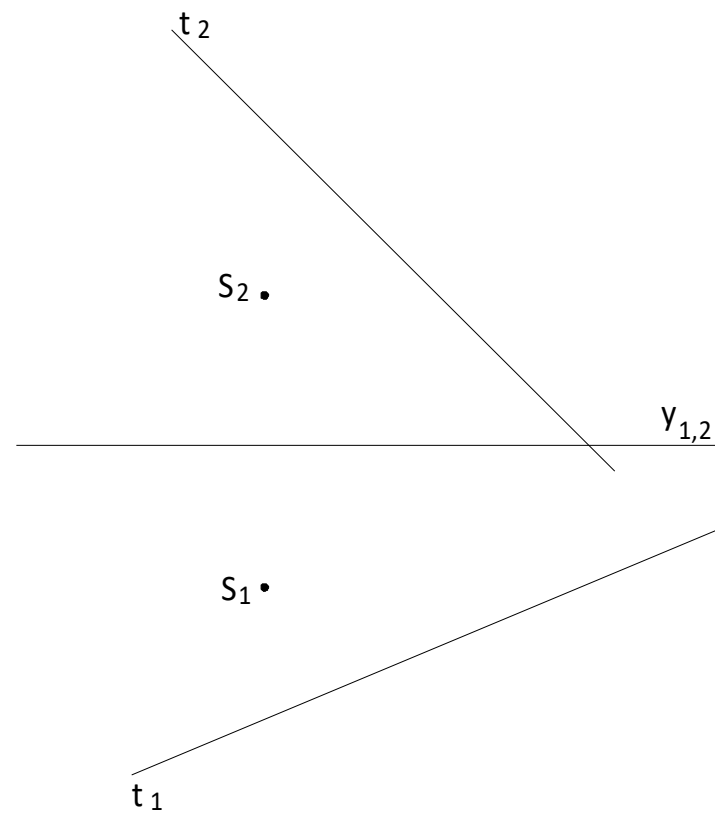


116. Zobrazte kružnici, je-li dána její rovina ρ , střed S a poloměr r .



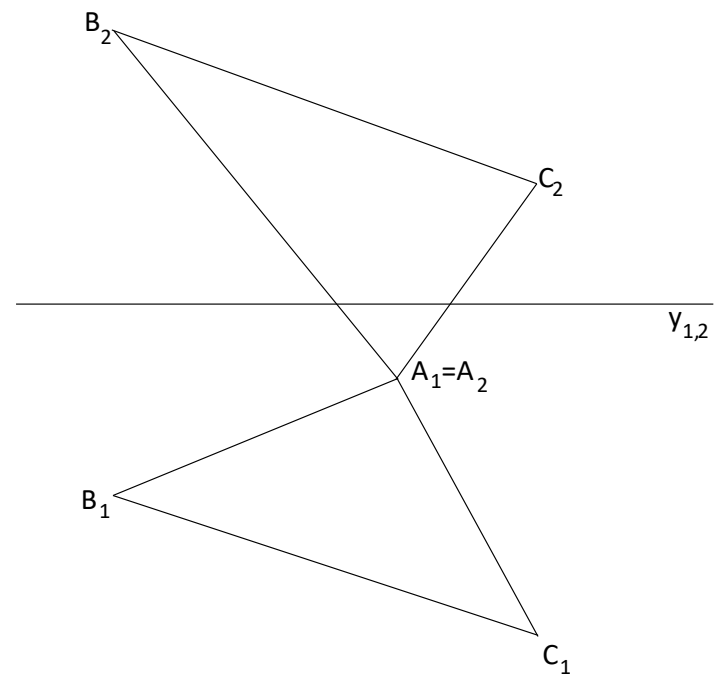
117. Zobrazte dráhu bodu $A[3; -4; 4,5]$, který se otáčí okolo přímky $o = PQ$, $P[0,5; -3,5; 0]$, $Q[7; 2; 6,5]$.

118. Sestrojte sdružené obrazy kružnice, která leží v rovině ρ , má střed S a tečna $t \subset \rho$.



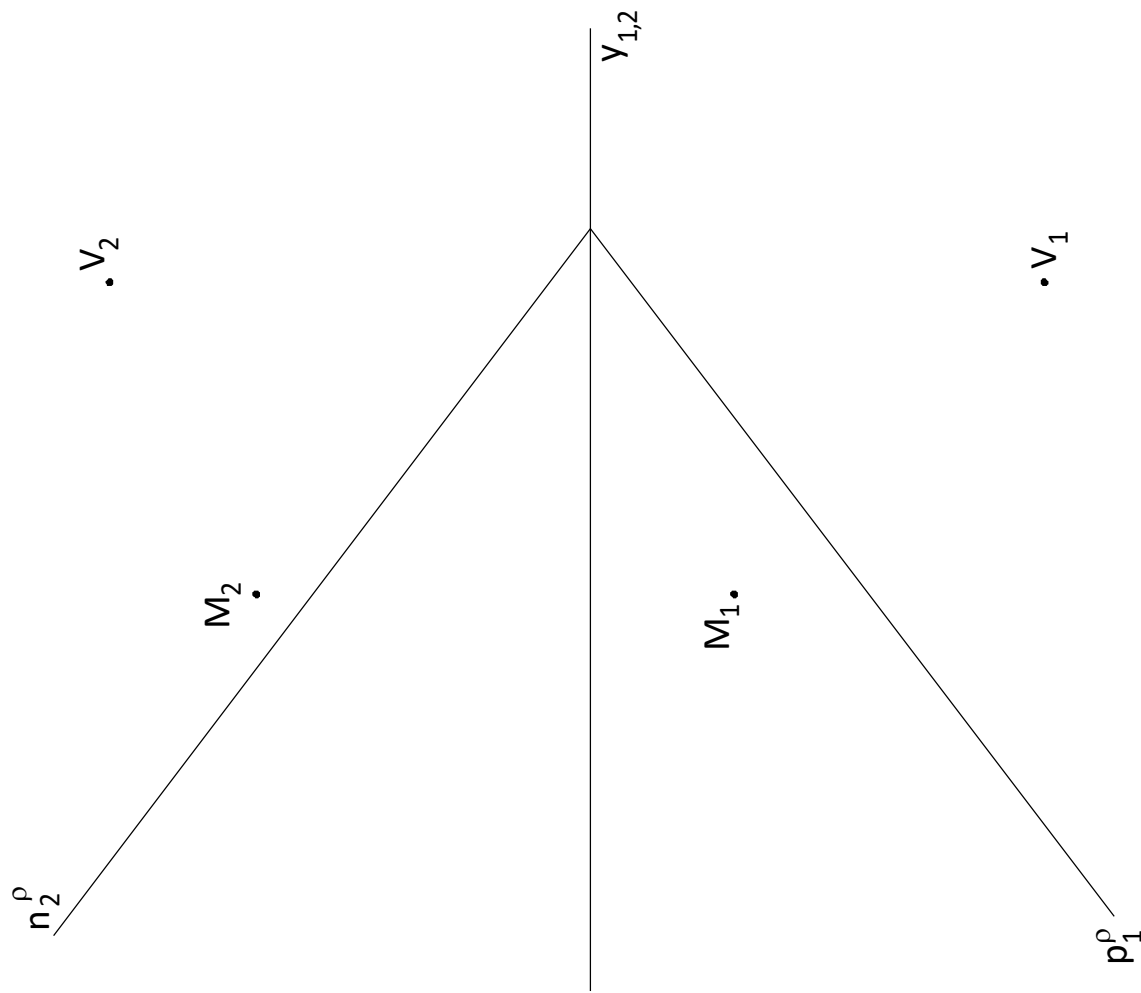
119. Sestrojte v rovině $\rho = (2,5; -3; 2,5)$ průměty kružnice k se středem $S[1,5; 1,5; ?]$ a s bodem $E[1; 2,5; ?]$ ležícím na kružnici k .

120. Sestrojte kružnici vepsanou trojúhelníku ABC .

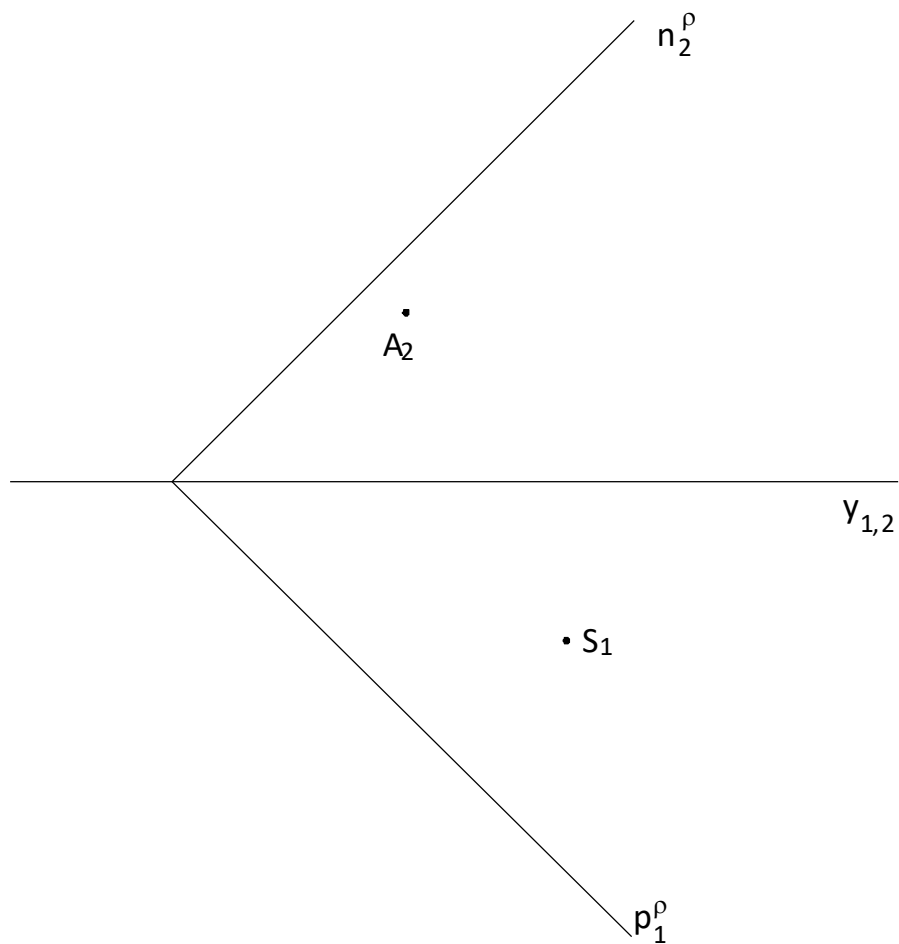


121. Zobraďte krychli $ABCD A'B'C'D'$, jejíž stěna $ABCD$ ($A[0; -2; ?]$, $B[1; 1,5; ?]$) leží v rovině $\rho = (5; 4,5; 4,5)$.

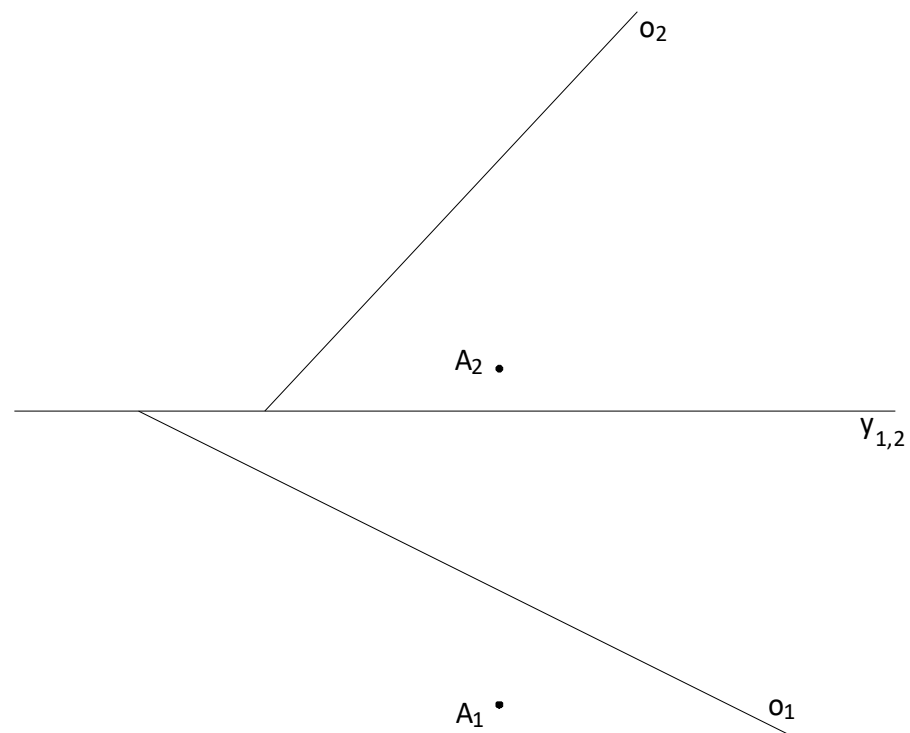
122. Sestrojte pravidelný čtyřboký jehlan, je-li dán vrchol V , rovina podstavu ρ a bod M pobočné hrany.



123. Sestrojte sdružené průměty pravidelného šestibokého hranolu s dolní podstavou v rovině ρ , výškou 5, středem dolní podstavy S a vrcholem dolní podstavy A .



124. Je dána přímka o a bod A . Zobrazte pravidelný čtyřboký jehlan $ABCDV$ s osou o , výškou 5 a vrcholem podstavy A ($z_v > z_s$).



125. Sestrojte sdružené průměty krychle $ABCDEFGH$. Podstava $ABCD$ ($A[0; 0; ?], B[?; -50; 10]$) leží v rovině $\rho = (75; 77; 50)$.

126. Zobrazte pravidelný čtyřboký jehlan $ABCDV$ se středem podstavy S , jestliže jedna boční stěna je rovnoběžná s π .

• V_2

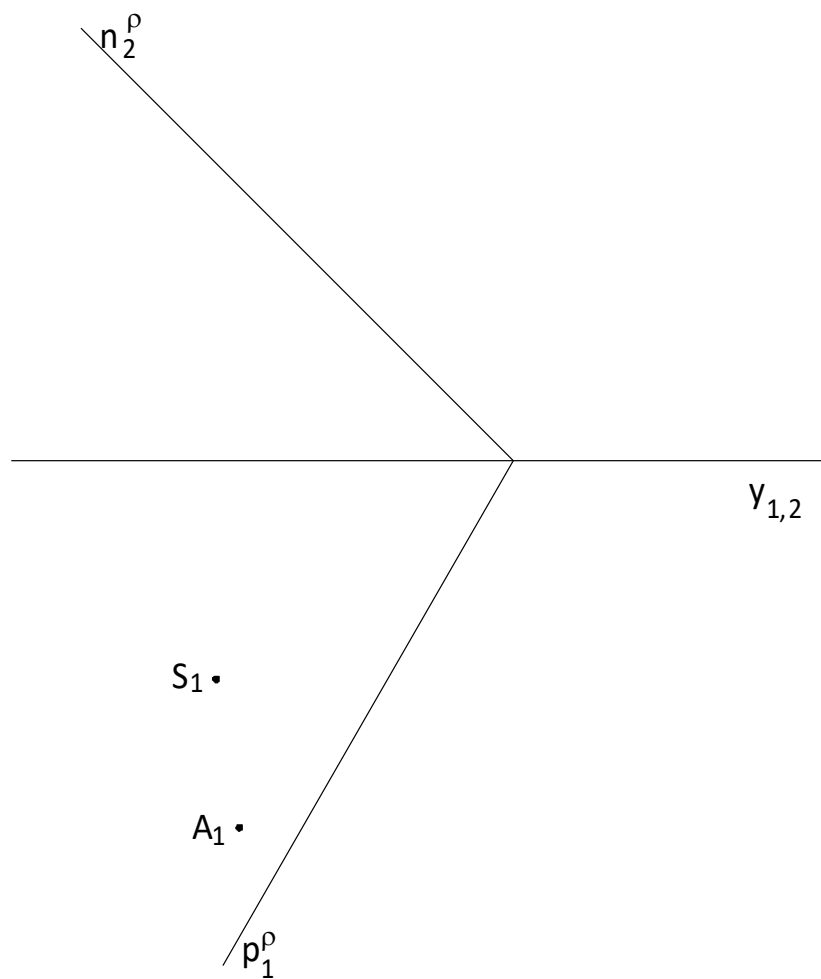
S_2 •

$\gamma_{1,2}$

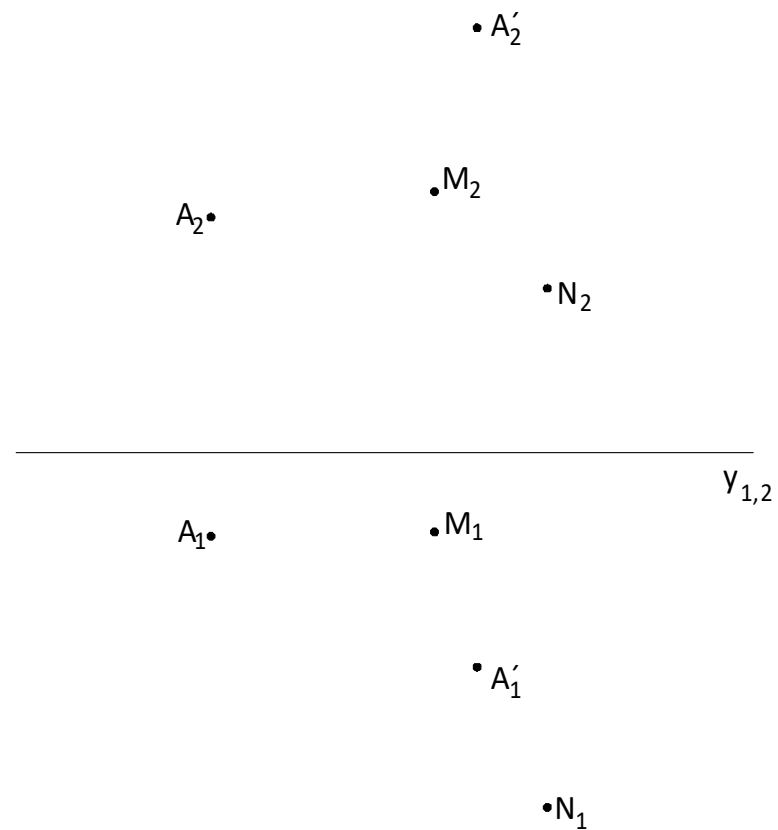
S_1 •

• V_1

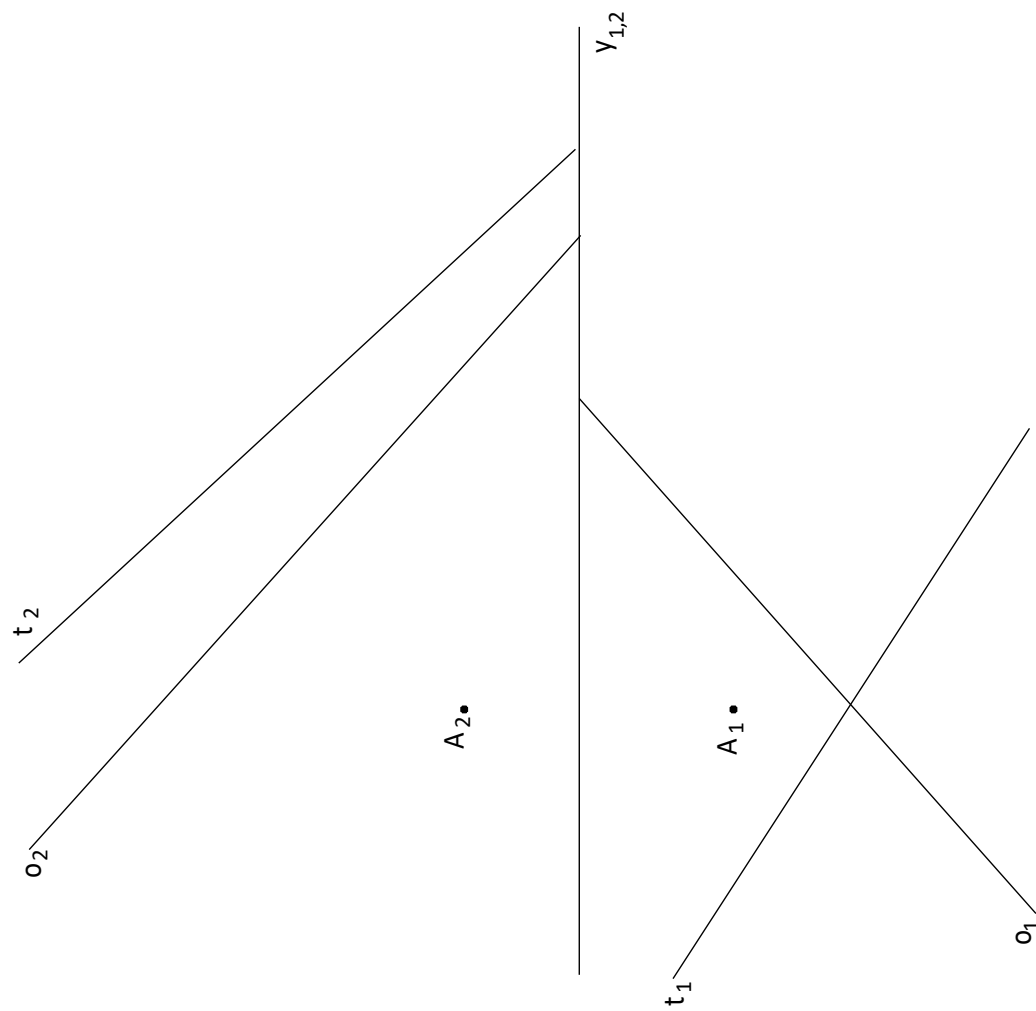
127. Zobrazte rotační válec, je-li dána rovina podstavy, její střed S , bod na podstavě A a výška válce $v = 4$.



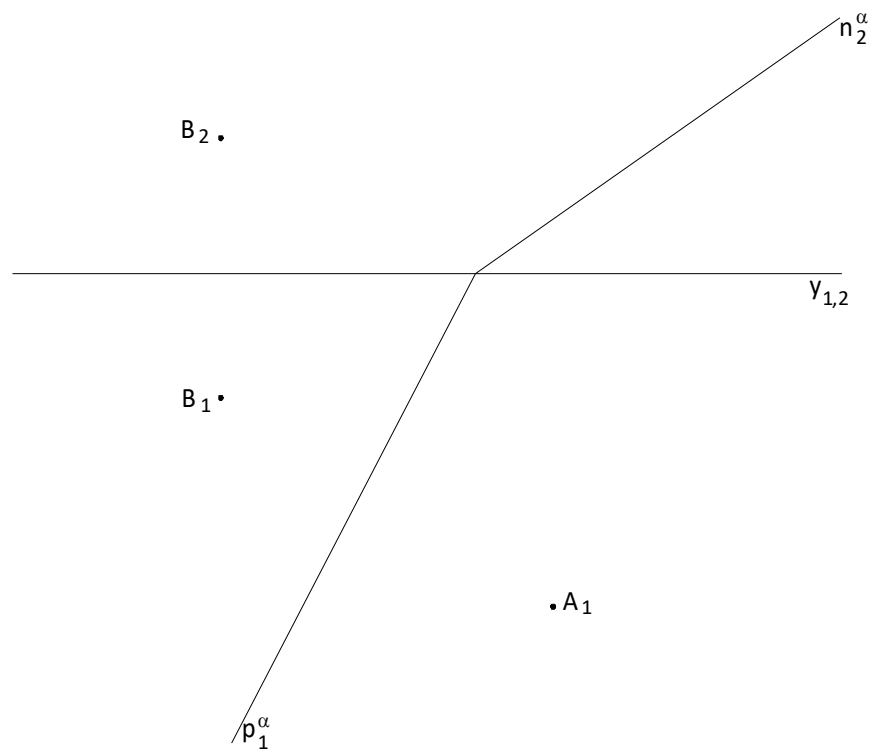
128. Sestrojte sdružené průměty rotačního válce, je-li dána jeho povrchka AA' a body M, N na plášti.



131. Sestrojte rotační kužel, určený osou o , bodem A na podstavě kružnici a tečnou t pláště kužele.

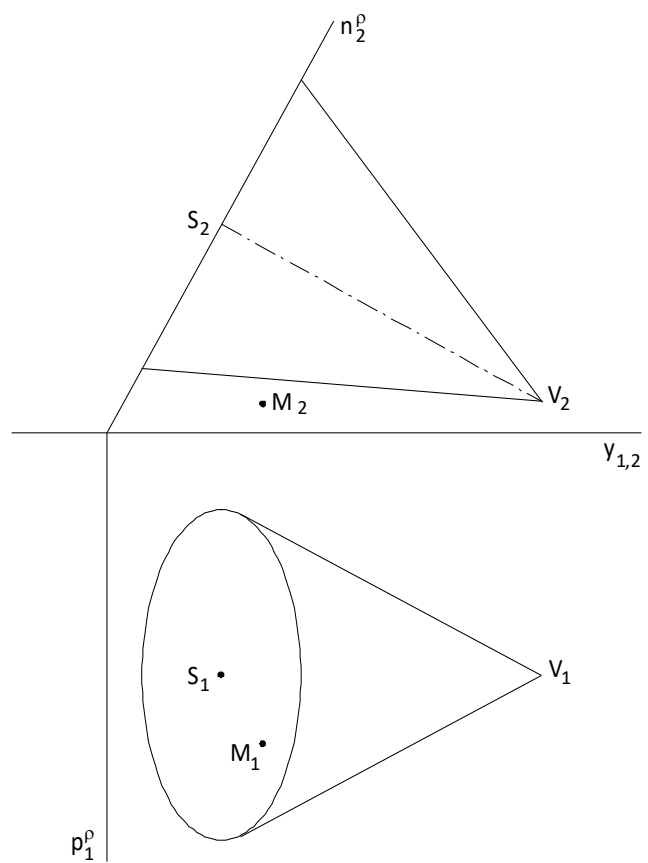


132. Zobrazte kulovou plochu, jestliže je dána tečná rovina α s bodem dotyku A a bod B .

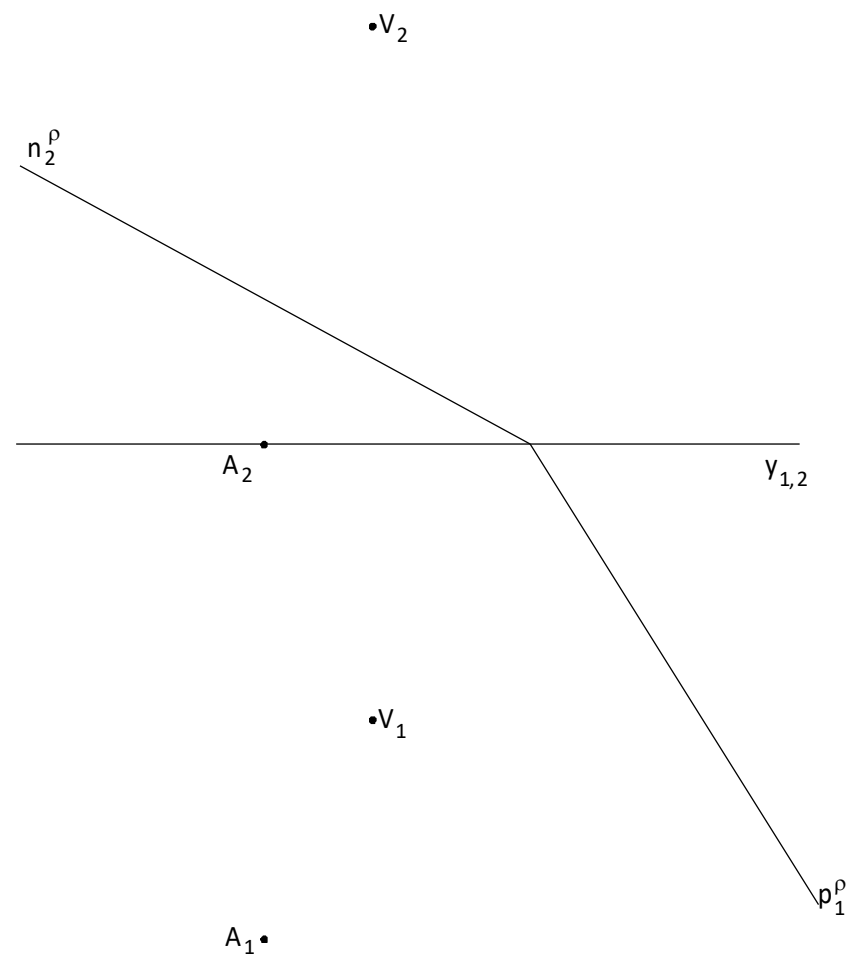


133. Sestrojte sdružené průměty kulové plochy, která prochází body $A[7; -1; 1]$, $B[3; 1; 1]$, $C[6; 0; 5,5]$, $D[1,5; -3; 4]$.

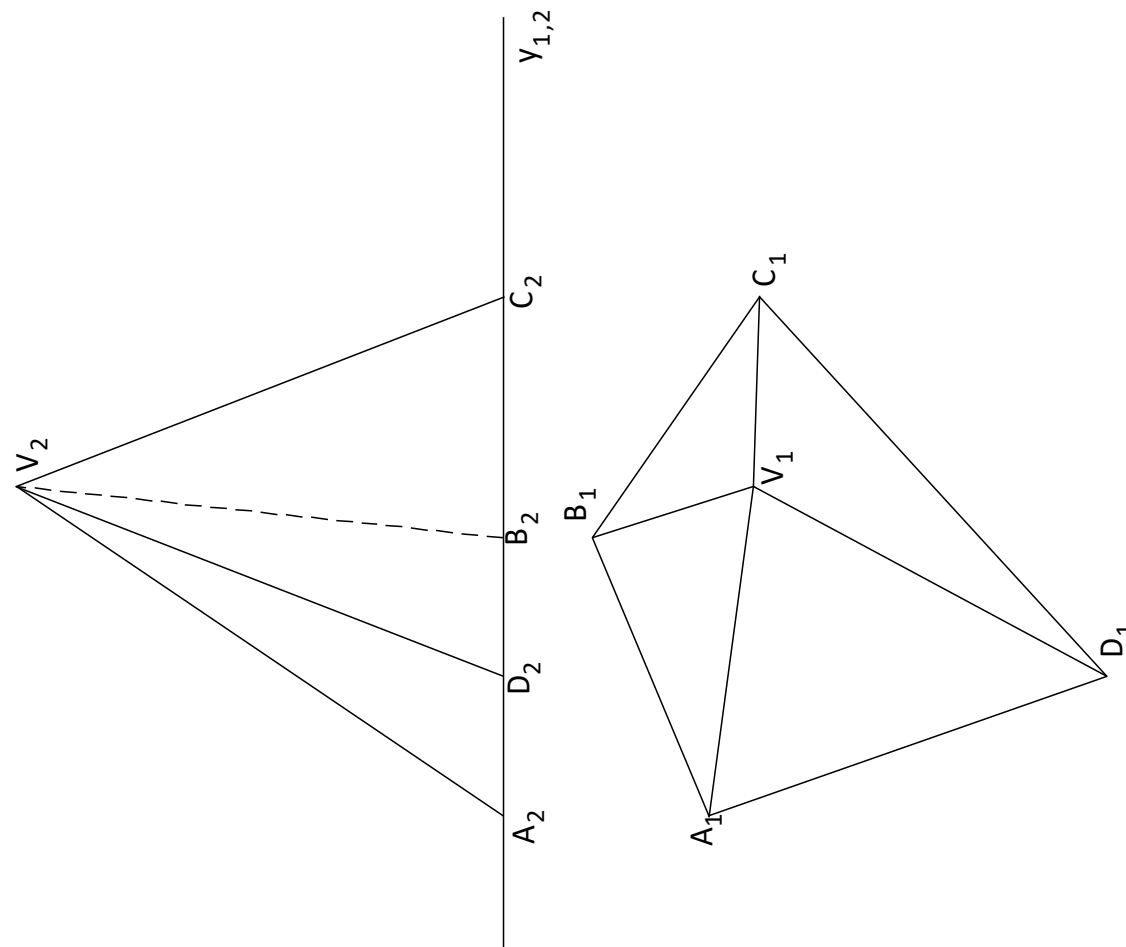
134. Daným bodem M vedte tečné roviny k danému rotačnímu kužely.



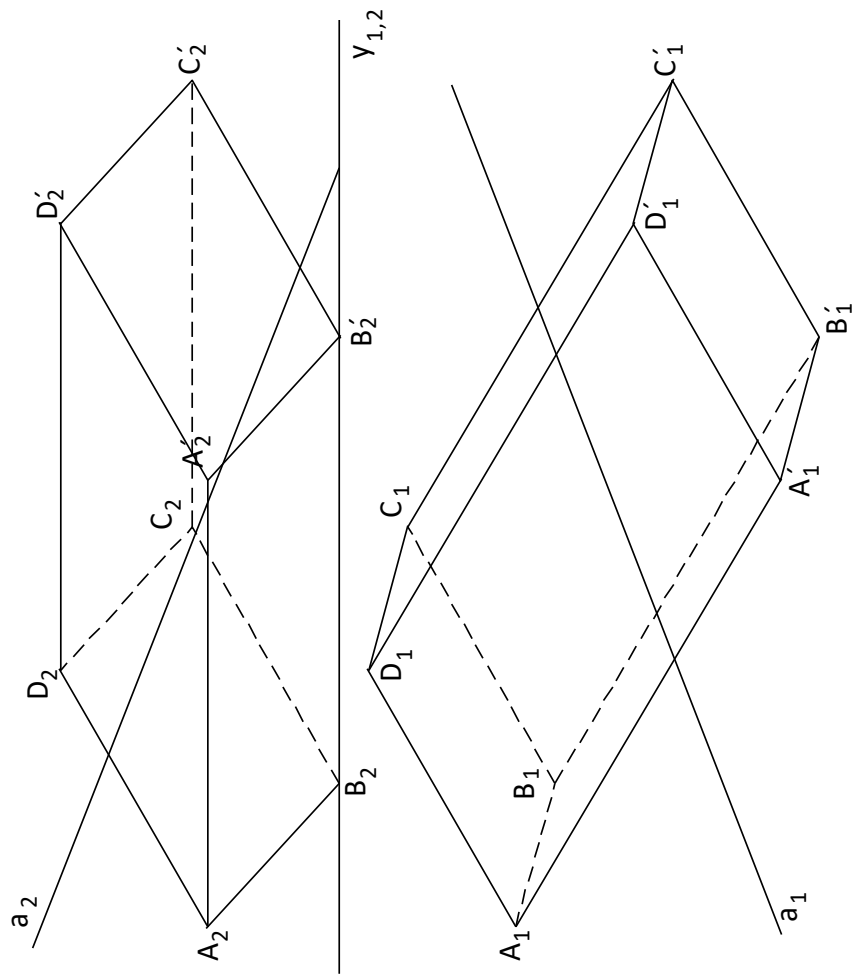
135. Pravidelný pětiboký jehlan $ABCDEV$ s podstavou v půdorysně protněte rovinou p .



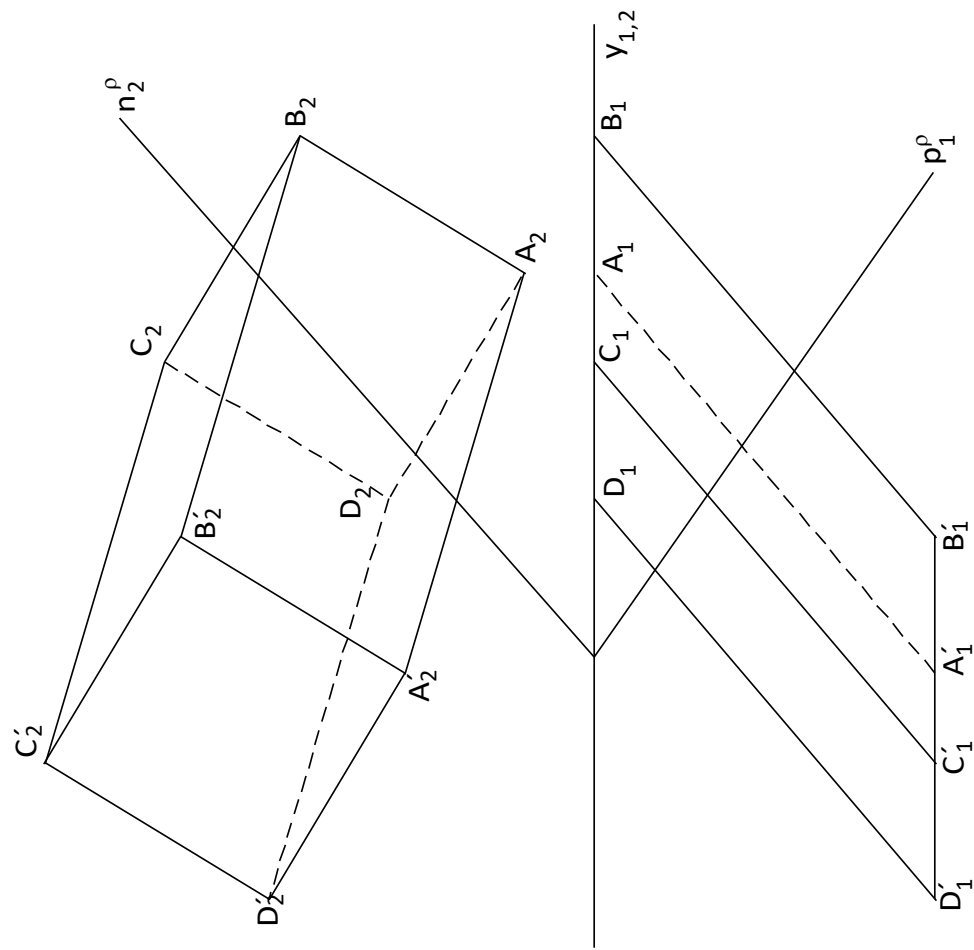
136. Čtyřboký jehlan $ABCDV$ protněte rovinou, kolmou k nejdelší hraně a procházející protilehlým vrcholem podstavu.



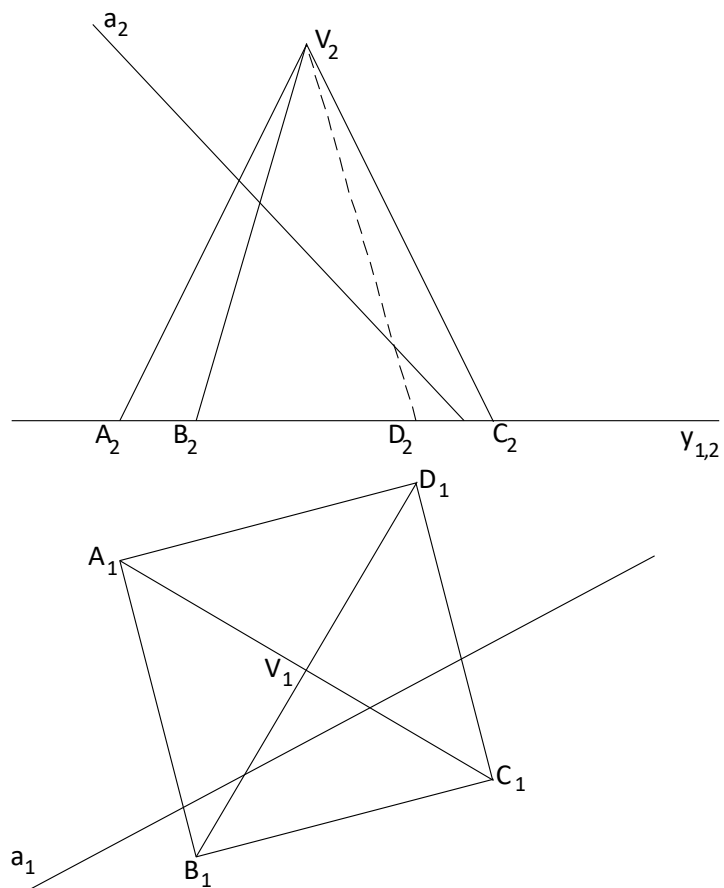
137. Určete průsečíky přímky a s rovnoběžnostěnem, včetně viditelnosti.



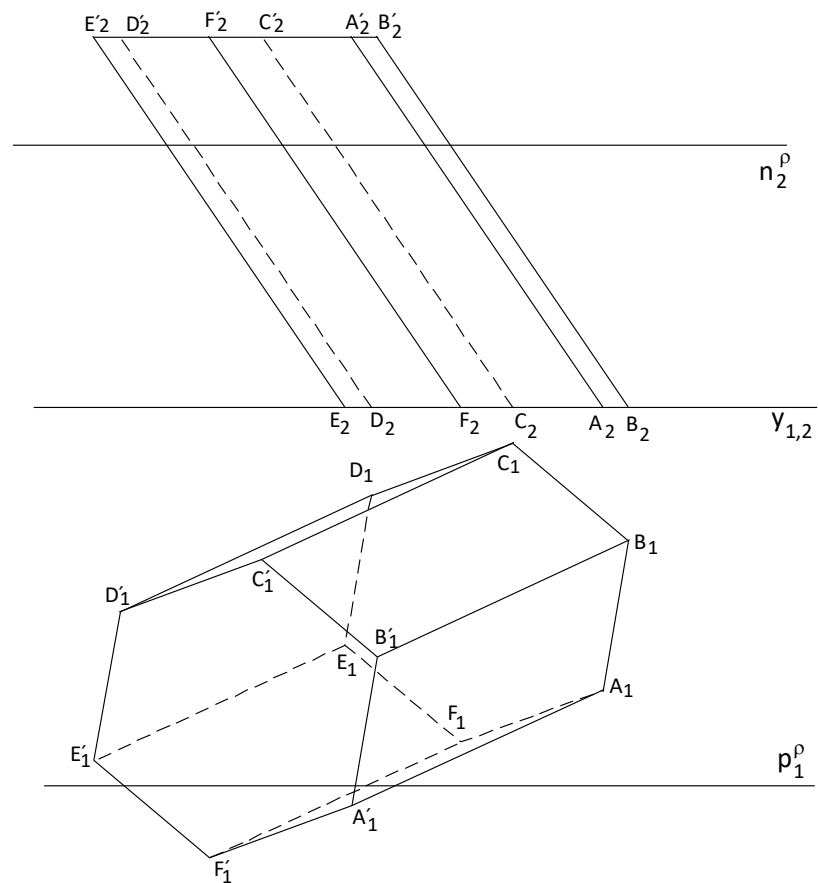
138. Sestrojte řez pravidelného kosého čtyřbokého hranolu s podstavou nárysně rovinnou ρ .



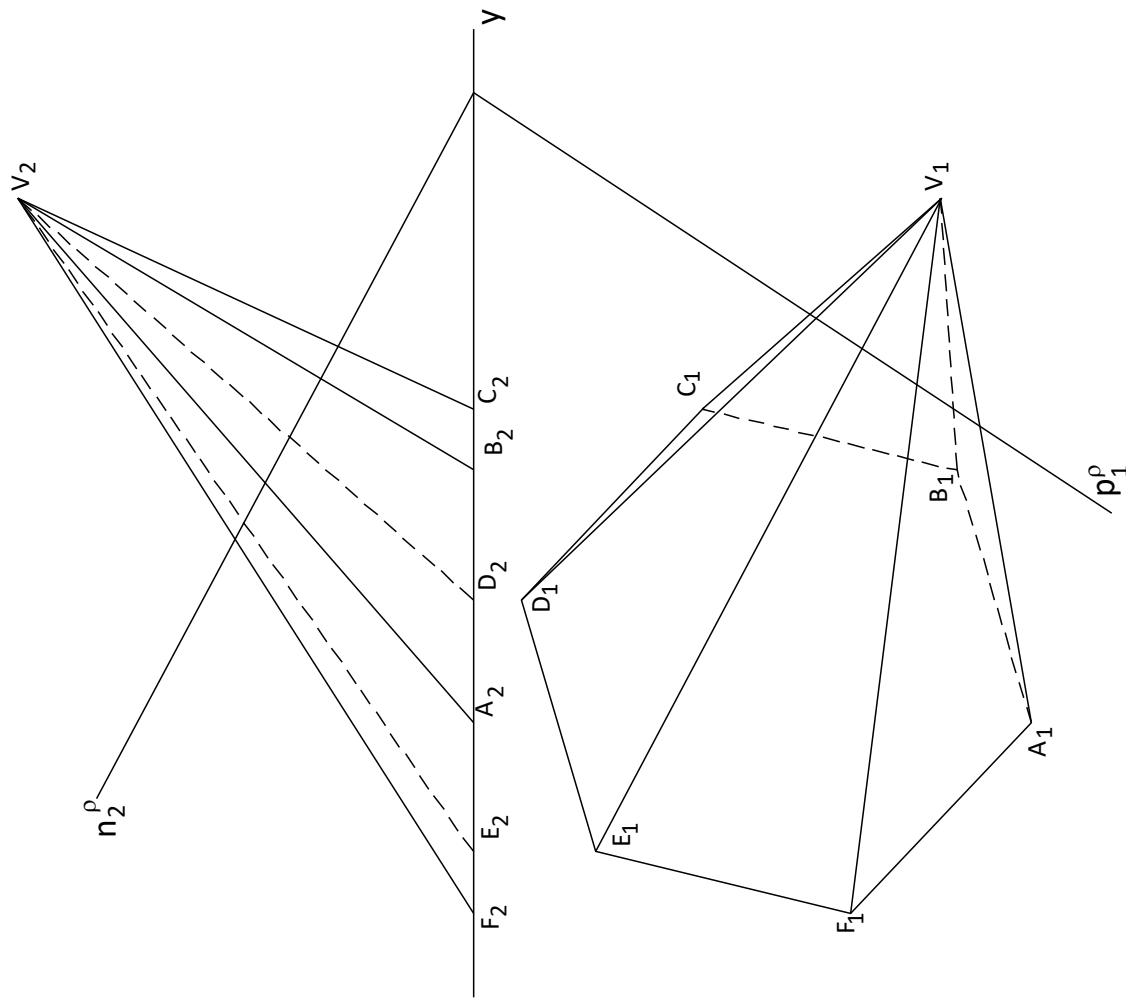
139. Určete průsečíky přímky a s pravidelným čtyřbokým jehlanem, který má podstavu v půdorysně.



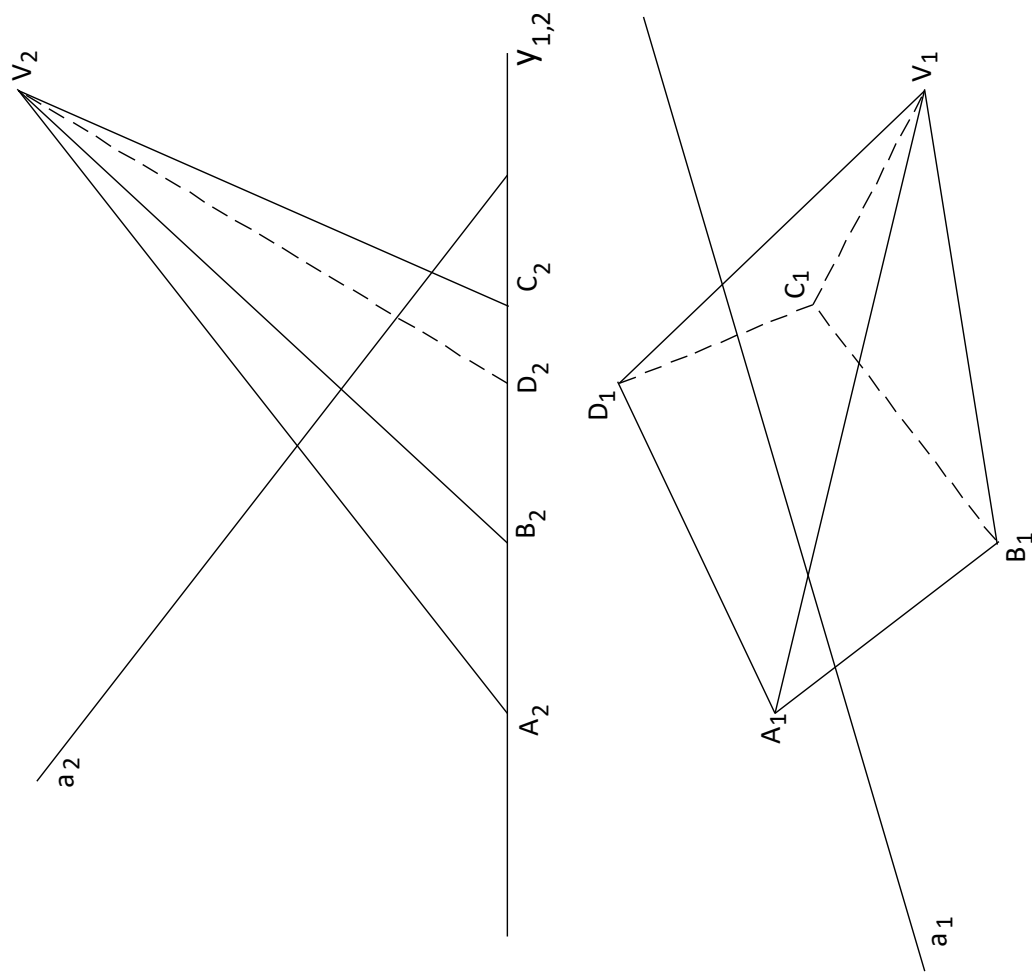
140. Sestrojte řez pravidelného šestibokého hranolu s podstavou v půdorysně rovinou ρ .



141. Je dán kosý pravidelný šestiboký jehlan s podstavou v půdorysně. Sestrojte jeho řez rovinou ρ .

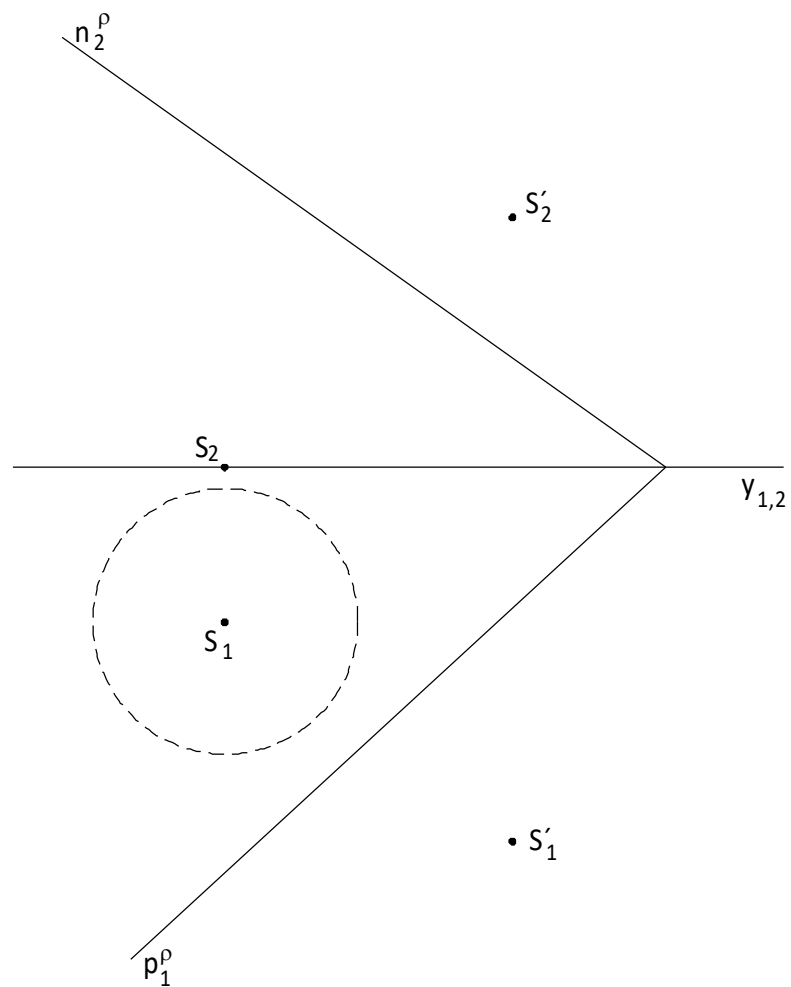


142. Sestrojte průsečnici přímky a s jehlanem, jehož podstava leží v půdorysně.

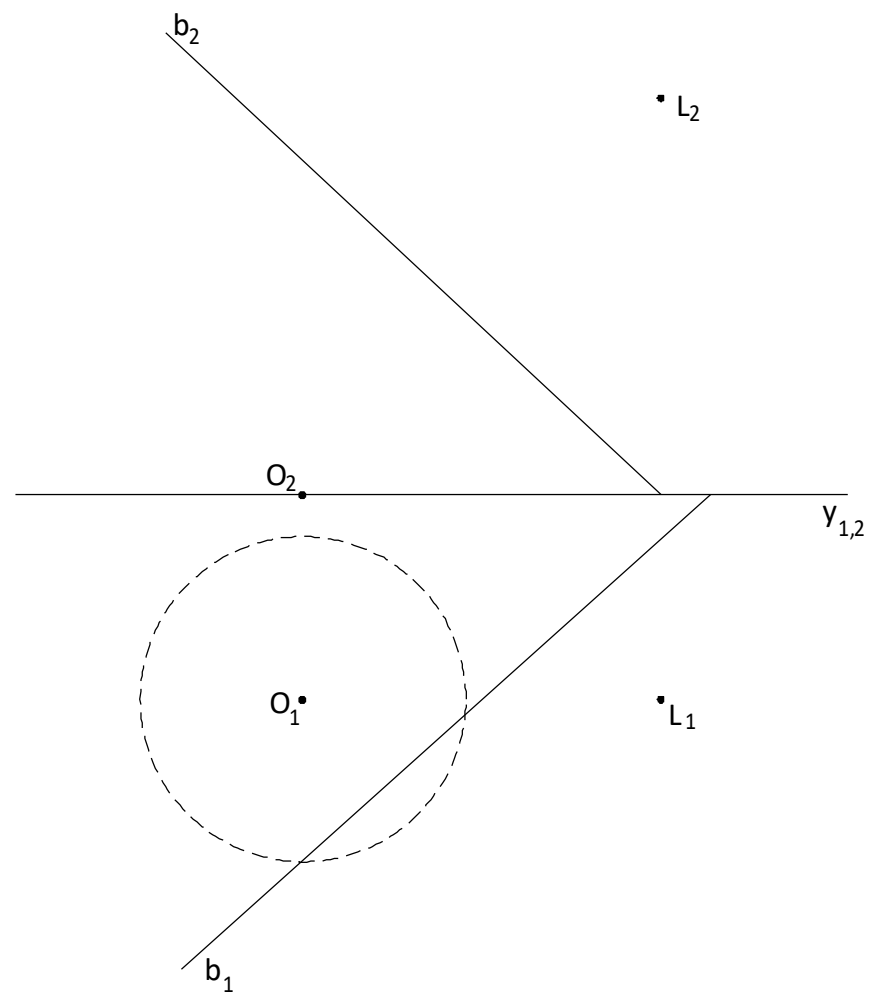


143. Sestrojte řez kosého válce, s jednou podstavou v půdorysně, rovinou ρ ($S[8; 0; 9]$, $S'[4; 5; 0]$, $r = 2,5$, $\rho = (4,5; -8; 3,5)$).

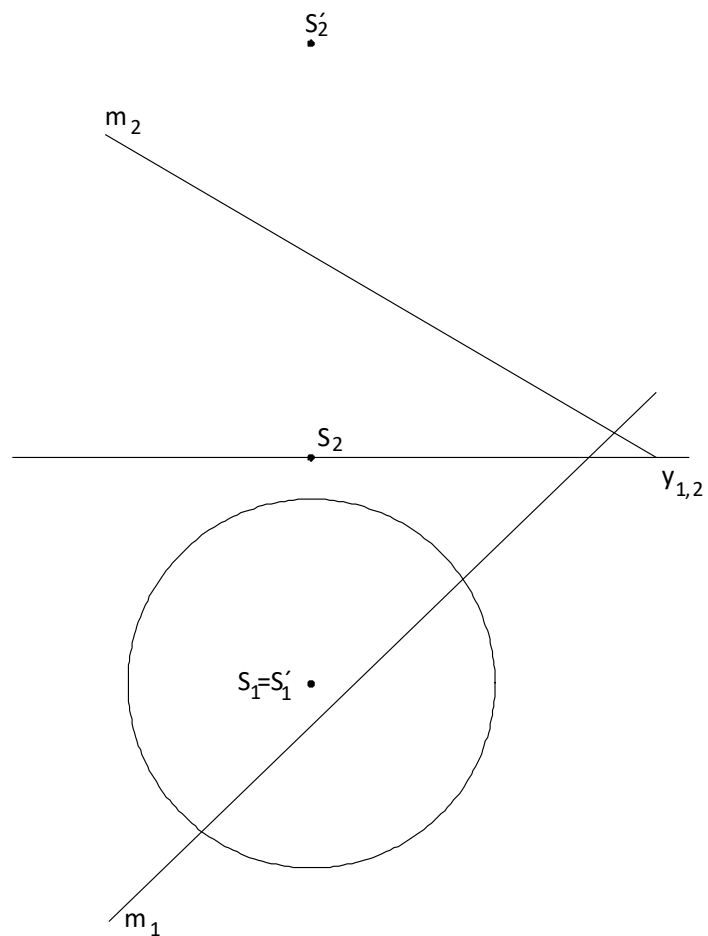
144. Sestrojte řez kosého kruhového válce rovinou ρ . Válec má podstavu v půdorysně o středu podstavu S a střed horní podstavu S' (poznámka: osovou afinitu určují střed podstavu a střed řezu).



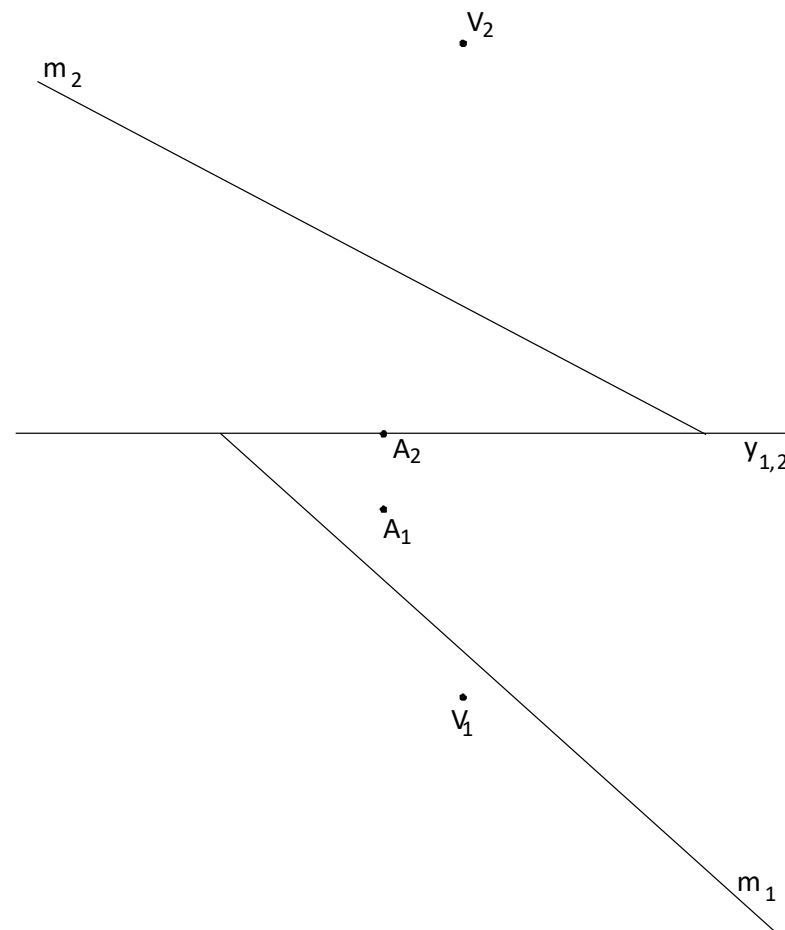
145. Sestrojte průsečíky přímky b s kosým kruhovým válcem. Kosý kruhový válec má spodní podstavu v půdorysně o středu podstavu O , střed horní podstavu je L .



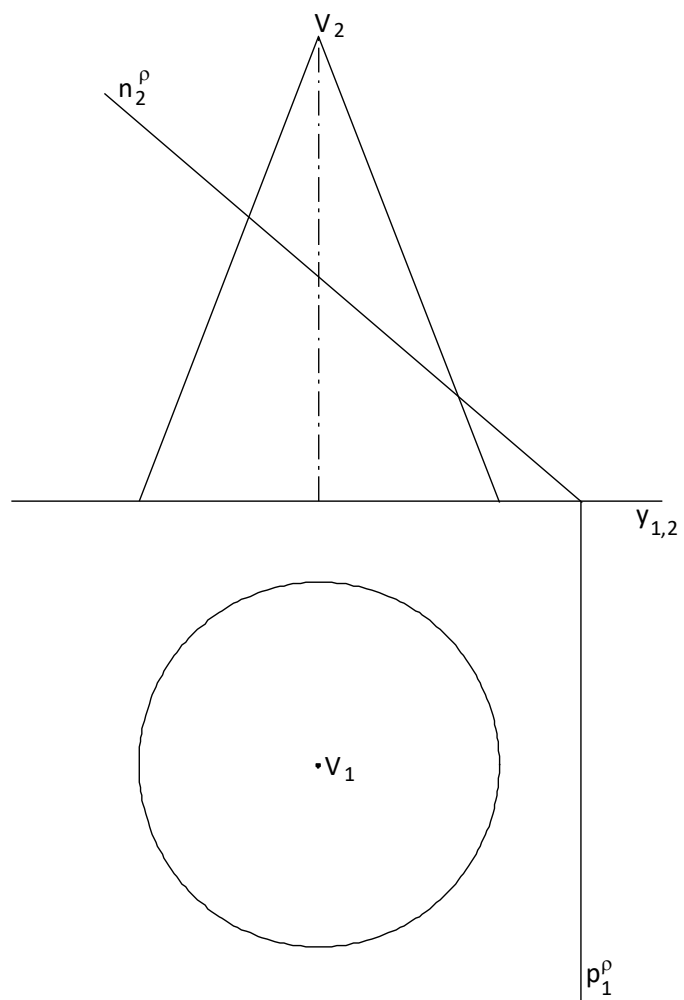
146. Zobrazte průsečíky přímky m s povrchem rotačního válce s podstavou v půdorysně středem dolní podstavu S a horní podstavu S' .



147. Zobrazte průsečíky přímky m s povrchem rotačního kužele, který má podstavu v půdorysně. Bod A je bodem podstavné hrany kužele a bod V je jeho vrcholem.



148. Sestrojte řez rotačního kužele danou rovinou.



149. Kruhový kužel s podstavou π o středu $S[2,5; 0; 0]$, poloměru $r = 2,5$ a vrcholu $V[2,5; 0; 3]$ protněte rovinou $\rho = (-2; -0,5; 1,4)$.

150. Kruhový kužel s podstavou v π o středu $S[2,5; 2; 0]$, poloměru $r = 2,5$ a vrcholu $V[3; 0; 3]$ protněte rovinou $\rho = (-2; 1,6; 1,4)$.

151. Kruhový kužel s podstavou v π o středu $S[5; 0; 0]$, poloměru $r = 5$ a vrcholu $V[2; -2; 10]$ protněte v parabole rovinou $\rho = (4; -7,2; ?)$.