Instrucciones:

a) Duración: 1 hora

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea la función definida por $f(x)=\frac{1}{x}+\ln(x)$ en el dominio $(0,+\infty)$.

a) [1,5 puntos] Halla los extremos relativos y absolutos de $f(x)$ (abscisas donde se obtienen y sus ordenadas) en el intervalo $[\frac{1}{e},e]$.

b) [1 punto] Obtener los puntos de inflexión y su imagen.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Estudiar monotonía de $f(x)=(2x-1)e^{2x}$ (recuerda que la monotonía es lo mismo que estudiar el crecimiento y decrecimiento de una función).

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Una imprenta recibe el encargo de diseñar un cartel con las siguientes características: la zona impresa debe ocupar $100\,cm^2$, el margen superior debe medir 3 cm, el inferior 2 cm, y los márgenes laterales 4 cm cada uno. Calcula las dimensiones que debe tener el cartel de modo que se utilice la menor cantidad de papel posible.

Ejercicio 4.- a) [1,5 puntos] Obtener a y b para que $f(x)=\left\{\begin{array}{c} a-x \quad si \quad x\leq 1 \\ \frac{b}{x}+\ln(x) \quad si \quad x>1 \end{array}\right\}$ sea derivable en $x=1$.

b) [1 punto] Sea la función $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$. Calcula a,b,c,d sabiendo que la función tiene un extremo relativo en $(0,1)$ y un punto de inflexión en $(1,-1)$.

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Dadas las funciones $f(x)=x^2-ax-4$ y $g(x)=\frac{x^2}{2}+b$, halla los valores de a y b de manera que las gráficas de $f(x)$ y $g(x)$ tengan la misma recta tangente en el punto $x=3$. Halla la ecuación de la recta.

Ejercicio 2.- a) [1,5 puntos] Demostrar que la función $f(x)=\ln(5-\sqrt{x})$ corta una sola vez al eje horizontal en todo su dominio.

b) [1 punto] Aplica la definición formal de derivada en $f(x)=\frac{1}{x}$

Ejercicio 3.- a) [2 puntos] En un experimento de un laboratorio se han realizado 5 medidas del mismo objeto, que han dado los siguientes resultados: $m_1=0.92$, $m_2=0.94$, $m_3=0.89$, $m_4=0.90$, $m_5=0.91$.

Se tomará como resultado el valor de x tal que la suma de los cuadrados de los errores sea mínima. Es decir, el valor para el que la función $E(x)=(x-m_1)^2+(x-m_2)^2+(x-m_3)^2+(x-m_4)^2+(x-m_5)^2$ alcanza el mínimo. Calcula dicho valor de x .

b) [0,5 puntos] Sea $f(x)=sen(x)$. Obtener la ecuación de la recta normal a la función en $x=\pi/3$.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] A partir de la gráfica (ver imagen) de la función derivada $f'(x)$ obtener los intervalos de crecimiento, los extremos relativos y los puntos de inflexión de la función original $f(x)$.

Explica tus razonamientos de manera adecuada y detallada.