ALGUNAS OBSERVACIONES SOBRE LA ESPERANZA MATEMÁTICA

- Si X es una v. a. unidimensional
  - $Var(X)=E\{X^2\}-(E\{X\})^2$ (Formula de Konïng).
  - Si $a,b\in\mathbb{R}, a\neq 0$, $Y=a\cdot X+b$ es v. a. unidimensional, y será $E\{Y\}=a\cdot E\{X\}+b$. y $Var(Y)=a^2\cdot Var(X)$.
  - Si g es una función probabilizable que cumple $E\{g(X)\}<\infty$, será: $Var(g(X))=E\{g(X^2)\}-(E\{g(X)\})^2$
  - Si $g_1\, y\, g_2$ son funciones probabilizables y $E\{g(X)\}<\infty$, $E\{g_2(X)\}<\infty$
    Si $g_1(x)\leq g_2(x), \forall x\in X$, se cumple: $E\{g_1(X)\}\leq E\{g_2(X)\}$
- Si X e Y son v. a. unidimensionales $Var(X\pm Y)=Var(X)+Var(Y)\pm 2\cdot\mu_{1\,1}$, $\mu_{1\,1}=\rho\cdot\sqrt{\mu_{2\,0}}\cdot\sqrt{\mu_{0\,2}}$.
- Si (X,Y) es una v. a. bidimensional

  Los momentos respecto al origen son: $\alpha_{k\,l}=E\{X^k,Y^L\}$, con $k,l\in\mathbb{N}$.
  - En particular: $\alpha_{1\,0}=E\{X\}$ y $\alpha_{0\,1}=E\{Y\}$.

  Los momentos respecto a la media son: $\mu_{k\,l}=E\{(X-\alpha_{1\,0})^k,(Y-\alpha_{0\,1})^l\}$.
  - En particular: $\mu_{2\,0}=Var(X)$ y $\mu_{0\,2}=Var(Y)$.

    $Covarianza=\mu_{1\,1}=E\{(X-\alpha_{1\,0}),(Y-\alpha_{0\,1})\}=E\{X\cdot Y\}-E\{X\}\cdot E\{Y\}$,

    Si X e Y son independientes $\mu_{1\,1}=0$

  El coeficiente de correlación de X e Y bien dado por: $\rho=\dfrac{\mu_{11}}{\sigma_X\cdot\sigma_Y}$.

  ($\sigma_X=\mu_{2\,0}, \sigma_Y=\mu_{0\,2}$, y si $\rho=0$ X e Y no tiene dependencia funcional).

  La función característica será: $\phi_{X\,Y}(t,u)=e^{i(t\cdot X+u\cdot Y)}$
  - En particular: $\phi_X(t)=\phi_{X\,Y}(t,0)$ y . $\phi_Y(u)=\phi_{X\,Y}(0,u)$

    Si X e Y son v. a. independientes: $\phi_{X\,Y}(t,u)=\phi_X(t,u)\cdot\phi_Y(u)$

    Si existe $\alpha_{k\,l}$, se cumplirá $\alpha_{k\,l}(0,0)=\left(\dfrac{1}{i^{k+l}}\cdot\dfrac{\partial^{k+1}}{\partial t^k\,\partial u^l}\cdot\phi_{X\,Y}(t,u)\right)_{\substack{t=0\\u=0}}$
- Si $X_1,X_2,\ldots,X_n$ son v. a. unidimensionales.
  - Si $E\{X_i\}<\infty$ $\forall\ i=1,2,\ldots,n$, y $a_1,a_2,\ldots,a_n\in\mathbb{R}$, entonces,

    $E\{a_1\cdot X_1+a_2\cdot X_2+\ldots+a_n\cdot X_n\}=a_1\cdot E\{X_1\}+a_2\cdot E\{X_2\}+\ldots+a_n\cdot E\{X_n\}$.

    $Var(a_1\cdot X_1+a_2\cdot X_2+\ldots+a_n\cdot X_n)=a_1^2\cdot Var(X_1)+a_2^2\cdot Var(X_2)+\ldots+a_n^2\cdot Var(X_n)$.
  - Si g es una función probabilizable y $E\{g(X_i)\}<\infty$ $\forall\ i=1,2,\ldots,n$, será

    $E\{g(X_1)+g(X_2)+\ldots+g(X_n)\}=E\{g(X_1)\}+E\{g(X_2)\}+\ldots+E\{g(X_n)\}$
  - Si son independientes dos a dos

    $E\{X_1\cdot X_2\cdot\ldots\cdot X_n\}=E\{X_1\}\cdot E\{X_2\}\cdot\ldots\cdot E\{X_n\}$.