Trainingsblatt
Rechnen mit Logarithmen

1. Berechne ohne Taschenrechner. Dies ist durch Ausnutzen eines jeweils geeigneten Rechengesetzes für Logarithmen möglich. Notiere anschließend das benutzte Rechengesetz.

a) $\log_6 4 + \log_6 9 = \log_6(4\cdot 9) = \log_6 36 = 2$

Rechengesetz: $\log_a(u\cdot v) = \log_a u + \log_a v$

b) $\log_4(16^3) = 3\cdot\log_4 16 = 3\cdot 2 = 6$

Rechengesetz: $\log_a u^x = x\cdot\log_a u$

c) $\log_{1000}\sqrt{10} = \frac{\lg\sqrt{10}}{\lg 1000} = \frac{\frac{1}{2}}{3} = \frac{1}{6}$

Rechengesetz: $\log_a u = \frac{\lg u}{\lg a}$

d) $\log_3 162 - \log_3 2 = \log_3\frac{162}{2} = \log_3 81 = 4$

Rechengesetz: $\log_a(u:v) = \log_a u - \log_a v$

2. Es ist $\lg 5 \approx 0{,}699$ und $\lg 7 \approx 0{,}845$.
Berechne hiermit ohne Taschenrechner Näherungswerte und notiere das benutzte Rechengesetz.

a) $\lg 2 = \lg\frac{10}{5} = \lg 10 - \lg 5 \approx 1 - 0{,}699 = 0{,}301$

Rechengesetz: $\log_a(u:v) = \log_a u - \log_a v$

b) $\lg 50 = \lg(5\cdot 10) = \lg 5 + 1 \approx 1{,}699$

Rechengesetz: $\log_a(u\cdot v) = \log_a u + \log_a v$

c) $\lg 1{,}4 = \lg\frac{7}{5} = \lg 7 - \lg 5 \approx 0{,}146$

Rechengesetz: $\log_a(u:v) = \log_a u - \log_a v$

d) $\log_{1000} 5 = \frac{\lg 5}{\lg 1000} \approx \frac{0{,}699}{3} = 0{,}233$

Rechengesetz: $\log_a u = \frac{\lg u}{\lg a}$

e) $\lg 35 = \lg(5\cdot 7) = \lg 5 + \lg 7 \approx 1{,}544$

Rechengesetz: $\log_a(u\cdot v) = \log_a u + \log_a v$

f) $\lg\sqrt{35} = \lg\left(35^{\frac{1}{2}}\right) = \frac{1}{2}\cdot\lg 35 \approx 0{,}772$

Rechengesetz: $\log_a u^x = x\cdot\log_a u$

3. Forme so um, dass nur „einfache" Logarithmen auftreten.
Beispiel: $\log_2\frac{\sqrt{a}}{3} = \log_2 a^{\frac{1}{2}} - \log_2 3 = \frac{1}{2}\log_2 a - \log_2 3$

a) $\lg\left(\frac{b}{\sqrt{c}}\right) = \lg b - \lg c^{\frac{1}{2}} = \lg b - \frac{1}{2}\lg c$

b) $\log_3(27c^2) = \log_3 27 + \log_3 c^2 = 3 + 2\log_3 c$

c) $\log_5\left(\frac{25a}{b}\right) = 2 + \log_5 a - \log_5 b$

d) $\log_b\left(\sqrt[3]{a}\right) = \log_b a^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}\log_b a$

e) $\lg\left(\frac{1}{\sqrt{xy}}\right) = \lg 1 - \lg(xy)^{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2}(\lg x + \lg y)$

f) $\log_c\left(\frac{a}{c^2}\right) = \log_c a - \log_c c^2 = \log_c a - 2$

g) $\log_4\left(\frac{2x}{y}\right) = \frac{1}{2} + \log_4 x - \log_4 y$

h) $\log_2\left(12^{\lg 2}\right) = \lg 2\cdot\log_2 12 = \lg 2\cdot\frac{\lg 12}{\lg 2} = \lg 12$

4. Vervollständige die Aussagen:

a) Will man eine Zahl b als Potenz einer Basis a darstellen, (also $b = a^x$), so gilt: $x = \log_a b$

b) Der Logarithmus $\log_u c$ ist die Lösung der Gleichung: $u^x = c$

5. Löse die Gleichung; benutze ggf.: $\log_2 13 \approx 3{,}7$

a) $2^{2x} = 26$

$\Rightarrow 2x = \log_2 26$

$\Rightarrow x = \frac{1}{2}\log_2(2\cdot 13)$

$\approx \frac{1}{2}(1 + 3{,}7)$

$= 2{,}35$

b) $\lg x = \lg 5 + \lg 2$

$= \lg(5\cdot 2)$

$= \lg 10$

$\Rightarrow x = 10$

c) $2^{x+1} - 4 = 9$

$\Rightarrow 2^{x+1} = 13$

$\Rightarrow x + 1 = \log_2 13$

$\Rightarrow x \approx 3{,}7 - 1 = 2{,}7$

d) $13\cdot 12^x = 6^x$

$\Rightarrow \lg 13 + x\cdot\lg 12 = x\cdot\lg 6$

$\Rightarrow x\underbrace{(\lg 12 - \lg 6)}_{=\lg\frac{12}{6} = \lg 2} = -\lg 13$

$\Rightarrow x = -\frac{\lg 13}{\lg 2} = -\log_2 13$

$\approx -3{,}7$