Problemas – Tema 1

Problemas resueltos - 10 - valor absoluto en funciones elementales

1. Representa gráficamente $y=|2x-3|+|x-1|$ **.**

Rompemos el primer valor absoluto.

$$2x-3=0 \quad \rightarrow \quad x=\frac{3}{2}$$

Si $x<\frac{3}{2} \quad \rightarrow \quad 2x-3<0 \quad \rightarrow$ Cambiar signo del argumento del valor absoluto

Si $x>\frac{3}{2} \quad \rightarrow \quad 2x-3>0$

$$y=\begin{cases} -2x+3+|x-1| & si \quad x\le\frac{3}{2} \\ 2x-3+|x-1| & si \quad x>\frac{3}{2} \end{cases}$$

Rompemos el segundo valor absoluto.

$$x-1=0 \quad \rightarrow \quad x=1$$

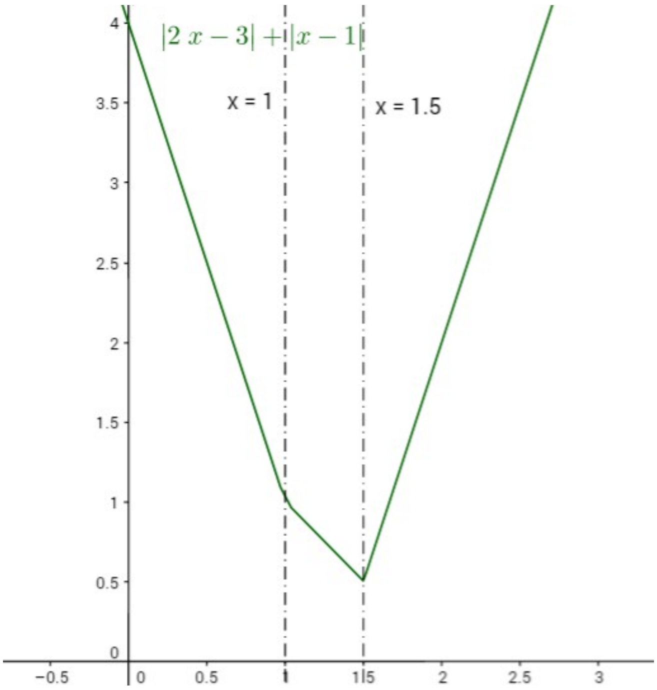
Si $x<1 \quad \rightarrow \quad x-1<0 \quad \rightarrow$ Cambiar signo del argumento del valor absoluto

Si $x>1 \quad \rightarrow \quad x-1>0$

$$y=\begin{cases} -2x+3-x+1 & si \quad x\le 1 \\ -2x+3+x-1 & si \quad 1<x\le\frac{3}{2} \\ 2x-3+x-1 & si \quad x>\frac{3}{2} \end{cases} \quad \rightarrow \quad y=\begin{cases} -3x+4 & si \quad x\le 1 \\ -x+2 & si \quad 1<x\le\frac{3}{2} \\ 3x-4 & si \quad x>\frac{3}{2} \end{cases}$$

En cada tramo tenemos una recta, que podemos representar obteniendo un par de puntos en cada tramo.

Con ayuda de Geogebra la gráfica quedaría:



2. Representar gráficamente la función $f(x)=|x^2-1|$ **.**

Si la función que tenemos dentro del valor absoluto es sencilla de representar (una parábola convexa, en este ejercicio), la mejor forma de obtener un boceto rápido de su gráfica es pintar la función sin valor absoluto y luego pasar la parte negativa de la función a positiva.

Recuerda que la forma general de la función parábola es: $f(x)=a x^2+b x+c$.

La parábola $y=x^2-1$ es convexa porque el coeficiente lídesr es positivo. El vértice será un mínimo absoluto.

La coordenada horizontal del vértice es $x_{vértice}=\frac{-b}{2a}=\frac{-0}{2}=0$ → vértice en el punto (0,-1).

Los puntos de corte con el eje horizontal son → $y=0$ → $x=\pm 1$ → $(-1,0)$, $(1,0)$

El corte con el eje vertical implica $x=0$ → el vértice (0,-1) es el corte con el eje vertical.

En la siguiente gráfica representamos en trazo discontinuo a la parábola $y=x^2-1$. Y con trazo continuo a la función con valor absoluto del ejercicio $f(x)=|x^2-1|$. Pasamos de una a otra aplicando reflexión especular sobre el eje horizontal.