

Tabla de contingencia

CURSO TEMA

1ºBach
CCSS

PROBABILIDAD

WWW.DANIPARTAL.NET

Colegio Marista "La Inmaculada" de Granada

FRECUENCIAS ABSOLUTAS

Imagina el siguiente caso. En un hospital se realizan diagnósticos correctos e incorrectos para lesiones graves y leves en un total de 1.000 pacientes. La siguiente tabla muestra el **número de casos totales de cada situación (frecuencias absolutas)**.

	Diagnóstico Correcto (A)	Diagnóstico Incorrecto (\bar{A}) (opuesto a correcto)	Totales
Lesión Grave (B)	412	24	436
Lesión Leve (\bar{B}) (opuesto a grave)	536	28	564
Totales	948	52	1.000

¿Qué significa cada valor numérico?

Hay 412 personas con lesión grave (B) a las que se diagnostica correctamente (A). Y hay 24 personas con lesión grave (B) a las que se diagnostica incorrectamente (\bar{A}).

Además, aparecen 536 con lesión leve (\bar{B}) con diagnóstico correcto (A). Y 28 personas con lesión leve (\bar{B}) con diagnóstico incorrecto (\bar{A}).

Si sumamos en la primera fila $412+24$ obtenemos 436: el total de personas con lesión grave (B).

Si sumamos en la segunda fila $536+28$ tenemos 564: el total de personas con lesión leve (\bar{B}).

Si repetimos las sumas por columnas, en la primera columna $412+536=948$ obtenemos el total de personas diagnosticadas correctamente (A).

Y en la segunda columna, $24+28=52$ genera el total de personas diagnosticadas incorrectamente (\bar{A}).

La suma de los totales de las filas da 1.000 ($436+564$). Y la suma de los totales de las columnas da 1.000 ($948+52$). En ambos casos se recupera el número total de pacientes.

FRECUENCIAS RELATIVAS: TABLA DE CONTINGENCIA

Si dividimos cada valor numérico por el número total de pacientes (1.000), la tabla de frecuencias absolutas se convierte en **tabla de frecuencias relativas (en tanto por uno o bien en porcentaje si multiplicamos por 100%)**.

	Diagnóstico Correcto (A)	Diagnóstico Incorrecto (\bar{A})	Totales
Lesión Grave (B)	412/1000 = 0,412	0,024	0,436
Lesión Leve (\bar{B})	0,536	0,028	0,564
Totales	0,948	0,052	1

Tenemos **dos sucesos**: acertar en el diagnóstico (primer suceso) y acertar en la gravedad de la lesión (segundo suceso). El enunciado de cada ejercicio dará información sobre si los sucesos son dependientes o independientes.

Por la ley de los grandes números, podemos considerar las **frecuencias relativas como probabilidades**. Y eso es precisamente una **tabla de contingencias: una tabla de frecuencias relativas que muestra la intersección de las probabilidades de dos sucesos dependientes**.

Las tablas de contingencia siguen siempre la siguiente estructura (para dos sucesos A y B).

	A	\bar{A}	Totales
B	$P(A \cap B)$	$P(\bar{A} \cap B)$	$P(B)$
\bar{B}	$P(A \cap \bar{B})$	$P(\bar{A} \cap \bar{B})$	$P(\bar{B})$
Totales	$P(A)$	$P(\bar{A})$	1

Fíjate que el suceso A (primera columna) siempre va acompañado de su complementario \bar{A} (segunda columna). Y que el suceso B (primera fila) también va acompañado de su complementario \bar{B} (segunda fila).

La suma de las dos primeras celdas de la columna A ofrece la probabilidad de A: $P(A)$.

La suma de las dos primeras celdas de la columna \bar{A} ofrece la probabilidad de \bar{A} : $P(\bar{A})$.

La suma de las dos primeras celdas de la fila B ofrece la probabilidad de B: $P(B)$

La suma de las dos primeras celdas de la fila \bar{B} ofrece la probabilidad de \bar{B} : $P(\bar{B})$.

Cada celda indica la probabilidad de la intersección del suceso asociado a su fila y a su columna. Comparando este razonamiento teórico con la tabla de contingencia del caso de nuestro hospital, tendremos:

- $P(A \cap B) = 0,412 \rightarrow$ probabilidad de la intersección de diagnóstico correcto y de lesión grave.
- $P(\bar{A} \cap B) = 0,024 \rightarrow$ probabilidad de la intersección de diagnóstico incorrecto y lesión grave.

- $P(A \cap \bar{B}) = 0,536 \rightarrow$ probabilidad de la intersección de diagnóstico correcto y lesión leve.
- $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,028 \rightarrow$ probabilidad de la intersección de diagnóstico incorrecto y de lesión leve.
- $P(A) \rightarrow$ probabilidad total de diagnóstico correcto (considerando todas las opciones).
- $P(\bar{A}) \rightarrow$ probabilidad total de diagnóstico incorrecto (considerando todas las opciones)
- $P(B) \rightarrow$ probabilidad total de enfermedad grave (considerando todas las opciones).
- $P(\bar{B}) \rightarrow$ probabilidad total de enfermedad leve (considerando todas las opciones).

¿QUÉ RELACIÓN HAY ENTRE LA TABLA DE CONTINGENCIA Y EL DIAGRAMA DE ÁRBOL?

La tabla de contingencia ofrece directamente la probabilidad de las intersecciones de los sucesos. Por ejemplo: $P(A \cap B) \rightarrow$ ocurre A y B.

El diagrama de árbol, en sus segundas ramificaciones, ofrece las probabilidades condicionadas. Por ejemplo: $P(B/A) \rightarrow$ ocurre B condicionado a que antes haya ocurrido A.

Cualquier ejercicio que se pueda resolver mediante tabla de contingencia, también se puede resolver mediante diagrama de árbol.

Si los sucesos son dependientes, siempre podemos pasar de una representación a otra mediante la ecuación ya conocida de:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A) \rightarrow P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}, \text{ siempre que } P(A) \neq 0$$

Si los sucesos son independientes, las ecuaciones son más sencillas ya que se cumple:

$$P(B/A) = P(B/\bar{A}) = P(B) \text{ y } P(A/B) = P(A/\bar{B}) = P(A) \\ P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$