

Derivadas: Derivada de Funciones Logarítmicas

Idea principal del recurso educativo digital: Se desarrollan algunos ejercicios de derivadas de funciones logarítmicas, para ver su tratamiento algebraico.

Propósito de aprendizaje del recurso educativo digital: Comprender el desarrollo de cada uno de los ejercicios propuestos sobre derivada de funciones logarítmicas.

	Narración	Descripción pantalla	Interactividad
Introducción	<p>Para comenzar a utilizar el recurso el docente debe recordarle a los estudiantes algunas propiedades de los logaritmos, como: el logaritmo del producto ($\log_b(MN) = \log_b M + \log_b N$), logaritmo del cociente ($\log_b \frac{M}{N} = \log_b M - \log_b N$), logaritmo de una potencia ($\log_b M^n = n \log_b M$); también, propiedades de las derivadas, la regla del cociente, la regla del producto y regla de la cadena.</p>	<p>Al ingresar al recurso lo primero que observará el docente son los ejercicios que se proponen, en esa misma pantalla se encuentran los botones que llevarán a ver cada una de las soluciones:</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> $f(x) = \ln x$ Ejercicio 1 </div> <div style="text-align: center;"> $f(x) = \log_5(3x^2 - 8)^4$ Ejercicio 2 </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center; margin-top: 10px;"> <div style="text-align: center;"> $f(x) = \frac{1 + \ln x }{1 - \ln x }$ Ejercicio 3 </div> <div style="text-align: center;"> $f(x) = \ln \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$ Ejercicio 4 </div> </div> <p>Posterior a elegir el ejercicio, este se mostrará otra pantalla en la cual se desarrollará, para esto el docente debe dar clic sobre la flecha va a indicar que se debe mostrar el paso siguiente; de la misma manera cuando se comience a ver el paso a paso también se puede devolver.</p> <div style="background-color: #ADD8E6; padding: 10px; border: 1px solid black;"> $f(x) = \log_5(3x^2 - 8)^4$ <p>Sabemos que: $f(x) = \log_a U$ entonces $f'(x) = \frac{u'}{u} * \frac{1}{\ln a}$</p> <p>Entonces:</p> </div>	<p>Los elementos interactivos con los que cuenta el recurso son: los botones que indican el ejercicio a elegir:</p> <div style="display: flex; flex-direction: column; align-items: center; gap: 10px;"> <div style="background-color: #90EE90; padding: 10px; border: 1px solid black;">Ejercicio 1</div> <div style="background-color: #FFFF00; padding: 10px; border: 1px solid black;">Ejercicio 2</div> <div style="background-color: #DDA0DD; padding: 10px; border: 1px solid black;">Ejercicio 3</div> <div style="background-color: #DDA0DD; padding: 10px; border: 1px solid black;">Ejercicio 4</div> </div> <p>las flechas en cada ejercicio, que indica siguiente y anterior y por último el botón de inicio.</p> <div style="text-align: center; margin-top: 10px;"> <div style="background-color: #8B4513; color: white; padding: 10px 20px; border: 1px solid black; display: inline-block;">Inicio</div> </div>

El docente ingresará al recurso y en la primera pantalla se encuentran los ejercicios propuestos; se le recomienda al docente que explique los ejercicios en el orden propuesto debido a que estos están organizados de menor a mayor complejidad. Al terminar de desarrollar cada uno de los ejercicios el docente debe oprimir "Inicio" para volver a la pantalla principal.

En el primer ejercicio se hallará la derivada de $f(x) = \ln|x|$, el docente debe explicar que e y el $\ln|x|$ son funciones inversas y aclarar el por qué al multiplicar e por $f(x)$ queda $e^{f(x)}$, por último, explicar el paso a paso del ejercicio con ayuda del recurso educativo digital.

Al ingresar al segundo ejercicio, en el primer paso el docente debe recordar a los estudiantes la regla de la derivada de un logaritmo, seguido debe hacer la asignación de los valores según la regla, posteriormente debe reemplazar en la regla y por último operar. Dichas propiedades se mostrarán en el momento indicado de utilizarlas.

El tercer ejercicio tiene mayor complejidad que los anteriores. Inicialmente el docente debe aclarar que la derivada debe

Al ingresar al recurso el docente se encontrará con la siguiente pantalla:

La pantalla principal muestra cuatro ejercicios propuestos en un fondo azul claro. En la parte superior izquierda, el 'Ejercicio 1' muestra la función $f(x) = \ln|x|$. En la parte superior derecha, el 'Ejercicio 2' muestra $f(x) = \log_2(3x^2 - 8)^4$. En la parte inferior izquierda, el 'Ejercicio 3' muestra $f(x) = \frac{1 + \ln|x|}{1 - \ln|x|}$. En la parte inferior derecha, el 'Ejercicio 4' muestra $f(x) = \ln\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$. En el centro inferior hay un botón naranja con el texto 'Inicio'. En la esquina inferior derecha se encuentra el logo de la Universidad Francisco de Paula.

Donde se visualizan los ejercicios propuestos, organizados de menor a mayor dificultad.

Cada vez que el docente seleccione un botón el cual este escrito ejercicio #, se presentara la solución del ejercicio. Ejemplo

La pantalla de desarrollo del 'Ejercicio 1' muestra el título 'Ejercicio 1' en un recuadro verde. Debajo, se repite la función $f(x) = \ln|x|$. El texto explica el proceso de derivación: 'Multiplicamos por e a ambos lados y nos queda $e * f(x) = e * \ln|x|$ ', 'Por propiedades de los logaritmos tenemos $e^{f(x)} = x$ ', 'Ahora derivamos implícitamente: $e^{f(x)} f'(x) = 1$ ', 'Despejamos $f'(x) = \frac{1}{e^{f(x)}}$ ', 'Y como $e^{f(x)} = x$, reemplazamos en $\frac{1}{e^{f(x)}}$ ', 'Y tenemos que: $f'(x) = \frac{1}{x}$ '.

Dentro de la pantalla en la cual va a aparecer el desarrollo del ejercicio, se encuentran las siguientes



flechas las cuales indican paso anterior y siguiente respectivamente.

Al finalizar de cada pantalla se encuentra el botón Inicio

Inicio

El cual al seleccionarlo se devolverá a la pantalla principal.

Las propiedades necesarias para el desarrollo se mostrarán en un recuadro.

En este recurso el docente encontrará una serie de ejercicios con los cuales puede explicar los diferentes casos de derivadas; este recurso digital se puede catalogar como un recurso de acompañamiento.

Para realizar una retroalimentación del tema, principalmente se debe recordar las reglas de derivación y las propiedades de los logaritmos. La interactividad del recurso se basa en oprimir la tecla que indica siguiente para cambiar de paso e inicio para volver a la pantalla principal.

hacerse por la regla del cociente, se debe hallar las derivadas tanto del primero como del segundo término, posteriormente se reemplaza en la regla y para finalizar se organiza algebraicamente.

Para el cuarto ejercicio, al iniciar el docente aclarar ciertas propiedades de los logaritmos como: propiedades de una potencia y la propiedad de la resta, para aplicarlas en la solución del ejercicio, por otro lado, también se debe hacer la explicación de las operaciones algebraicas que se realicen posterior a derivar la función para obtener el resultado

$$f(x) = \frac{1 + \ln|x|}{1 - \ln|x|}$$

Hallamos las derivadas de las funciones $h(x) = 1 + \ln|x|$; $g(x) = 1 - \ln|x|$
 $h'(x) = (1 - \ln|x|) * \frac{1}{x}$ $g'(x) = (1 + \ln|x|) * \frac{1}{x}$

$$f(x) = \frac{1 + \ln|x|}{1 - \ln|x|}$$

Regla del cociente

$$f(x) = \frac{h(x)}{g(x)} \text{ entonces } f'(x) = \frac{h(x) * g'(x) - h'(x) * g(x)}{[g(x)]^2}$$

Hallamos las derivadas de las funciones $h(x) = 1 + \ln|x|$; $g(x) = 1 - \ln|x|$
 $h'(x) = (1 - \ln|x|) * \frac{1}{x}$ $g'(x) = (1 + \ln|x|) * \frac{1}{x}$

$$\text{Entonces } f'(x) = \frac{(1 - \ln|x|) * \frac{1}{x} + (1 + \ln|x|) * \frac{1}{x}}{(1 - \ln|x|)^2}$$

Conclusión o desenlace

Hay ciertos casos de ejercicios de derivadas de funciones logarítmicas que se pueden resolver de diferentes maneras, con el fin de que el estudiante agrupen los ejercicios según las técnicas explicadas en los ejercicios como, derivada implícita, regla de la cadena y diferentes propiedades de las derivadas.