Problemas – Tema 5

Problemas resueltos - 1 - integral indefinida y constante de integración

1. Calcula las siguientes integrales indefinidas inmediatas.

a) $\int \frac{\ln^2 x}{x} dx$

Recordamos la derivada de la potencia → $\frac{d}{dx}[f(x)^n] = n \cdot f(x)^{n-1} \cdot f'(x)$

$$\frac{1}{3}\int \frac{3 \cdot \ln^2 x}{x} dx = \frac{1}{3} \ln^3 x + C$$

b) $\int sen(x) \cdot \cos(x) dx \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2}\int 2 \cdot sen(x) \cdot \cos(x) dx = \frac{1}{2} sen^2(x) + C$

c) $\int \frac{x}{1+5x^4} dx$

Recordamos la derivada de la arcotangente → $\frac{d}{dx}[arcotg(f(x))] = \frac{f'(x)}{1+f^2(x)}$

$$\int \frac{x}{1+(\sqrt{5} \cdot x^2)^2} dx = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{5}} \int \frac{2 \cdot \sqrt{5} \cdot x}{1+(\sqrt{5} \cdot x^2)^2} dx = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{5}} arcotg(\sqrt{5} \cdot x^2) + C$$

d) $\int \frac{1}{x \cdot \ln(x) \cdot \ln[\ln(x)]} dx = \ln[\ln(\ln(x))] + C$

e) $\int \frac{\sqrt{x}}{x} dx = \int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2 \cdot \int \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}} dx = 2 \cdot \sqrt{x} + C$

f) $\int \frac{x-1}{\sqrt{x-1}} dx = \int (x-1)^{\frac{1}{2}} dx = \frac{2}{3} \int \frac{3}{2} (x-1)^{\frac{1}{2}} dx = \frac{2}{3} (x-1)^{\frac{3}{2}} + C$

2. Calcula las siguientes integrales indefinidas inmediatas.

a) $\int \frac{4^x-7^x}{2^x}dx=\int (\frac{4^x}{2^x}-\frac{7^x}{2^x})=\int (\frac{4}{2})^x dx-\int (\frac{7}{2})^x dx=\frac{2^x}{\ln(2)}-\frac{(\frac{7}{2})^x}{\ln(\frac{7}{2})}+C$

b) $\int \frac{4^x-7^{2x}}{2^x-7^x}dx=\int \frac{2^{2x}-7^{2x}}{2^x-7^x}dx=\int \frac{(2^x+7^x)(2^x-7^x)}{2^x-7^x}dx=\int (2^x+7^x)dx=\frac{2^x}{\ln(2)}+\frac{7^x}{\ln(7)}+C$

c) $\int \frac{25^{\ln(x)}}{x\cdot 9^{\ln(x)}}=\int \frac{1}{x}\cdot\left(\frac{25}{9}\right)^{\ln(x)}=\frac{\left(\frac{25}{9}\right)^{\ln(x)}}{\ln\left(\frac{25}{9}\right)}+C$

d) $\int \cos(x)\cdot e^{sen(x)}dx=e^{sen(x)}+c$

e) $\int 3^{x+1}\cdot\cos(3^x)dx=3\cdot\int 3^x\cos(3^x)dx=\frac{3}{\ln 3}\cdot sen(3^x)+C$

f) $\int a\cos(x)dx=a\,sen(x)+C$

3. Resuelve $\int x \cdot e^{-x^2} dx$

La integral es inmediata, porque la derivada del exponente $-x^2$ de la exponencial es $-2x$. Es decir:

$$\int x \cdot e^{-x^2} dx = \frac{1}{-2} \int -2x \cdot e^{-x^2} dx = \frac{-1}{2} e^{-x^2} + C$$