Teoría – Tema 3

Teoría - 4 - conjugado y división en forma binómica

Diferencia y división de números complejos en forma binómica. Propiedades del conjugado

La **diferencia** o resta de complejos se define como la **suma del minuendo más el opuesto del sustraendo**.

$(a,b)-(c,d)=(a,b)+(-c,-d)=(a-c,b-d)$ → Diferencia de afijos

$(a+b\cdot i)-(c+d\cdot i)=(a+b\cdot i)+(-c-d\cdot i)=(a-c)+(b-d)i$ → Forma binómica

La **división** de dos números complejos se define como el **producto del dividendo por el inverso del divisor**.

$(a,b):(c,d)=\frac{(a,b)}{(c,d)}=(a,b)\cdot[(c,d)]^{-1}=(a,b)\cdot(\frac{c}{c^2+d^2},\frac{-d}{c^2+d^2})$ → Afija

$(a+b\cdot i):(c+d\cdot i)=\frac{(a+b\cdot i)}{(c+d\cdot i)}=(a+b\cdot i)\cdot[(c+d\cdot i)]^{-1}=(a+b\cdot i)\cdot(\frac{c}{c^2+d^2}+\frac{-d}{c^2+d^2}\cdot i)$ → Binómica

En la práctica **es más cómodo realizar las divisiones multiplicando y dividiendo por el conjugado del denominador**:

Recuerda que dado $z=c+d\,i$ su conjugado implica en cambio de signo $\bar{z}=c-d\,i$.

División de complejos usando el conjugado del denominador

$i^2=-1$

$\frac{a+bi}{c+di}=\frac{(a+bi)\cdot(c-di)}{(c+di)\cdot(c-di)}=\frac{(a+bi)\cdot(c-di)}{(c^2+d^2)}$

Recordamos que el **conjugado de un complejo** tiene una **notación especial**:

$conjugado\ de\ z=\bar{z}$

Si multiplicamos un número complejo por su conjugado, el resultado es el cuadrado del módulo del complejo (recuerda que el módulo lo definimos como la longitud del vector que representa al número en el plano complejo):

$$z\cdot\bar{z}=(a+bi)\cdot(a-bi)=a^2+b^2 \quad\rightarrow\quad z\cdot\bar{z}=|z|^2 \quad\rightarrow\quad |z|=+\sqrt{z\cdot\bar{z}}$$

Nuevamente comprobamos que el módulo de un número complejo es una cantidad real y positiva.

Propiedades del conjugado de un número complejo $z=a+b\cdot i$

$z\cdot\bar{z}=|z|^2$ → el cuadrado del módulo de z es el producto de z por su conjugado.

$\bar{\bar{z}}=z \quad\rightarrow\quad \overline{\overline{(a+bi)}}=(a+bi)$ → El conjugado del conjugado es el complejo de partida.

$\overline{z_1+z_2}=\overline{z_1}+\overline{z_2}$ → El conjugado de la suma es la suma de conjugados.

$\overline{z_1\cdot z_2}=\overline{z_1}\cdot\overline{z_2}$ → El conjugado del producto es el producto de conjugados.

$\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)}=\frac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}}$ → El conjugado del cociente es el cociente de conjugados.

$\overline{z^{-1}}=(\bar{z})^{-1}$ → El conjugado del inverso es el inverso del conjugado.