Problemas – Tema 9

Problemas resueltos - 6 - punto critico y condición necesaria de extremo relativo

1. Determinar los extremos relativos de la función $f(x)=x^2-4x+2$ **. Dibujar su gráfica.**

La condición necesaria de extremo relativo es anular la primera derivada.

$$f(x)=x^2-4x+2 \;\rightarrow\; f'(x)=2x-4 \;,\; f'(x)=0 \;\rightarrow\; 2x-4=0 \;\rightarrow\; x=2$$

Evaluamos la segunda derivada en el punto crítico $x=2$.

$f'(x)=2x-4 \;\rightarrow\; f''(x)=2>0 \;\rightarrow\; x=2$ es un mínimo relativo

Al ser una parábola sabemos que el mínimo relativo también será mínimo absoluto y coincide con el vértice de la parábola:

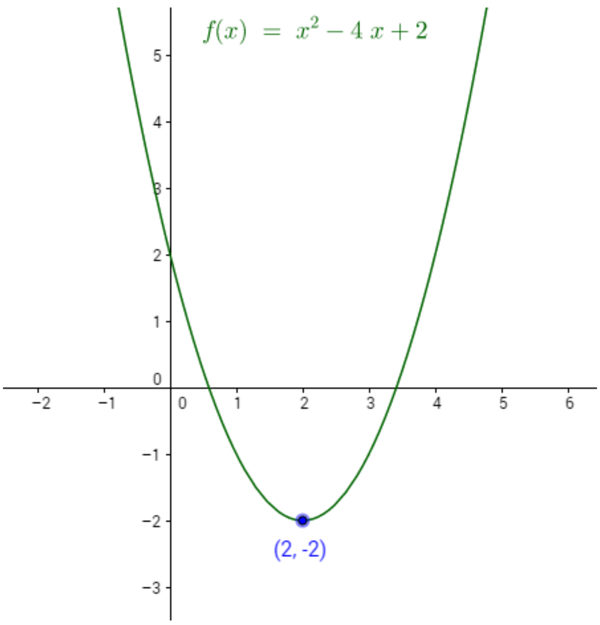
Vértice $\rightarrow$ $(2, f(2))=(2,-2)$

Los cortes con los ejes:

Eje OY $\rightarrow$ $x=0 \;\rightarrow\; f(0)=2 \;\rightarrow\; (0,2)$

Eje OX $\rightarrow$ $x^2-4x+2=0 \;\rightarrow\; x=2\pm\sqrt{2}$

$(2+\sqrt{2},0)$, $(2-\sqrt{2},0)$



2. Sea la función $f(x)=x^2-8\cdot\ln(x)$ definida en $f:1\to+\infty$. Estudia intervalos de crecimiento y decrecimiento, calcula los extremos relativos de la función y obtén el valor de la ordenada en cada extremo.

La condición necesaria de extremo relativo es anular la primera derivada. Los puntos que cumplen esta condición son los llamados puntos críticos.

$$f(x)=x^2-8\cdot\ln(x) \quad\to\quad f'(x)=2x-\frac{8}{x} \quad\to\quad f'(x)=\frac{2x^2-8}{x}$$

$f'(x)=0 \quad\to\quad x=\pm 2$ → puntos críticos

Recordamos que la función está definida en $f:1\to+\infty$, por lo que solo tomamos como punto crítico el valor positivo $x=2$.

Como condición suficiente de extremo relativo, evaluamos la derivada alrededor de este punto crítico, recordando que la función está definida a partir del valor $x=1$ tal y como indica el enunciado.

Función $f(x)$	$f(x)\downarrow$	$f(x)\uparrow$
Intervalos	$(1,2)$	$(2,+\infty)$
Derivada $f'(x)$	$f'(\frac{3}{2})<0$	$f'(10)>0$

En $x=2$ tenemos un mínimo relativo. Las coordenadas del mínimo son: $(2,\ 4-8\ln(2))$.

Estrictamente decreciente en $(1,2)$. Estrictamente creciente en $(2,+\infty)$.