Operaciones con sucesos. Álgebra de Boole. Diagramas de Venn.

CURSO	**TEMA**	**WWW.DANIPARTAL.NET**
2ºBach	PROBABILIDAD 02	Colegio Marista "La Inmaculada" de Granada

INFORMACIÓN GENERAL

Álgebra de Boole, Diagramas de Venn y Leyes de Morgan en las operaciones de unión, intersección y diferencia de sucesos.

Vídeo asociado:

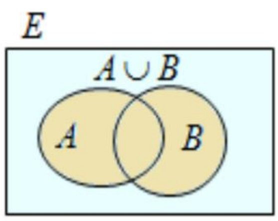
https://www.youtube.com/watch?v=Wkag6xO9J7U

UNIÓN, INTERSECCIÓN Y DIFERENCIA DE SUCESOS

Existen tres operaciones fundamentales entre sucesos, que dan como resultado un nuevo suceso (las siguientes imágenes muestran las operaciones de sucesos como conjuntos, a través de los llamados diagramas de Venn).

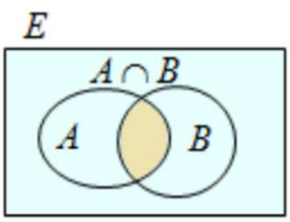
Unión de dos sucesos $\rightarrow A \cup B \rightarrow$ Se verifica si se cumple A o se cumple B (es válido si se cumpla al menos uno de los dos sucesos).

La unión de un suceso A y de su complementario da lugar a todo el espacio muestral. Es decir: $A \cup \bar{A} = E$.



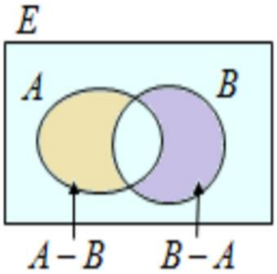
Intersección de dos sucesos $\rightarrow A \cap B \rightarrow$ Se verifica si se cumple A y si se cumple B (es válido si se cumplen los dos sucesos).

Dos sucesos incompatibles son lo que no tienen sucesos elementales en común, es decir, los que la intersección da lugar al conjunto vacío $\rightarrow$ Si $A \cap B = \emptyset$ significa que A y B son incompatibles.



Diferencia de dos sucesos $\rightarrow A - B \rightarrow$ Se verifica si se cumple A y no se cumple B (es válido si se cumple A pero no se cumple B).

Una consecuencia de esta definición es: $\bar{A} = E - A$. El complementario contiene todos los elementos del espacio muestral salvo los elementos de A.

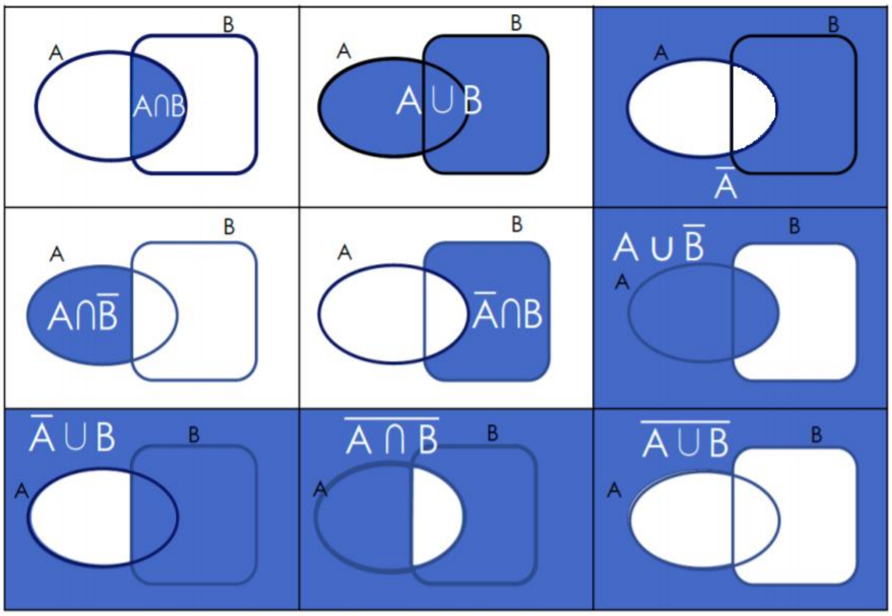


ÁLGEBRA DE BOOLE Y LEYES DE MORGAN

La unión, la intersección y la diferencia cumplen las siguientes propiedades, conocidas como Álgebra de Boole (a las que se añaden las conocidas como Leyes de Morgan).

Propiedad	**Unión**	**Intersección**
Conmutativa	$A \cup B = B \cup A$	$A \cap B = B \cap A$
Asociativa	$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$	$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
Idempotente	$A \cup A = A$	$A \cap A = A$
Simplificación	$A \cup (B \cap A) = A$	$A \cap (B \cup A) = A$
Distributiva	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$	$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
Elemento neutro	$A \cup \emptyset = A$	$A \cap E = A$
Elemento absorbente	$A \cup E = E$	$A \cap \emptyset = \emptyset$
Leyes de Morgan	$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$ El complementario de la unión es la intersección de complementarios.	$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$ El complementario de la intersección es la unión de complementarios.

Diagramas de Venn para representar algunas de las propiedades de la tabla anterior.



EJEMPLOS DE APLICACIÓN

Tenemos una baraja española y sacamos una carta al azar. Definimos A como el suceso "sacar un oro" y B como el suceso "sacar un rey". Escribe los sucesos siguientes:

- $A \cup B \rightarrow$ Sacar un oro o bien sacar un rey (se cumple al menos uno de los dos sucesos de partida).
- $A \cap B \rightarrow$ Sacar el rey de oro (se cumplen los dos sucesos de partida).
- $A - B \rightarrow$ Sacar cualquier oro, salvo el rey de oro (se cumple A pero no se cumple B).
- $\bar{A} \rightarrow$ No sacar ningún oro.
- $\overline{A \cup B} \rightarrow$ Por las propiedades se cumple $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B} \rightarrow$ No sacar oro y no sacar un rey (no se cumple ni A ni B).
- $\bar{A} \cup \bar{B} \rightarrow$ No sacar oro o bien no sacar un rey (se cumple al menos uno de los dos sucesos complementarios).