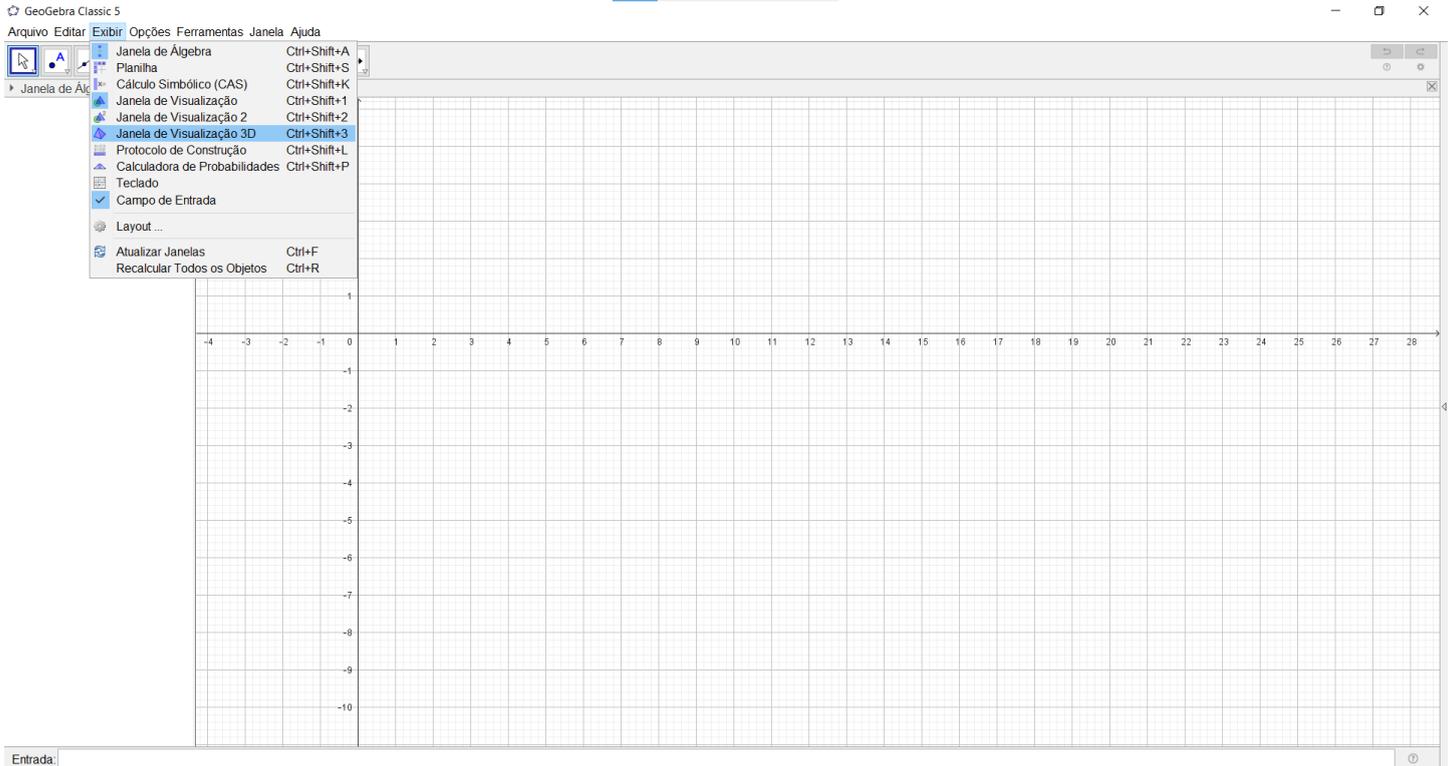


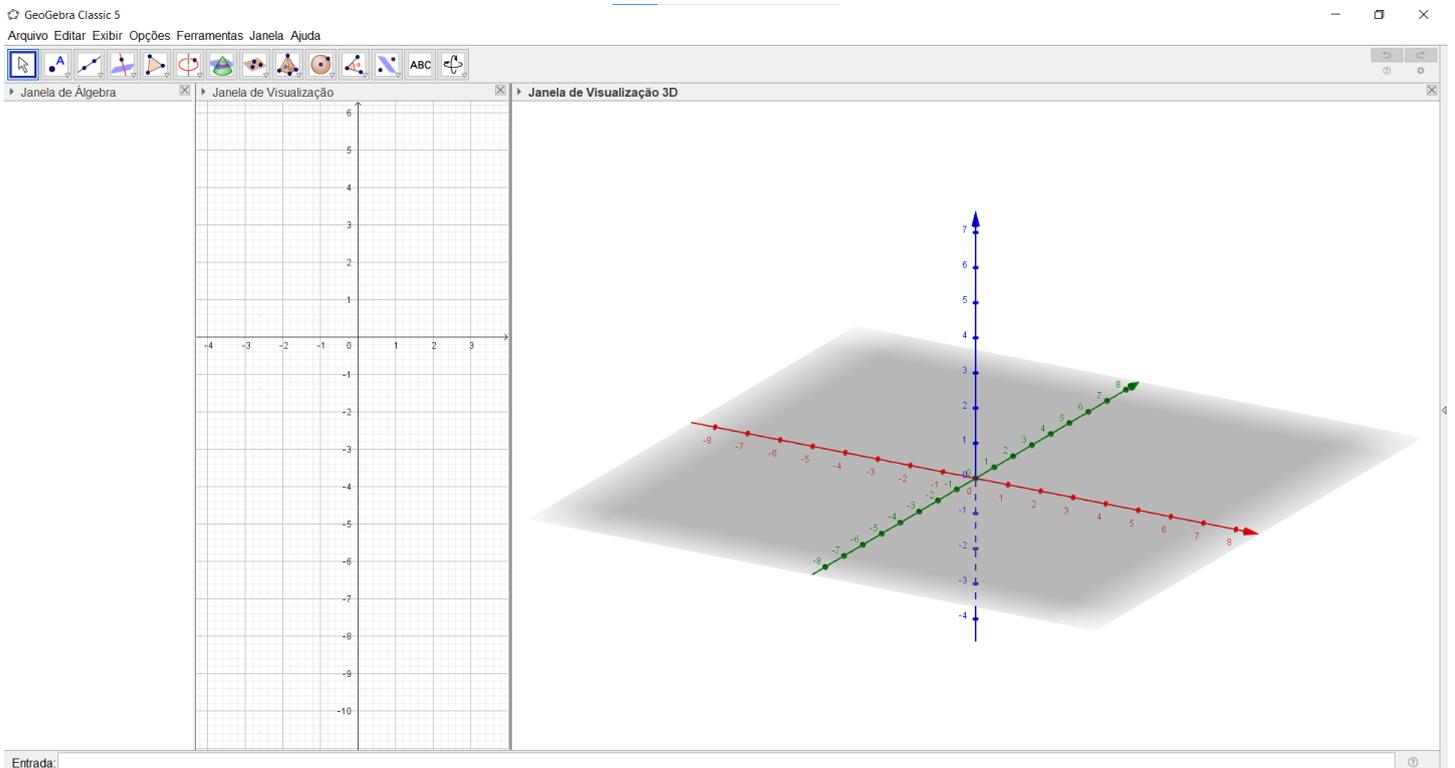
A esfera e planos na janela 3D

Roteiro da construção da oficina 3

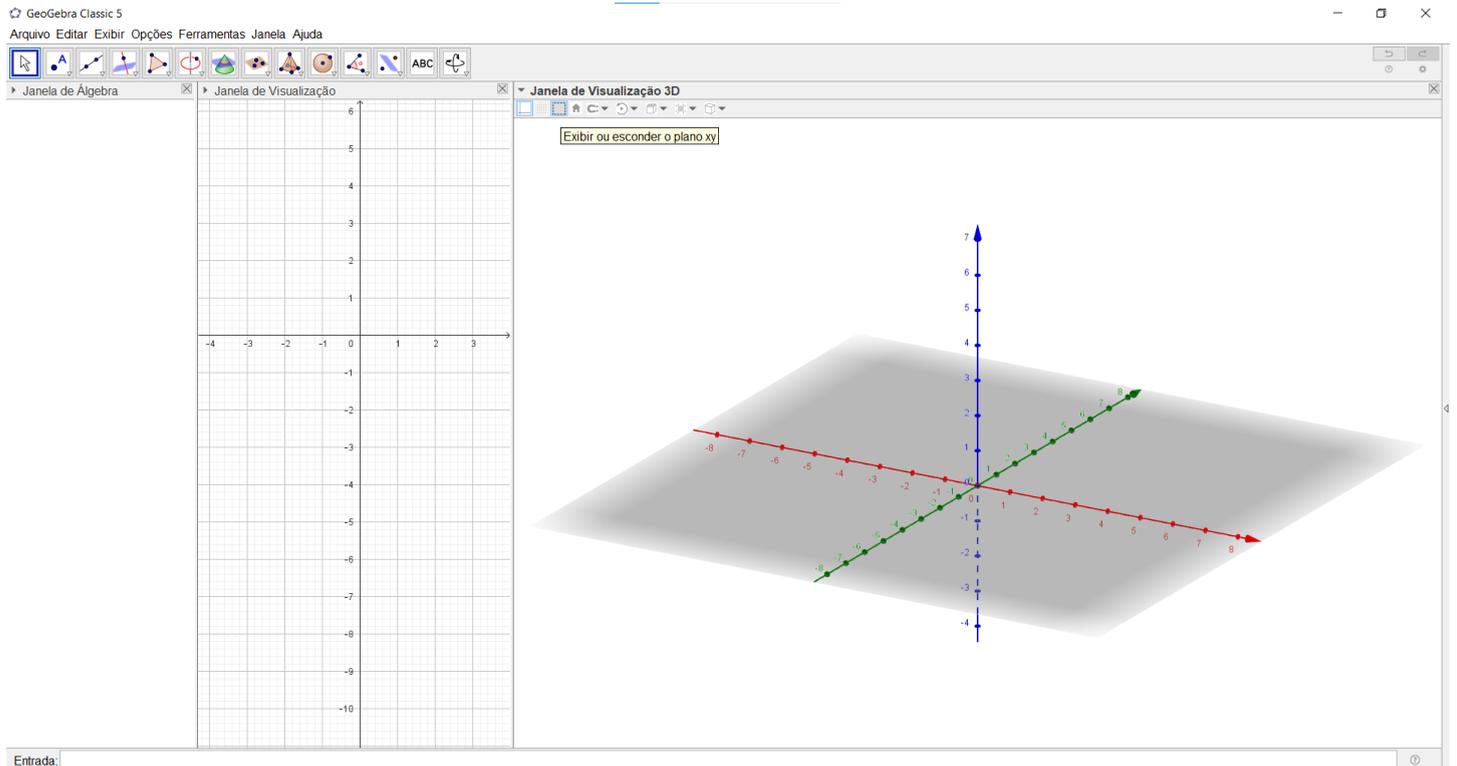
1) Na barra de menus, clique em “Exibir” e depois em “Janela de Visualização 3D”.



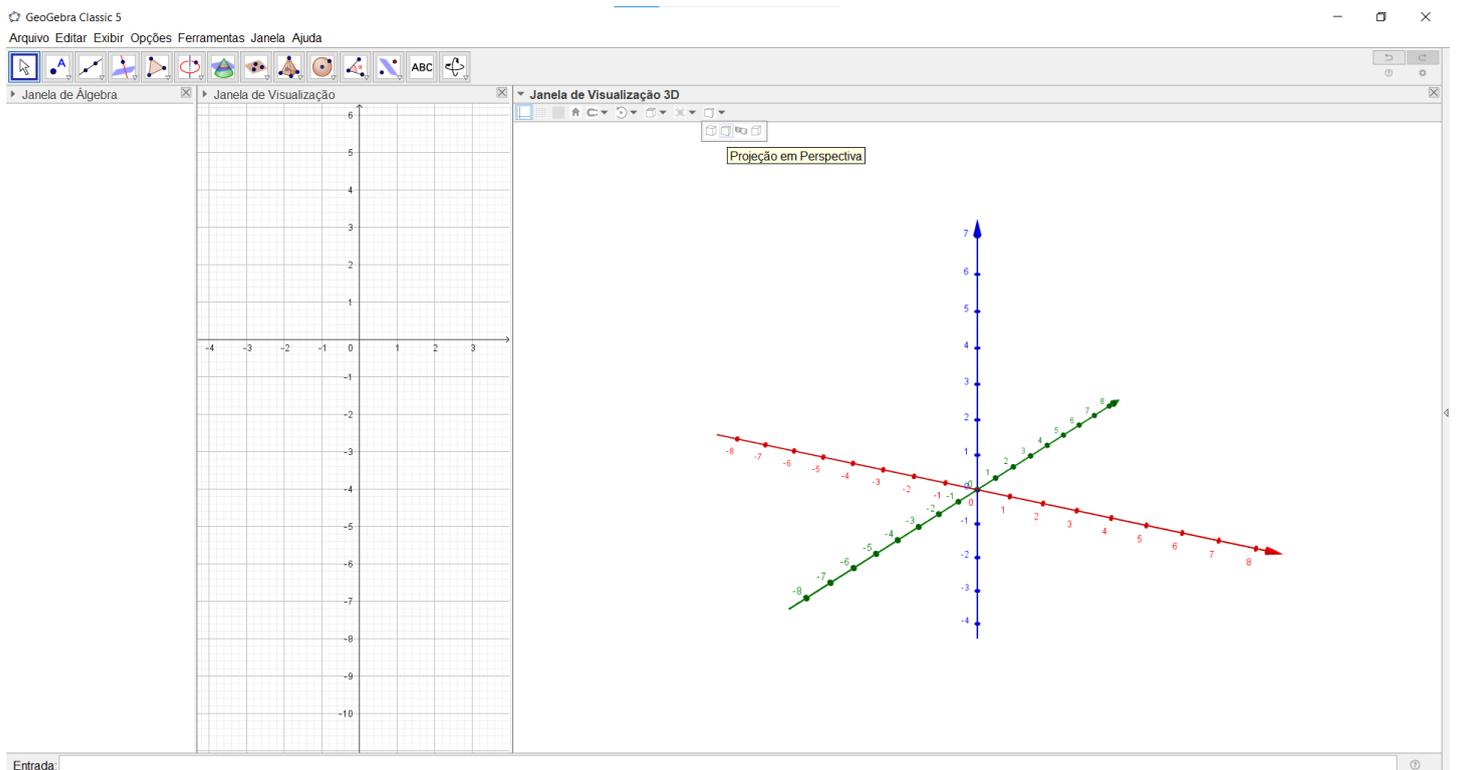
2) Ajuste a janela 3D de forma que a janela 2D fique menor da seguinte forma:



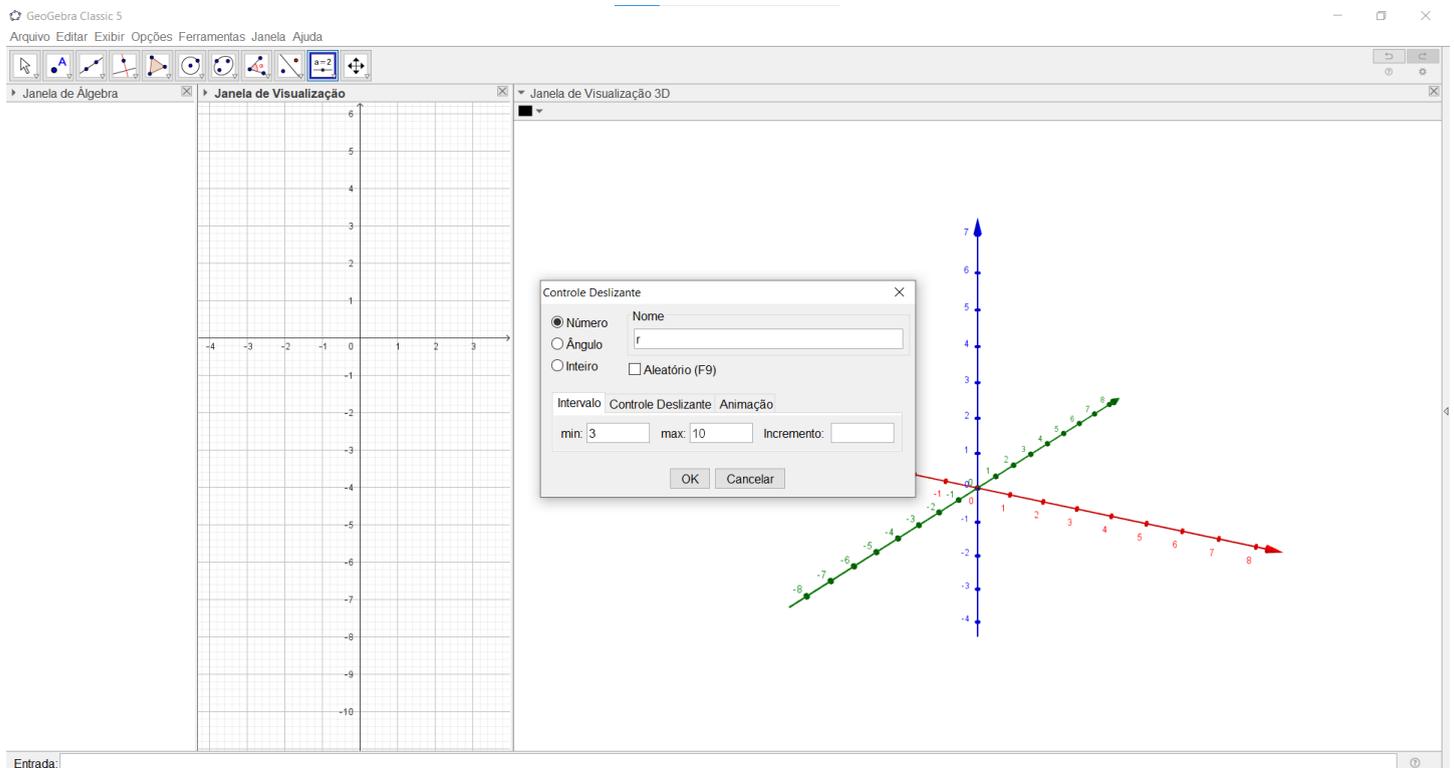
3) Nos menus da janela 3D, clique em “Exibir ou esconder o plano xy”.



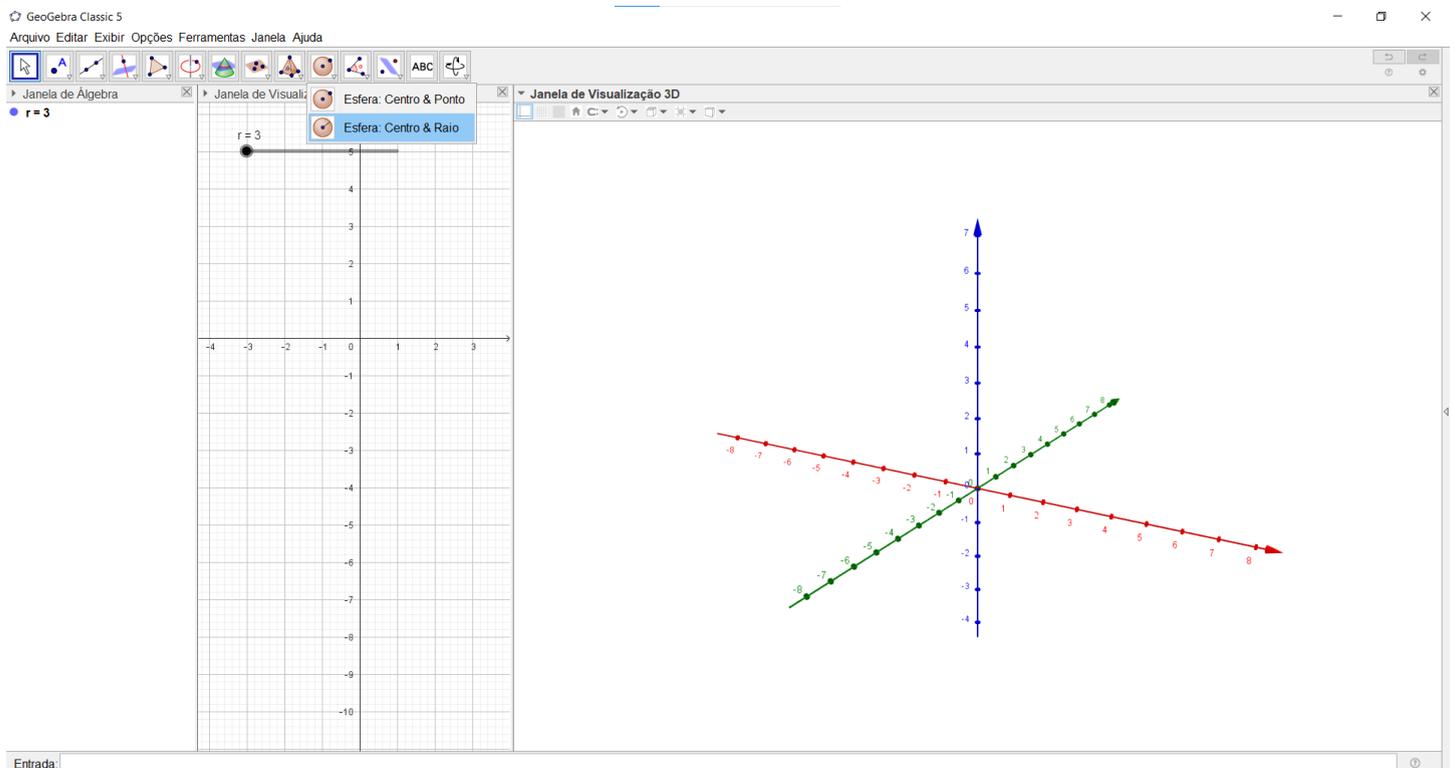
4) Ainda nesses menus, no último botão, clique em “Projeção em Perspectiva”.



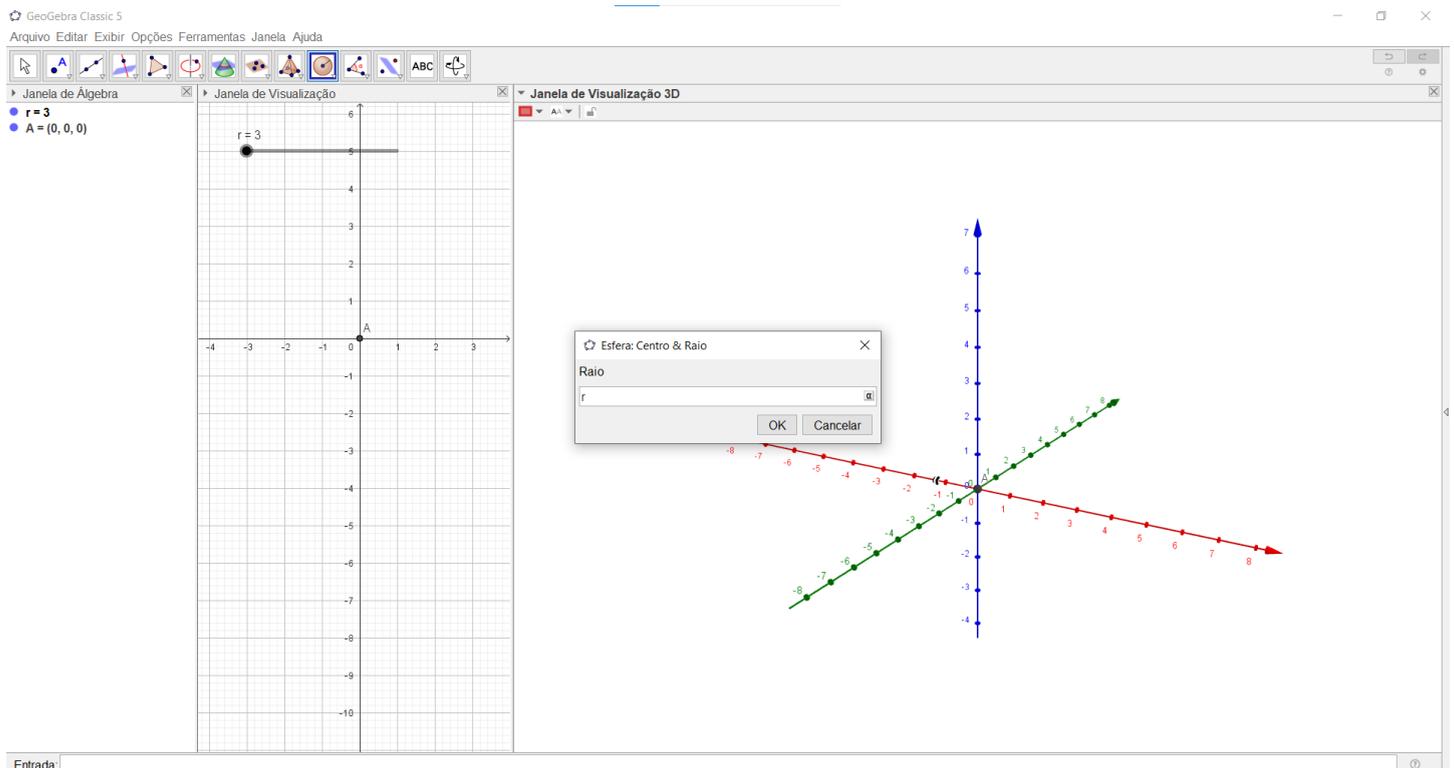
5) Na janela 2D, vamos criar um controle deslizante para o raio da nossa esfera. Será um controle deslizante do tipo “número” de nome r , mínimo 3 e máximo 10. (Para acessar as ferramentas da janela 2D, basta clicar nela, o mesmo vale para janela 3D - note que as duas têm barras de ferramentas diferentes)



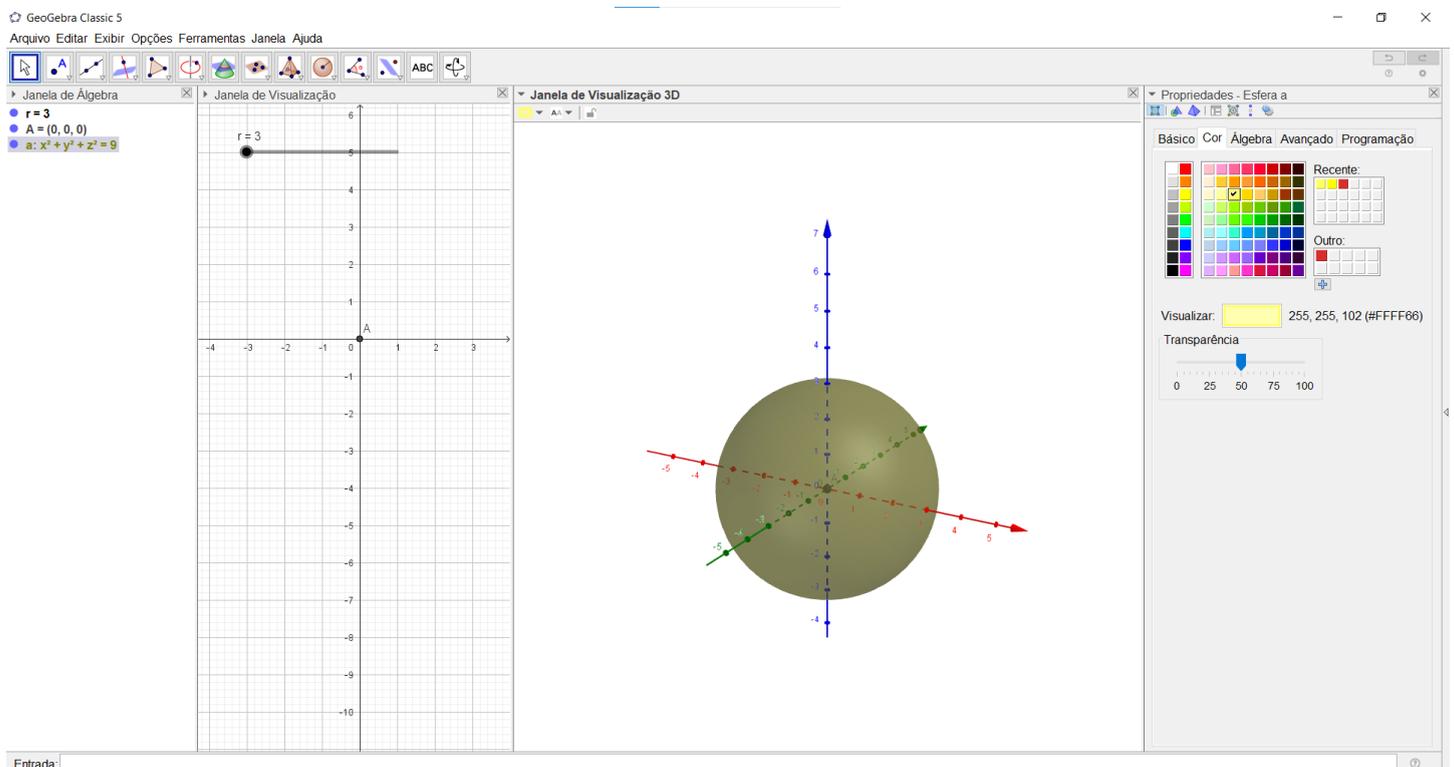
6) Na janela 3D, selecione a ferramenta “Esfera: centro e raio”.



7) Com a ferramenta ativada, na janela 3D, clique na origem do espaço cartesiano e digite “r” na caixa de diálogo, para criar uma esfera de centro na origem (0, 0, 0) e raio variável r.



8) Clique com o botão direito na esfera e clique em “Propriedades”. Na aba Cor, mude a cor para um amarelo claro e mude a Transparência para 50%.



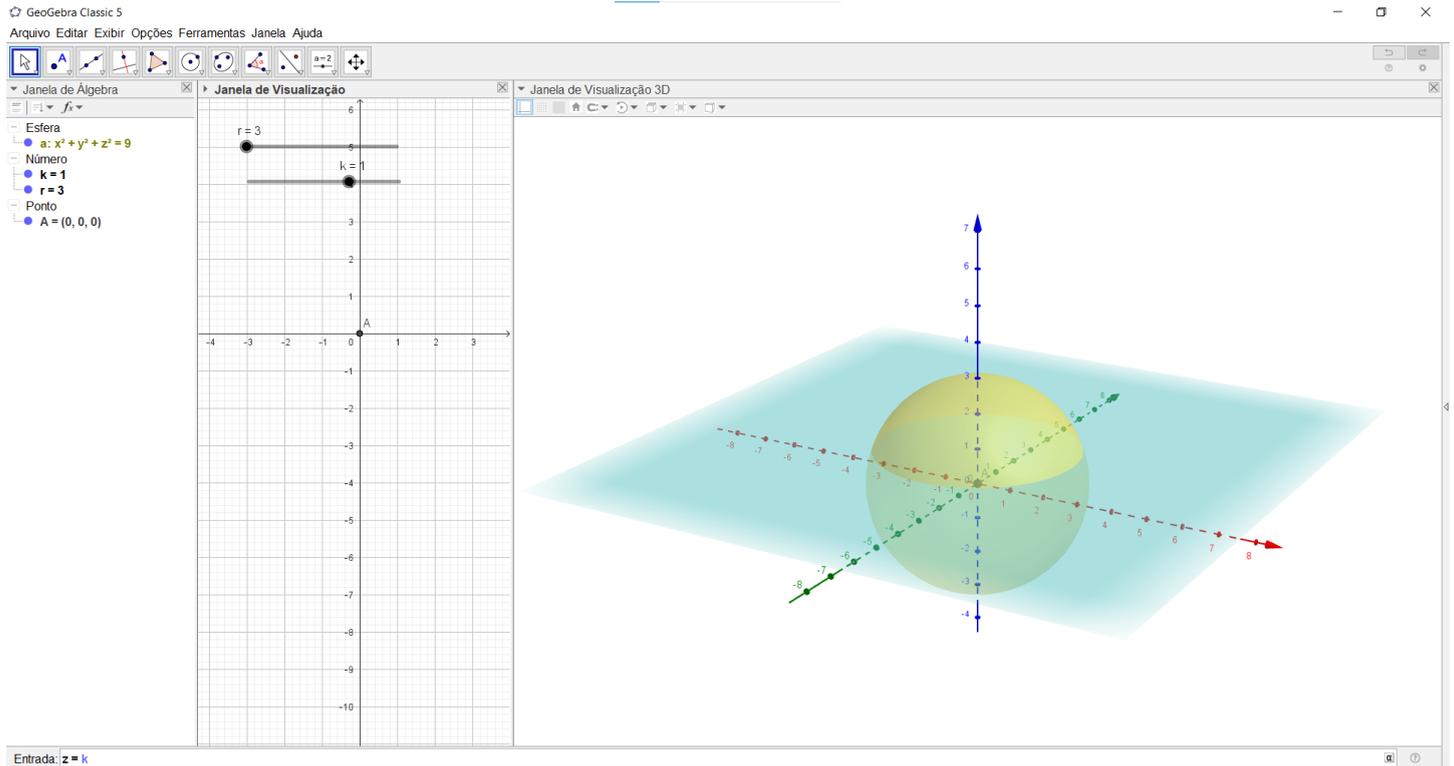
9) Na janela de álgebra, ordene os objetos por “Tipo do objeto”.

The screenshot shows the GeoGebra Classic 5 interface. On the left, the 'Janela de Álgebra' (Algebra Window) lists objects: 'Esfera' (Sphere) with equation $a: x^2 + y^2 + z^2 = 9$, 'Número' (Number) with value $r = 3$, and 'Ponto' (Point) with coordinates $A = (0, 0, 0)$. The 'Janela de Visualização' (View Window) shows a 2D coordinate system with a point A at the origin and a horizontal line segment labeled $r = 3$. The 'Janela de Visualização 3D' (3D View Window) shows a 3D coordinate system with a yellow sphere centered at the origin, with axes labeled from -8 to 8.

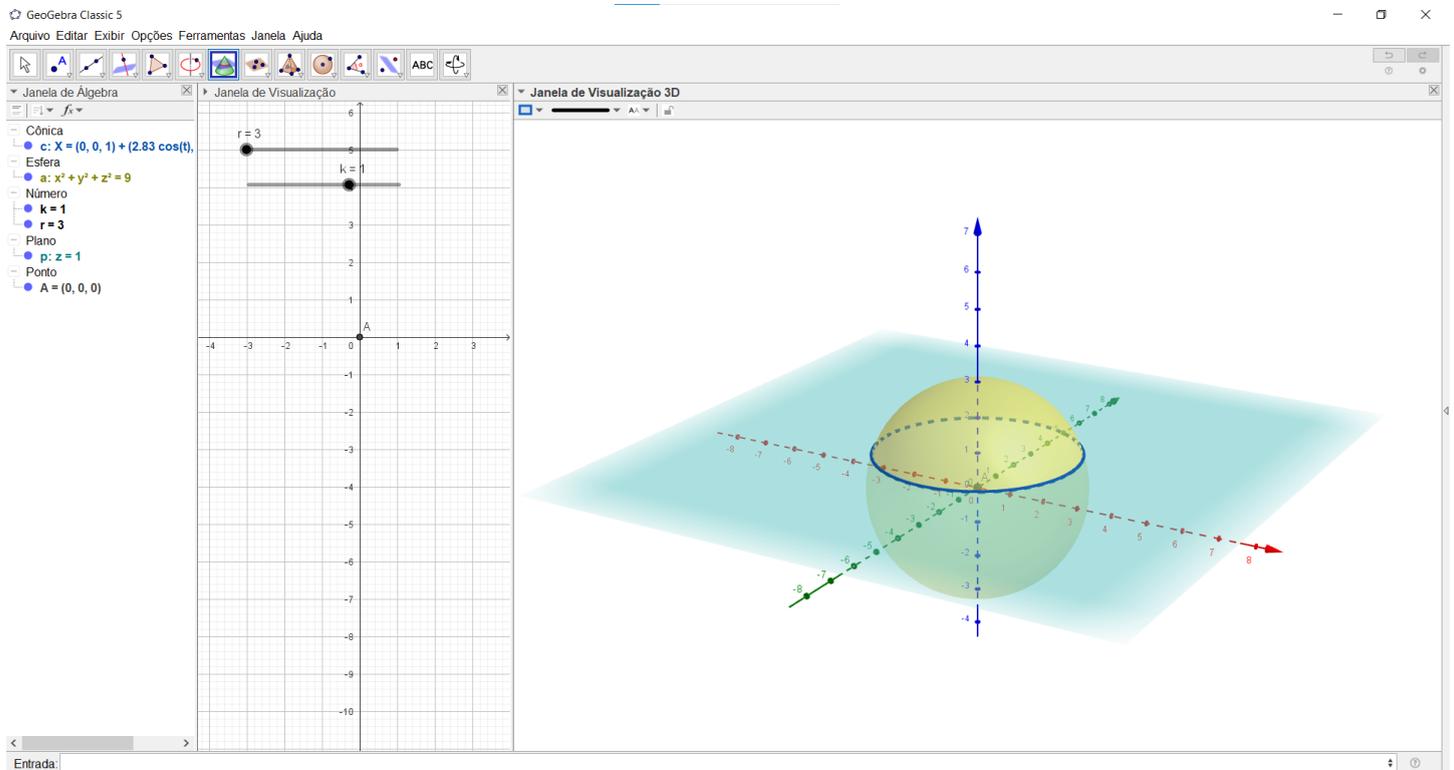
10) Na janela 2D, crie um controle deslizante “k” do tipo “número” de mínimo -r e máximo r.

The screenshot shows the GeoGebra Classic 5 interface with a dialog box for creating a slider. The dialog box is titled 'Controle Deslizante' (Slider Control) and has the following options: 'Número' (Number) selected, 'Nome' (Name) set to 'k', 'Aleatório (F9)' (Random (F9)) checked, and 'Inteiro' (Integer) unchecked. The 'Intervalo' (Interval) section shows 'min.' set to $-r$ and 'max.' set to r . The 'Controle Deslizante' (Slider Control) and 'Animação' (Animation) sections are empty. The background shows the same 3D sphere and 2D coordinate system as in the previous screenshot.

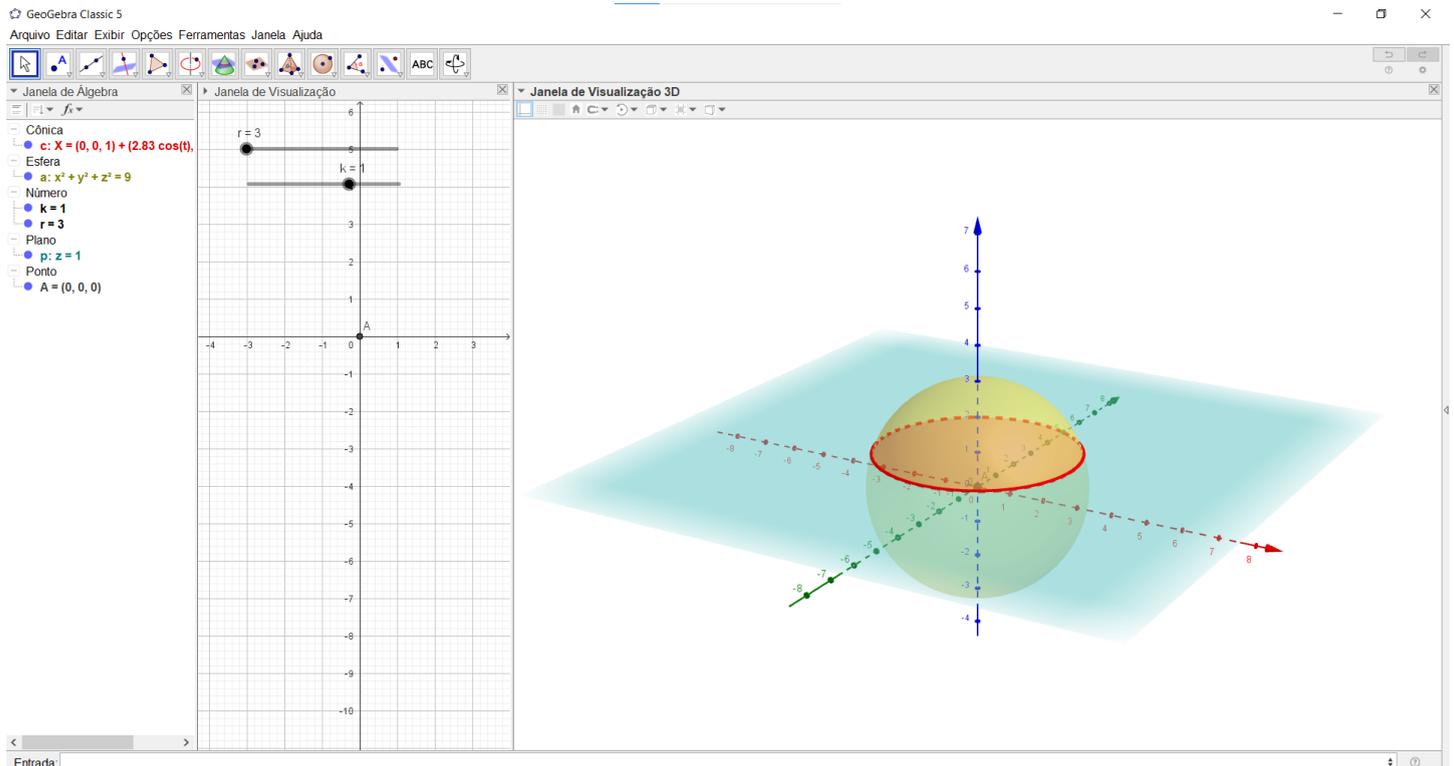
11) No campo de entrada, digite $z = k$ para criar um plano paralelo ao plano xy que varia com o controle k .



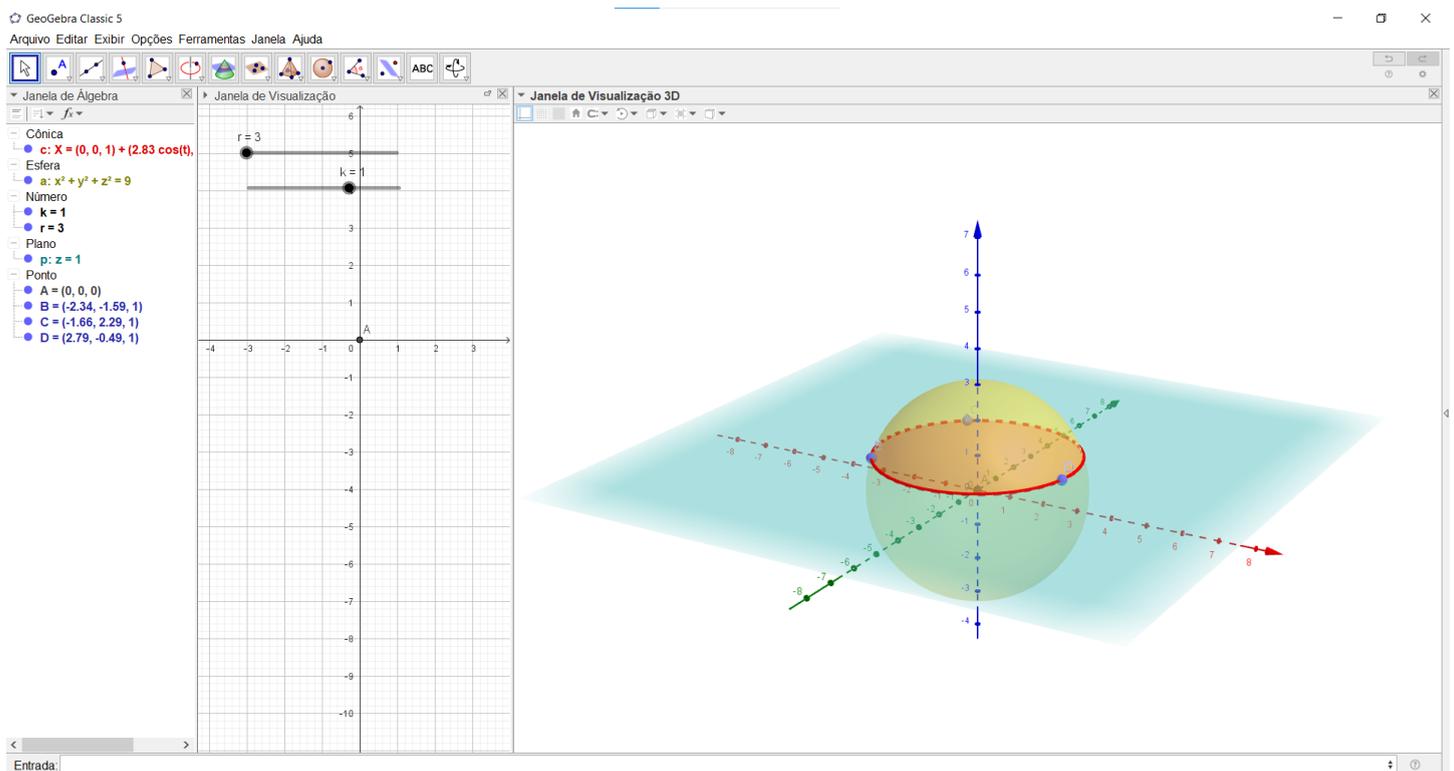
12) Na janela 3D, na barra de ferramentas, selecione a sétima, “Interseção de duas superfícies” e clique no plano e na esfera.



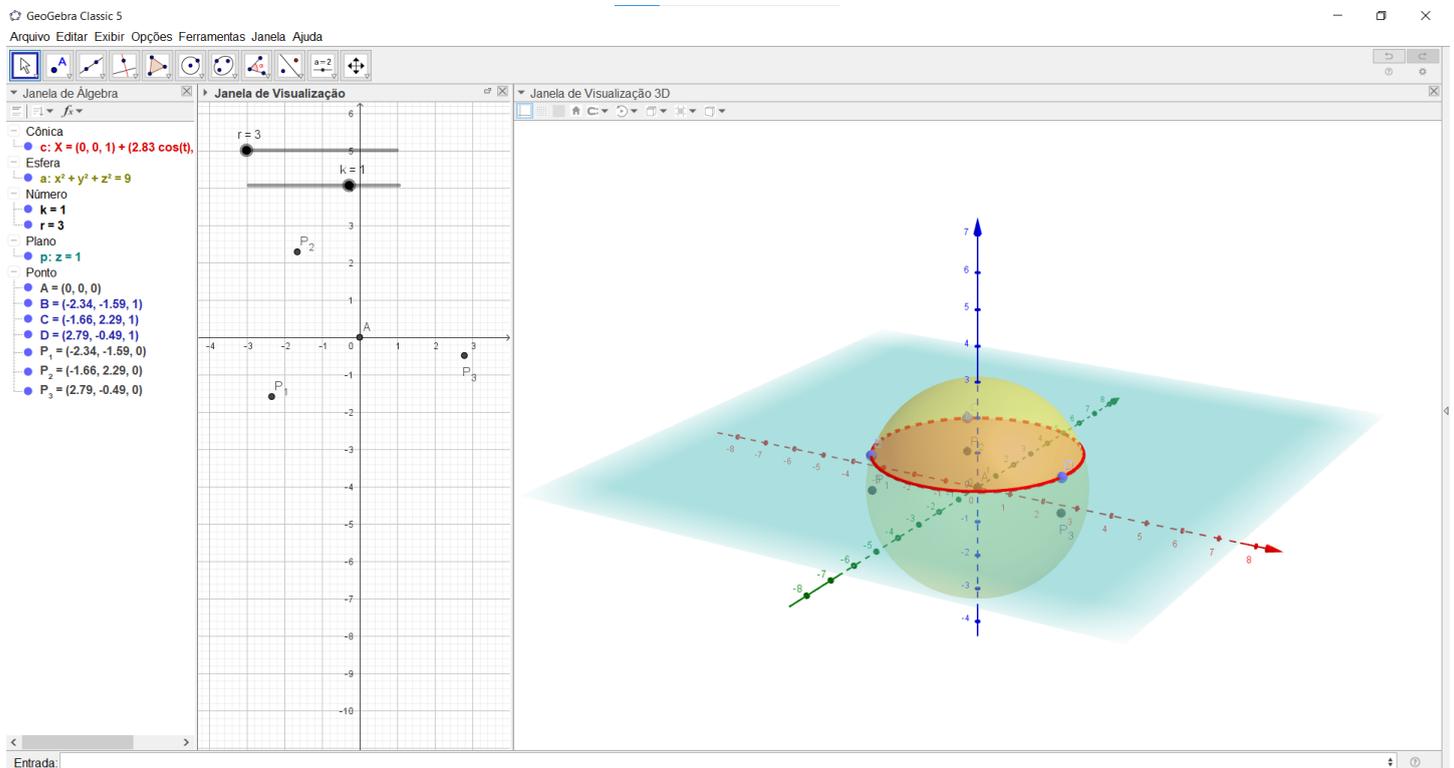
13) A interseção da esfera com o plano é um círculo e apareceu na janela de álgebra como “cônica”. Clique nela com o botão direito e acesse “Propriedades”. Mude a cor para vermelho e a Transparência para 50%.



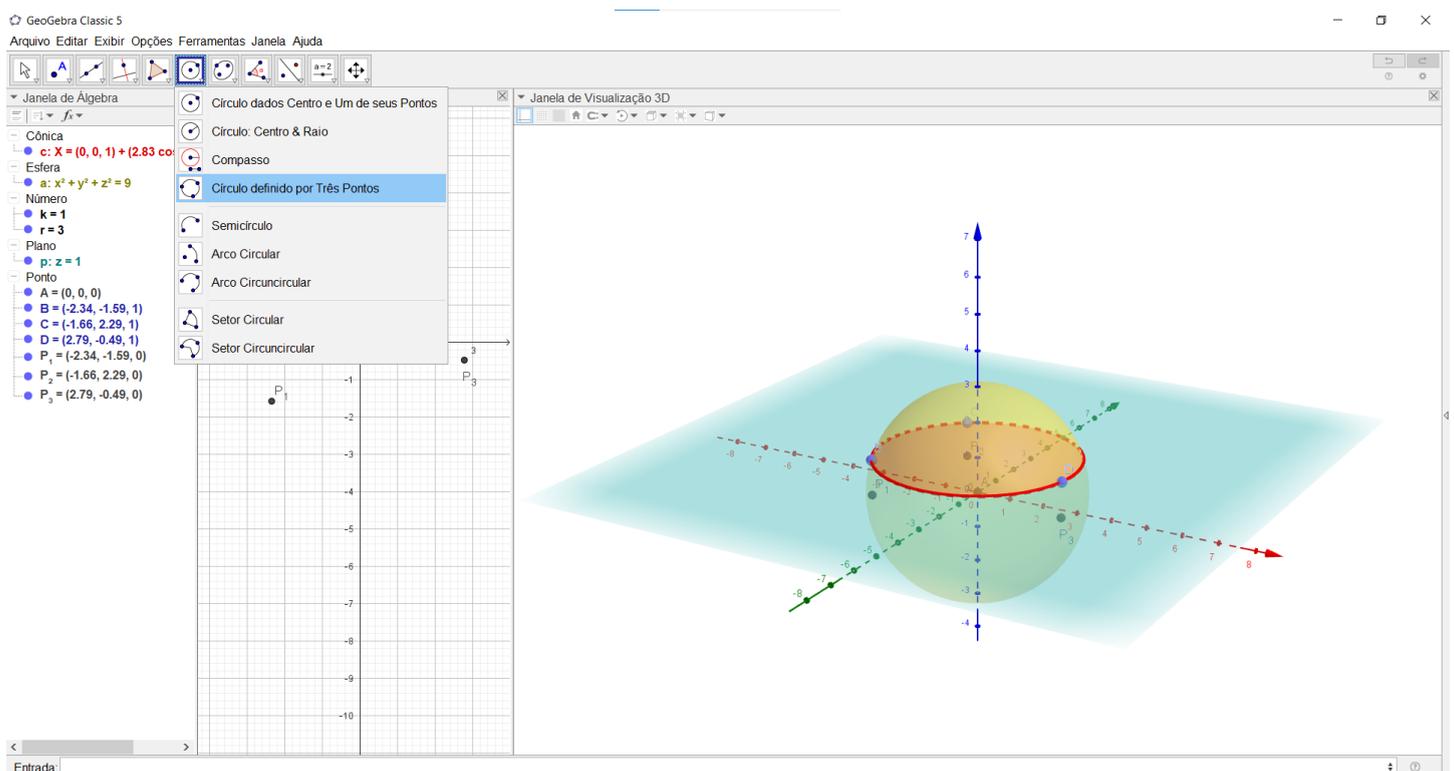
14) Na janela 3D, com a ferramenta “Ponto”, crie 3 pontos na cônica vermelha aleatoriamente. Esses pontos vão ser nomeados B, C e D pelo GeoGebra. (Os pontos precisam estar na circunferência vermelha!)



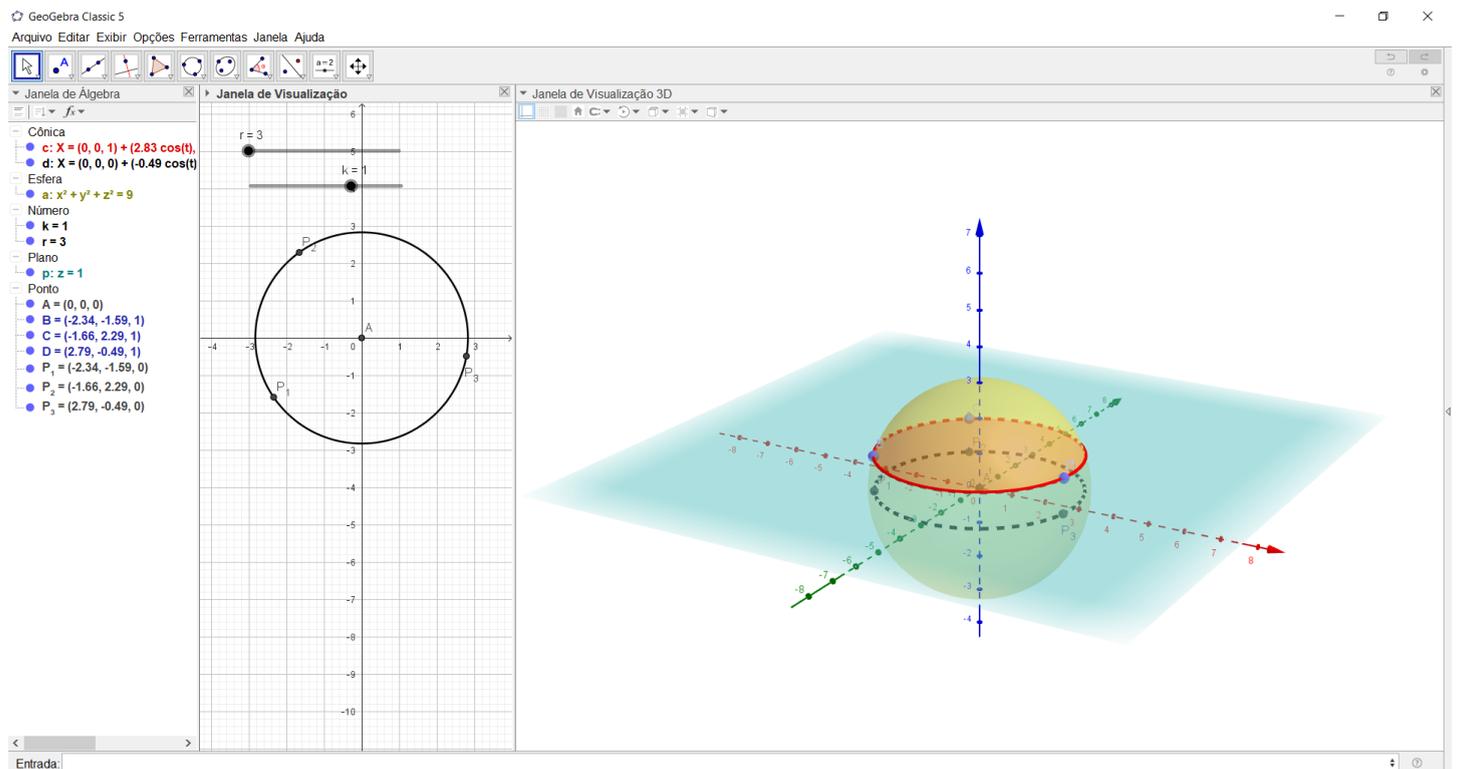
15) Vamos criar as projeções desses 3 pontos no plano xy. Para isso, no campo de entrada digite o comando $P_1 = (x(B), y(B), 0)$ para criar a projeção do ponto B. Faça o mesmo para C e D digitando $P_2 = (x(C), y(C), 0)$ e $P_3 = (x(D), y(D), 0)$. Fazendo isso, os pontos P_1 , P_2 e P_3 devem aparecer na janela 2D, já que estão no plano xy.



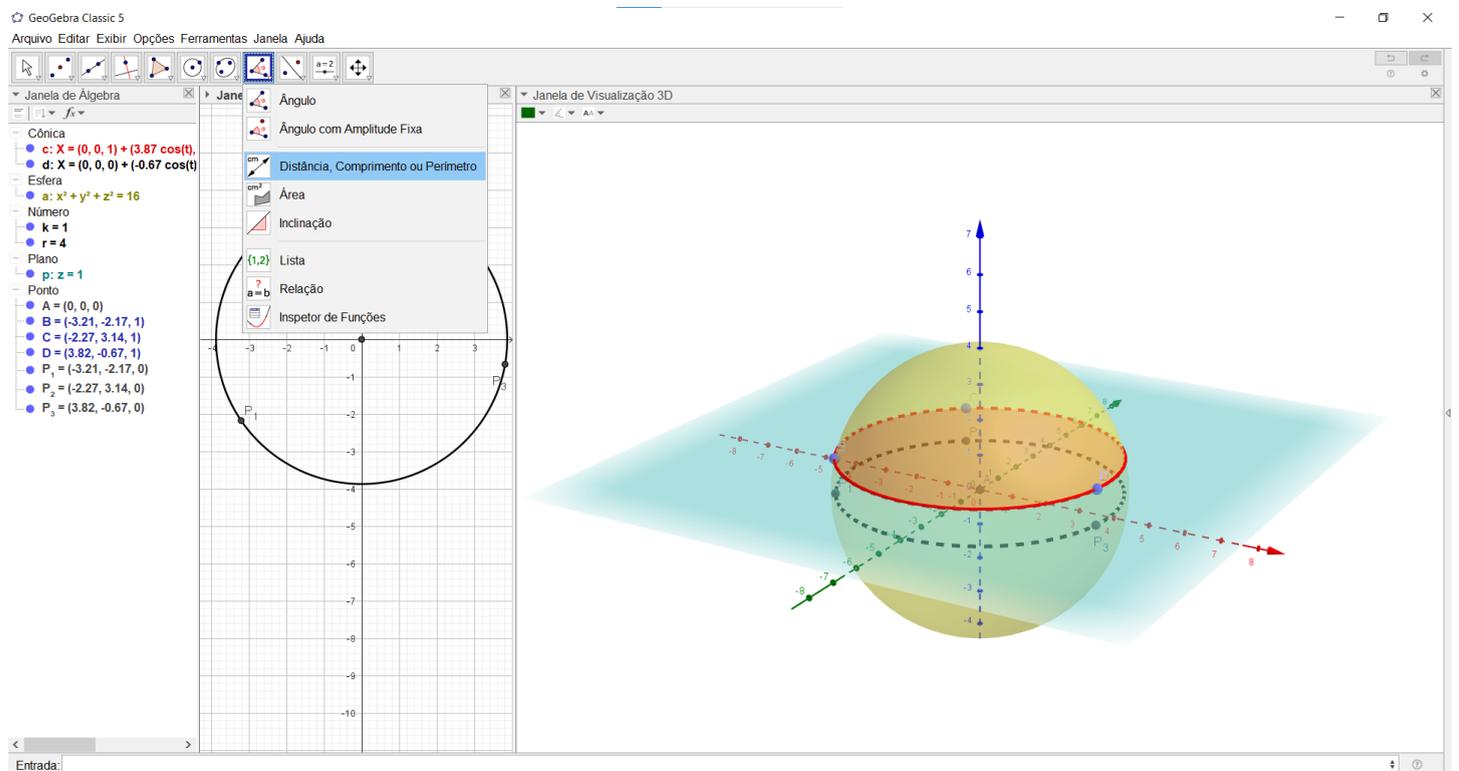
16) Na janela 2D, na barra de ferramentas, abra o menu da sexta e clique em “Círculo definido por Três Pontos”.



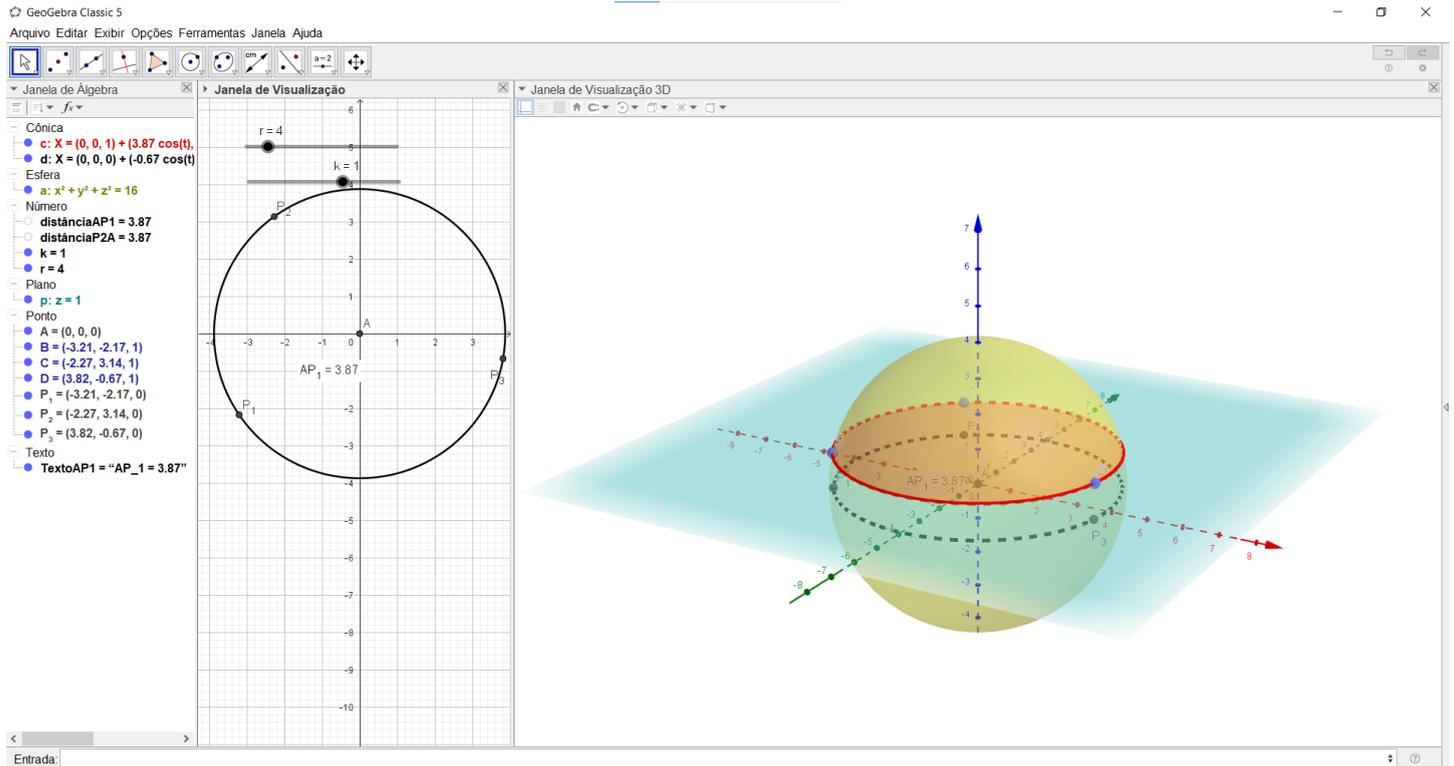
17) Ainda na janela 2D, com a ferramenta ativada, clique nos pontos P_1 , P_2 e P_3 .



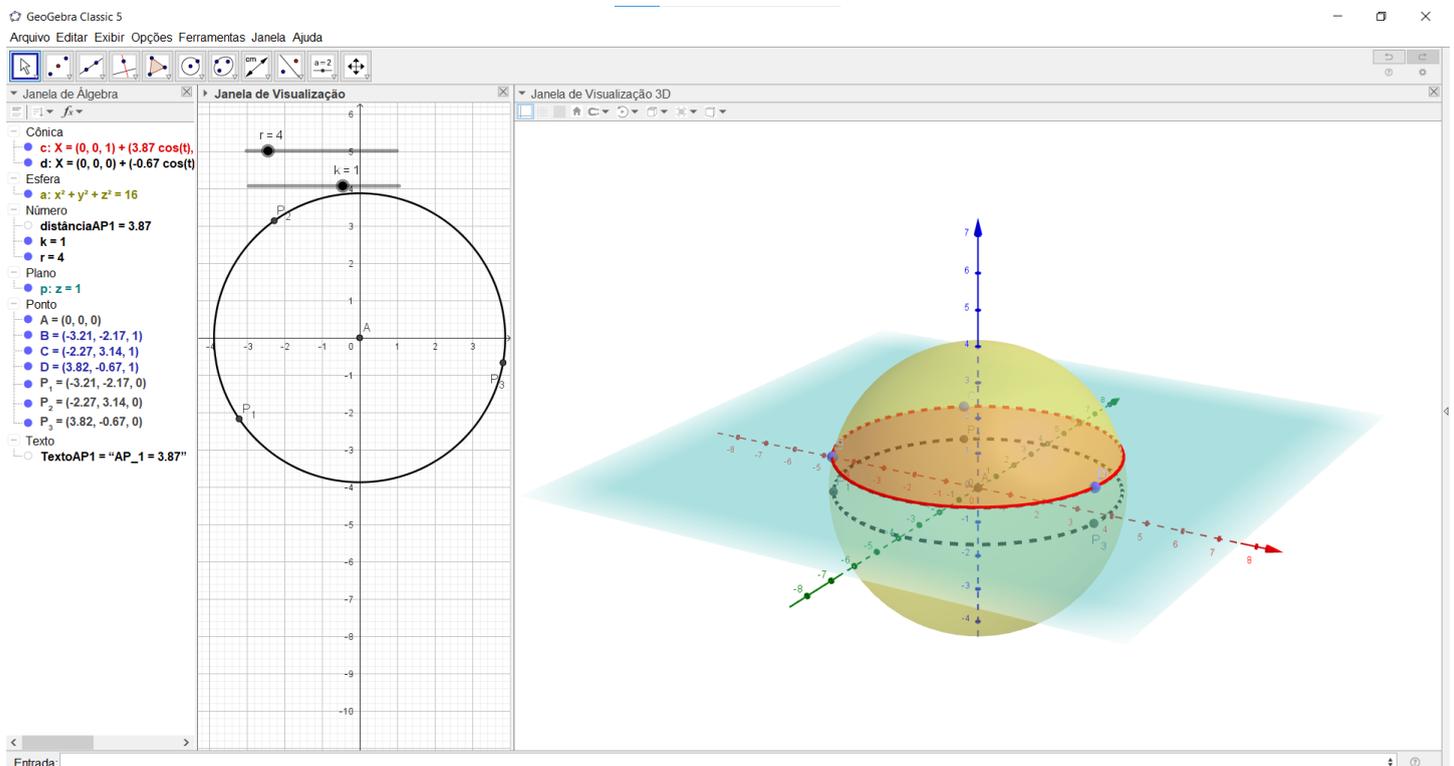
18) Na janela 2D, abra o menu da ferramenta “Ângulo” e selecione “Distância, Comprimento ou Perímetro”.



19) Com a ferramenta ativada, clique no ponto A e depois no ponto P₁. (Assim teremos o raio do círculo)

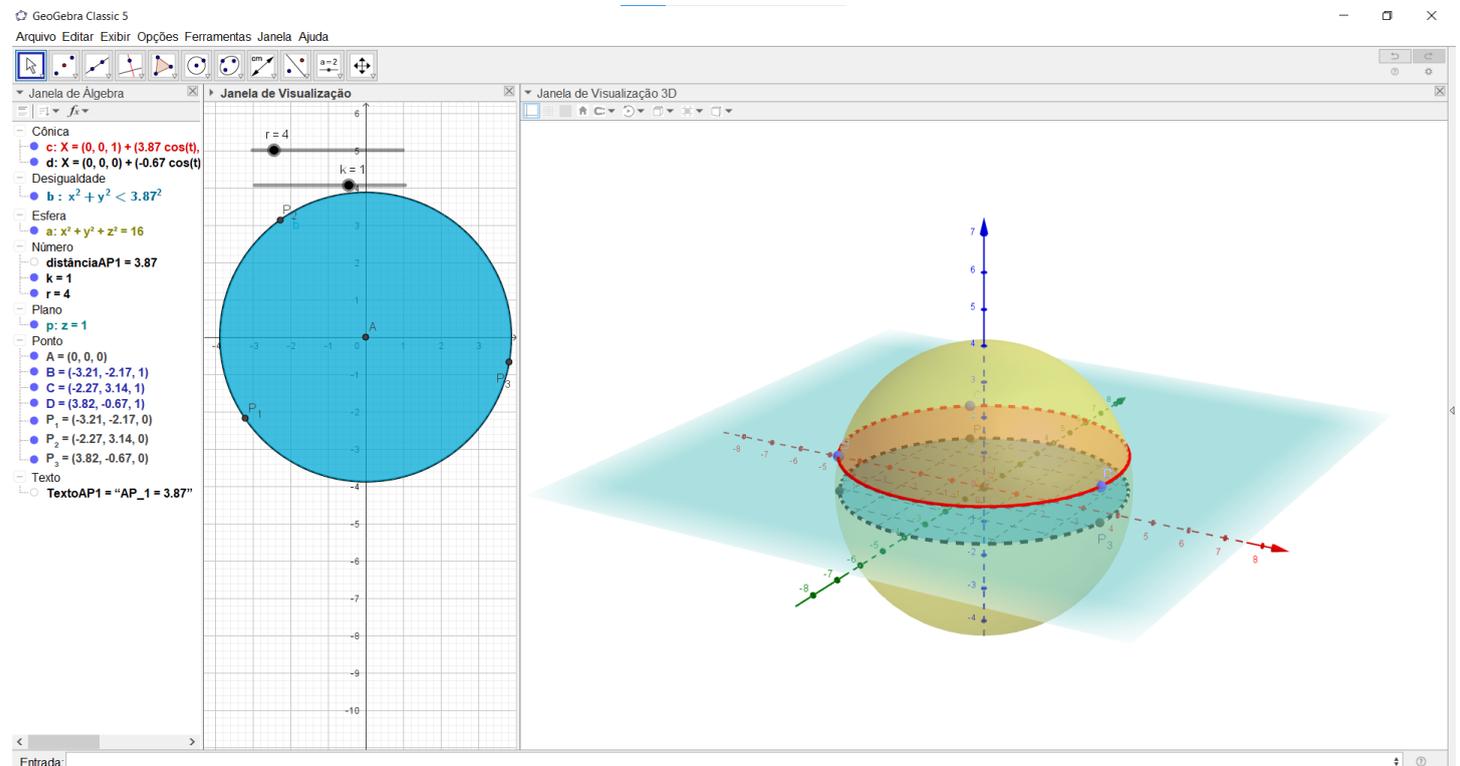


20) Clique no texto que aparece da distância e depois em "Exibir objeto". Note que foi criada uma variável "distânciaAP1" na categoria "número" na janela de álgebra.

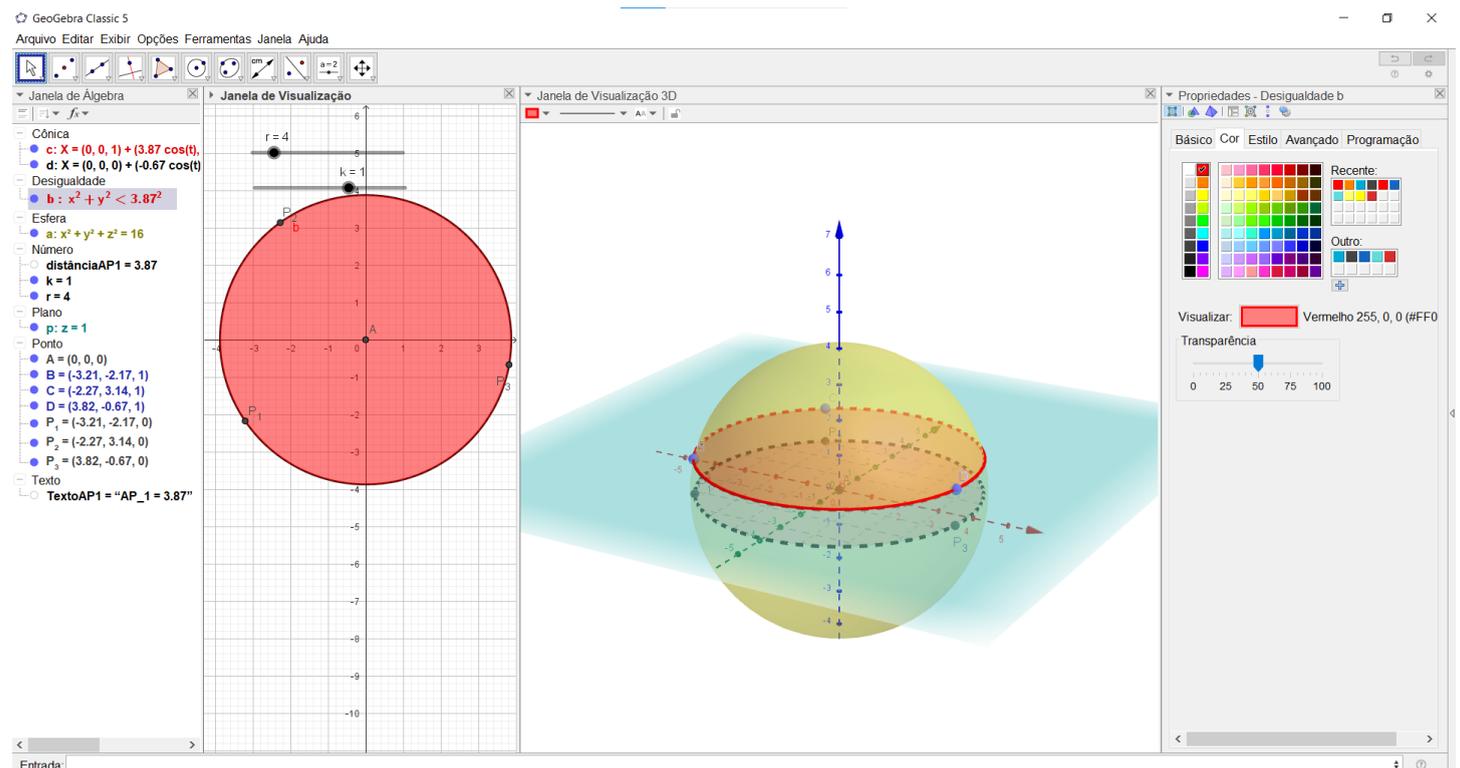


21) Agora, no campo de entrada, digite a seguinte desigualdade:

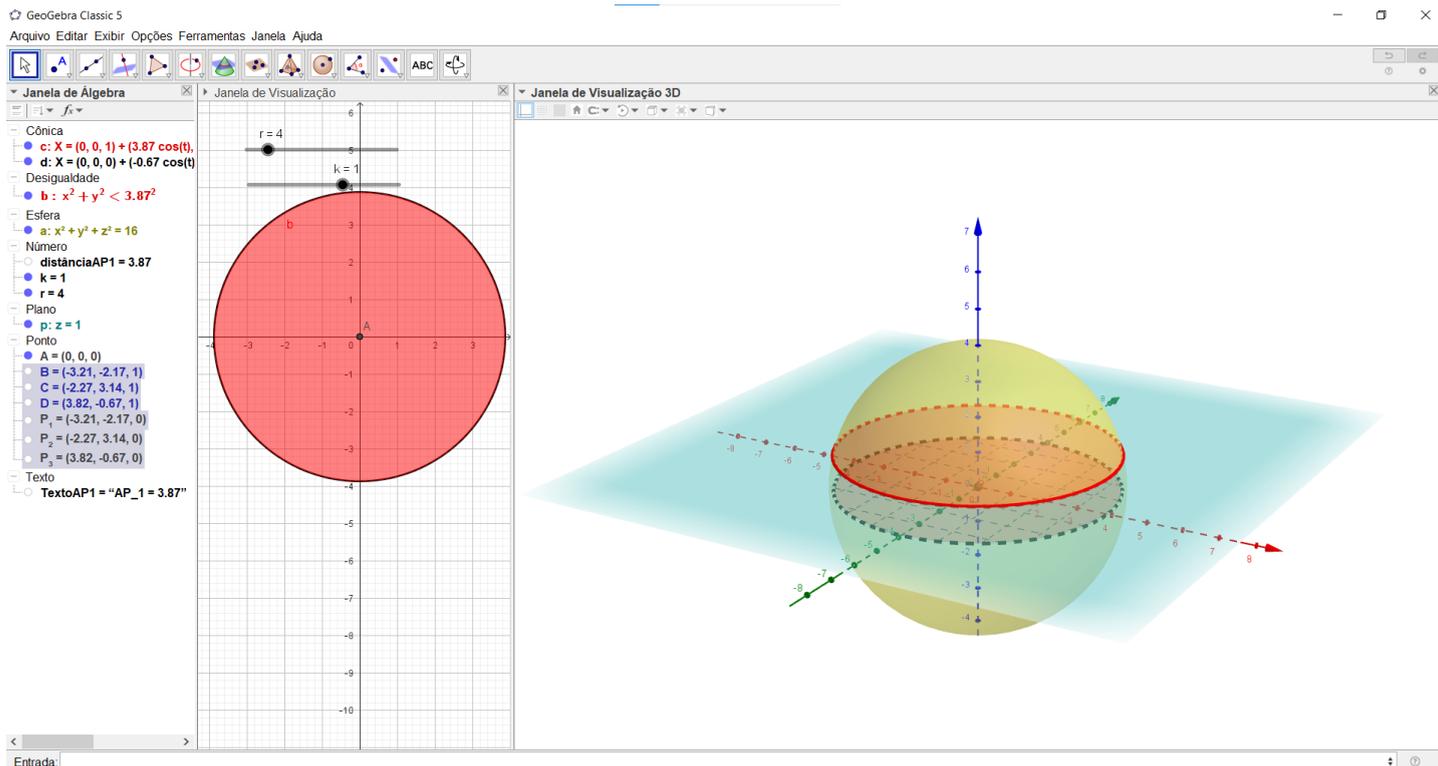
$x^2 + y^2 < (\text{dist\~{a}nciaAP1})^2$ para “pintar” o interior do círculo no plano xy, que é a projeção da interseção entre a esfera e o plano. (Note que a desigualdade está na janela de álgebra na categoria “Desigualdades”.



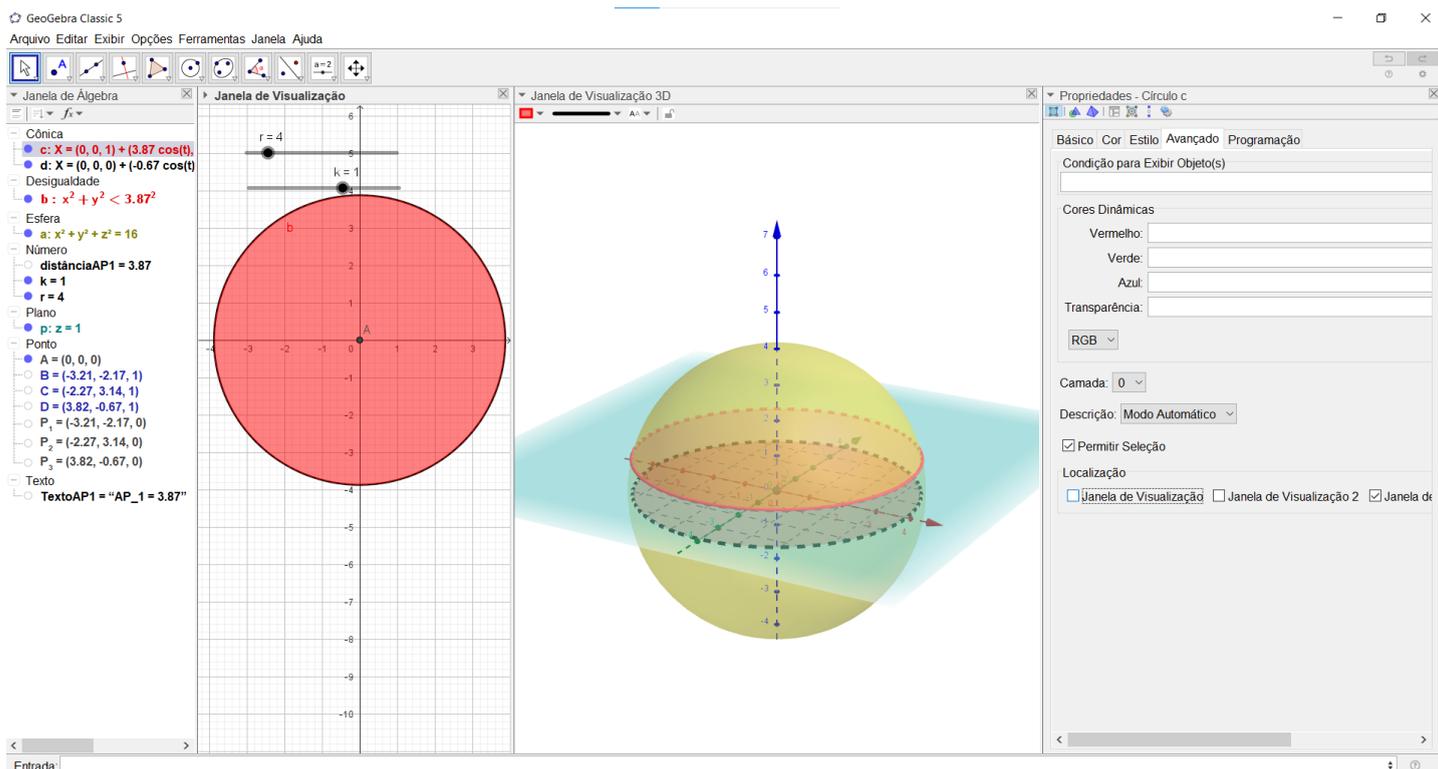
22) Clique na desigualdade criada e selecione “Propriedades”. Muda a cor para vermelho e a Transparência para 50%.



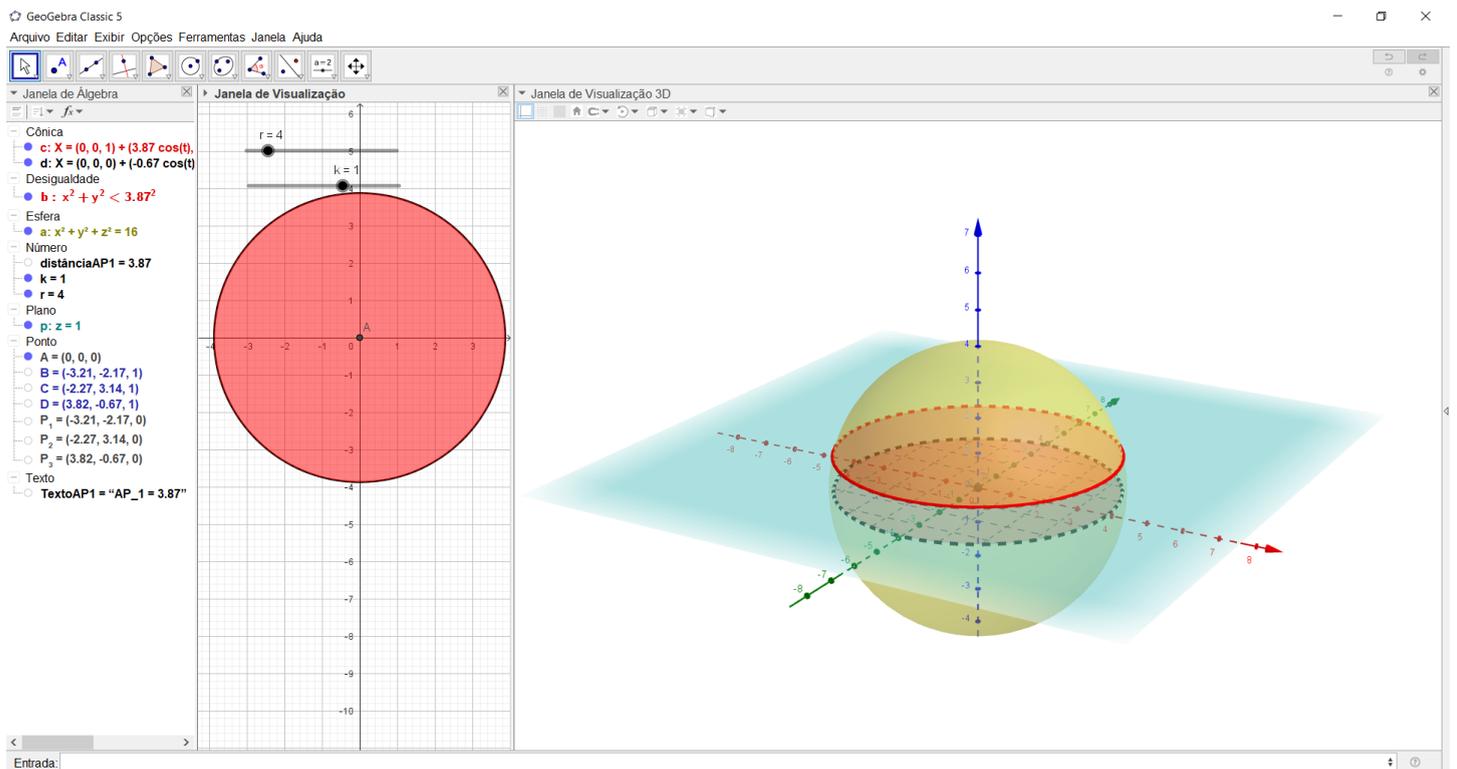
23) Selecione os pontos B, C, D, P₁, P₂ e P₃ e clique em “Exibir objeto” para ocultá-los. (Note que foram ocultados nas janelas 2D e 3D, o que era nosso objetivo nesse caso)



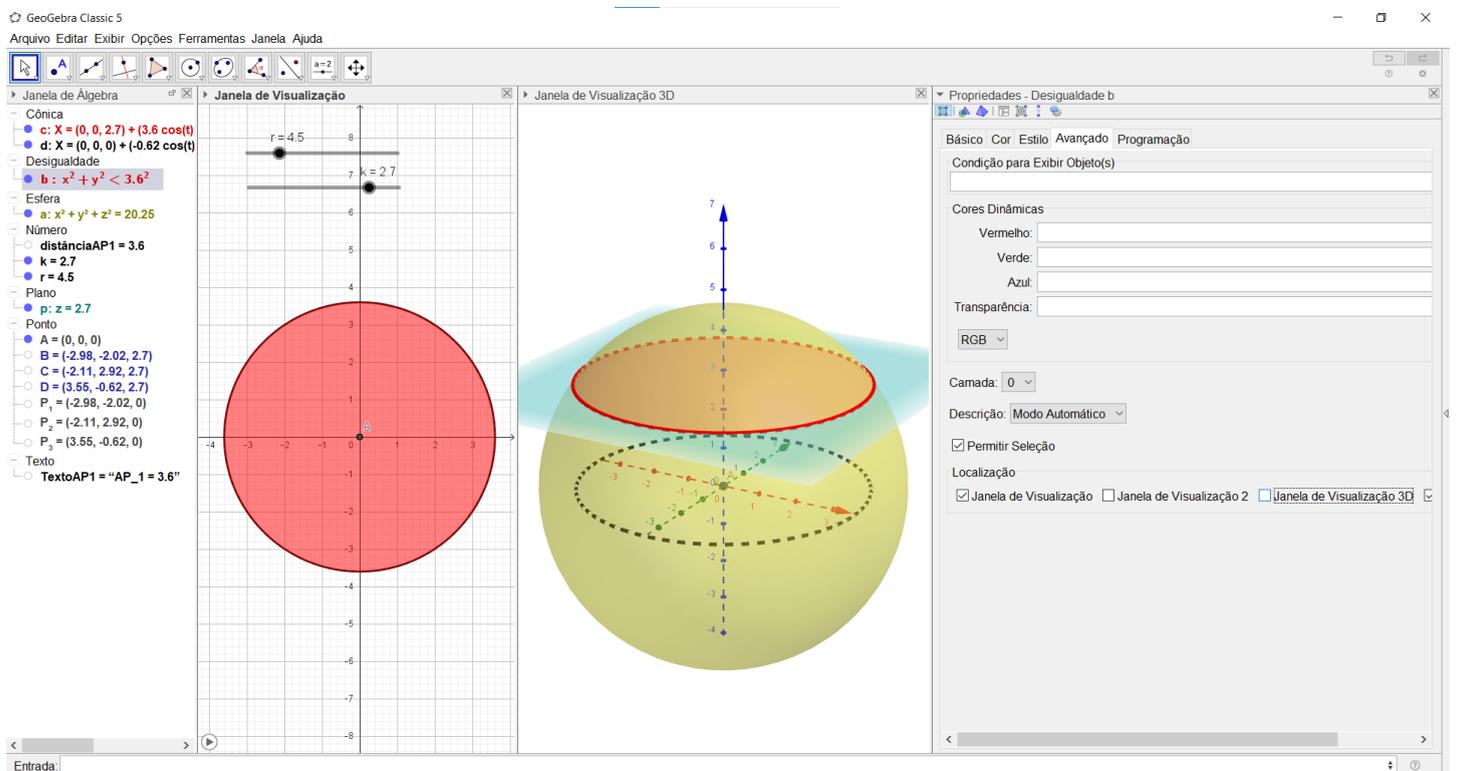
24) Clique na cônica original (aquela interseção entre a esfera e plano k) e selecione “Propriedades”. Na aba “Avançado”, em “Localização”, desmarque a caixa “Janela de Visualização”. Fazemos isso para que a cônica original só apareça na janela 3D, assim, quando $k = 0$ e tecnicamente, tanto a cônica quanto sua projeção estiverem no plano xy, não haja sobreposição.



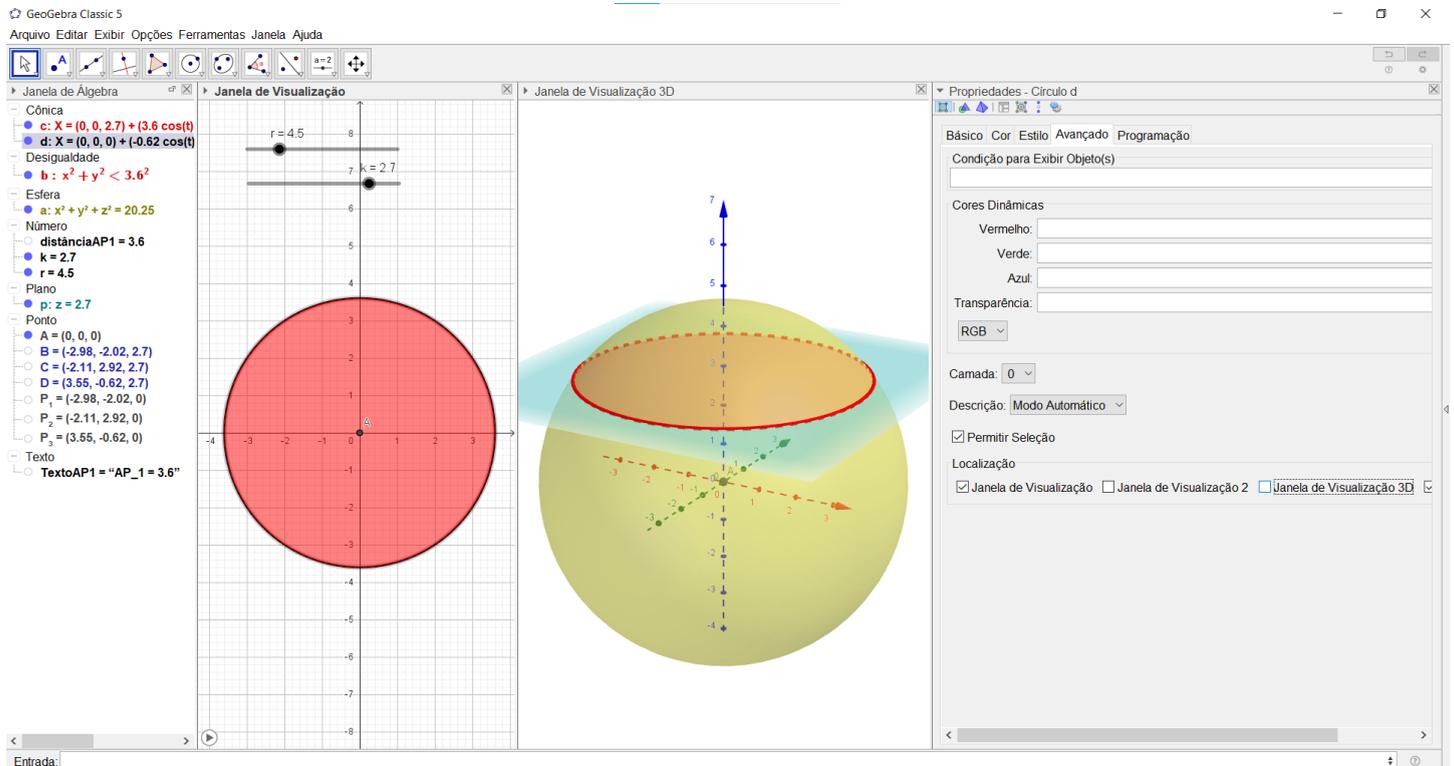
25) Clique na desigualdade b e depois em “Exibir rótulo” para ocultá-lo.



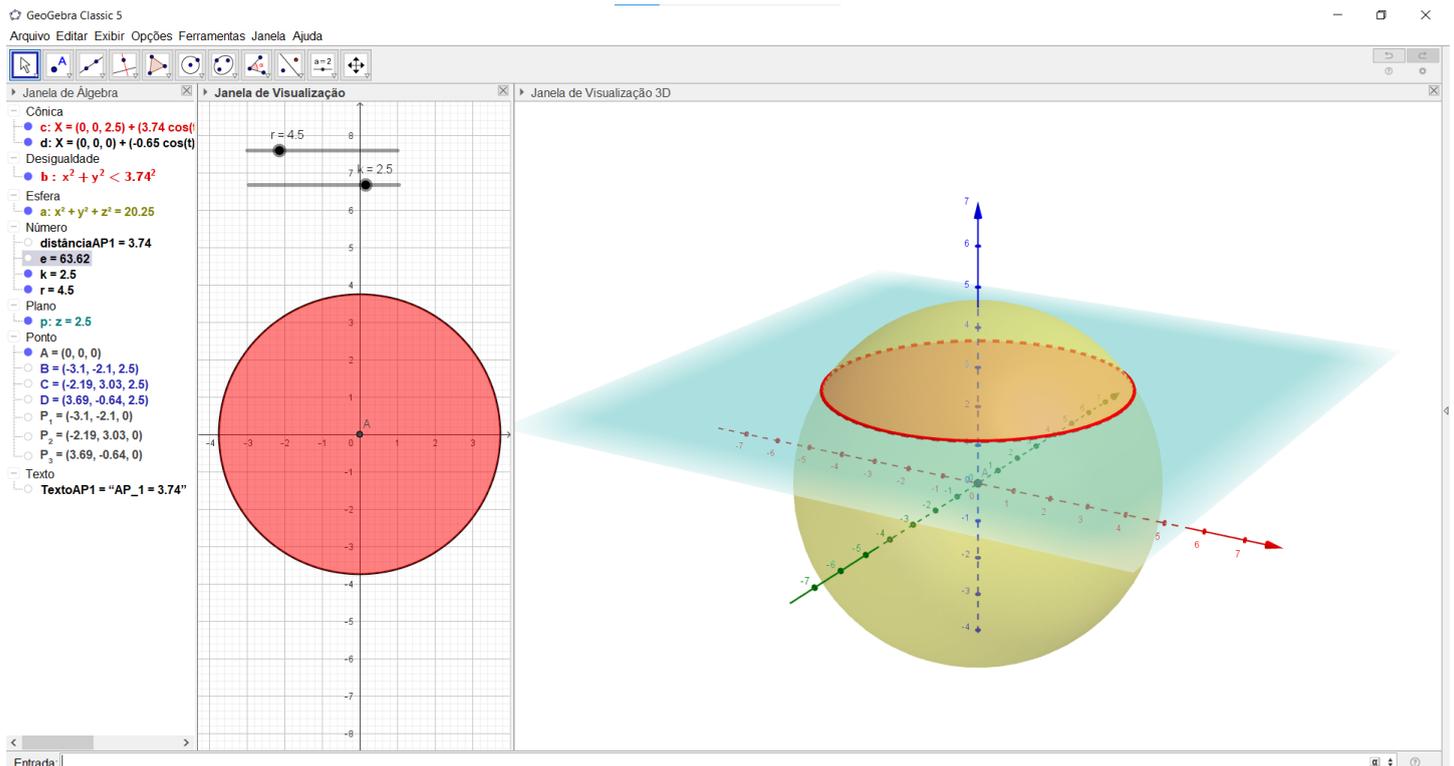
26) Clique na desigualdade b e selecione “Propriedades”. Na aba “Avançado”, em “Localização”, desmarque “Janela de Visualização 3D”.



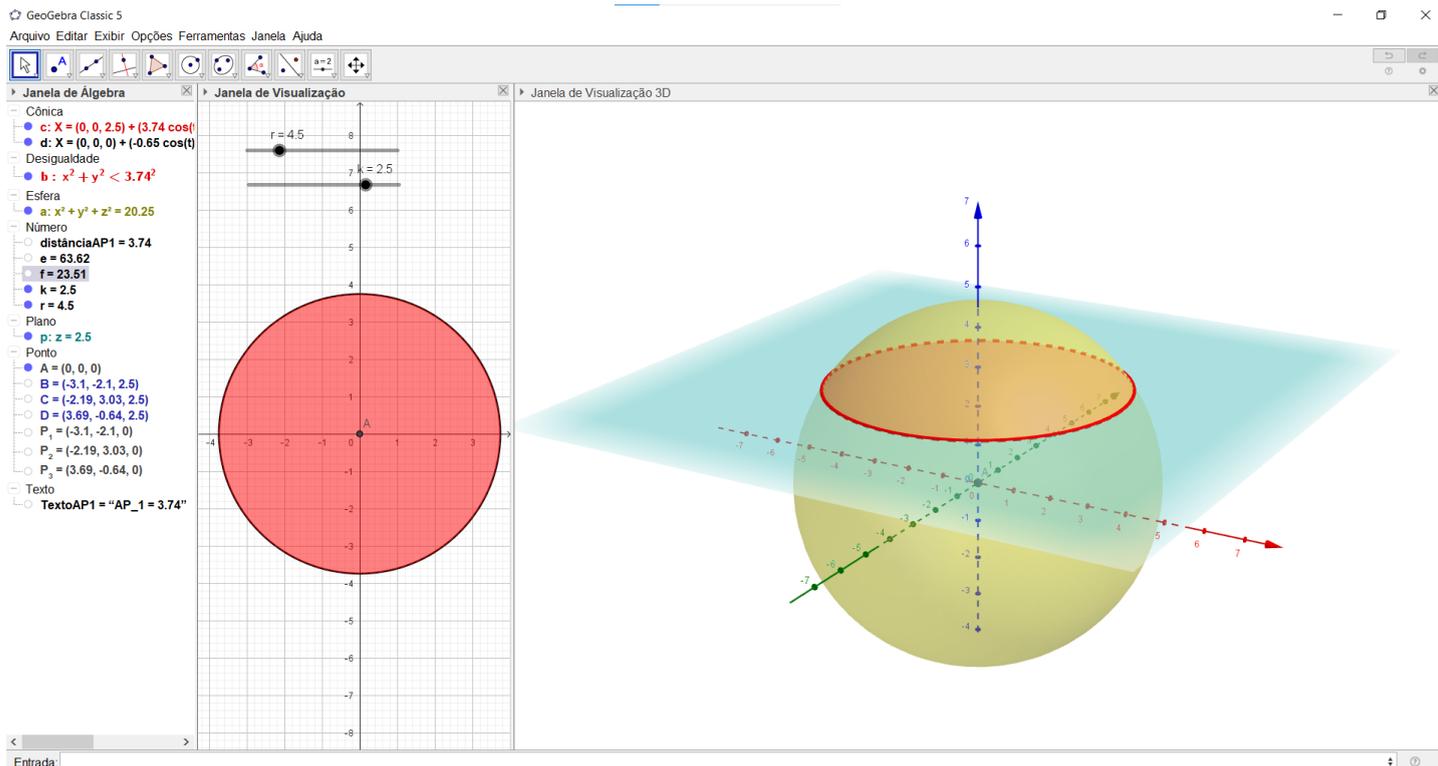
27) Clique na cônica d, que é a projeção da cônica interseção entre esfera e plano e selecione “Propriedades”. Analogamente, na aba “Avançado”, em “Localização”, desmarque “Janela de Visualização 3D”. (Os passos 27 e 28 foram feitos para que vejamos a projeção - cônica e desigualdade - apenas no plano xy da janela 2D)



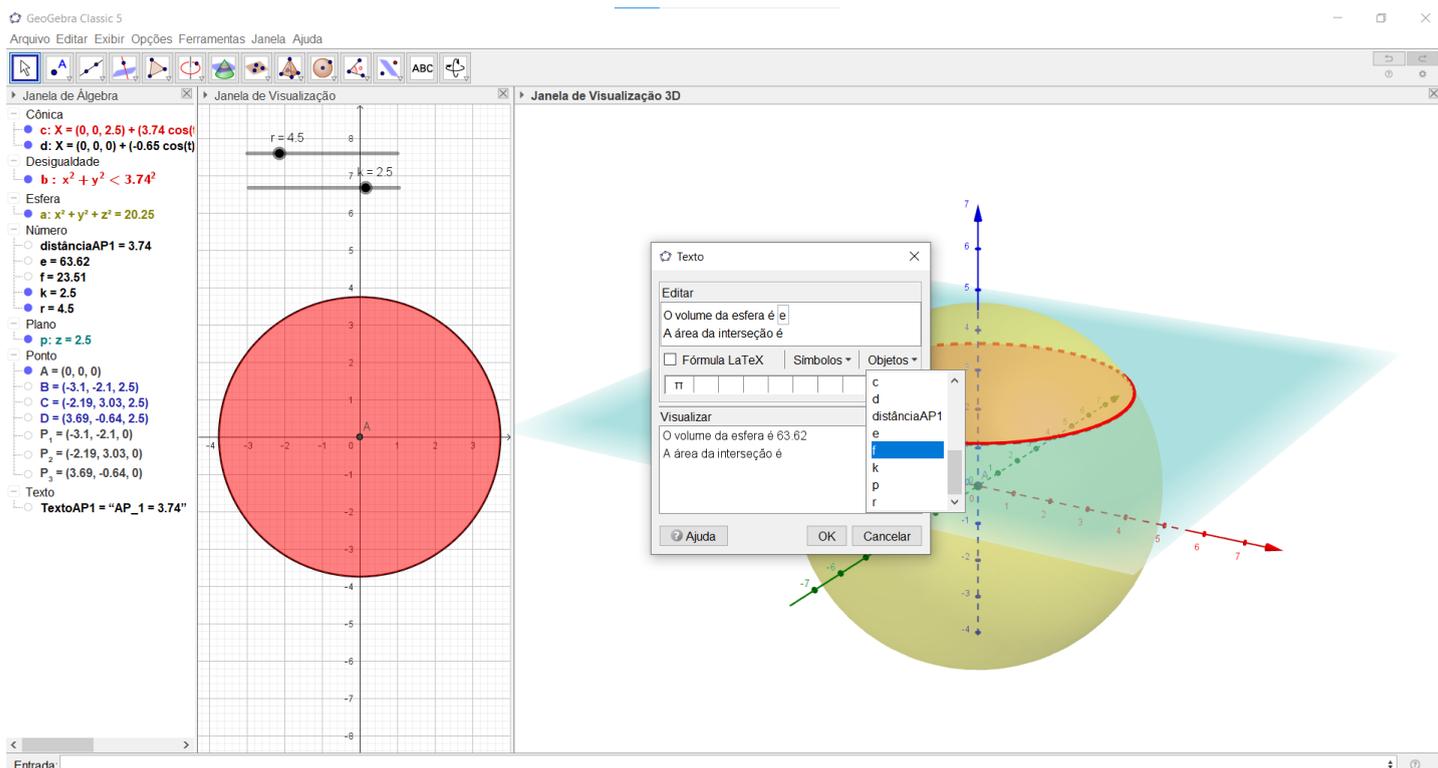
28) No campo de entrada, digite pi*r^2 para calcularmos o volume da esfera. (Um número “e” será criado - esse é o volume da esfera)



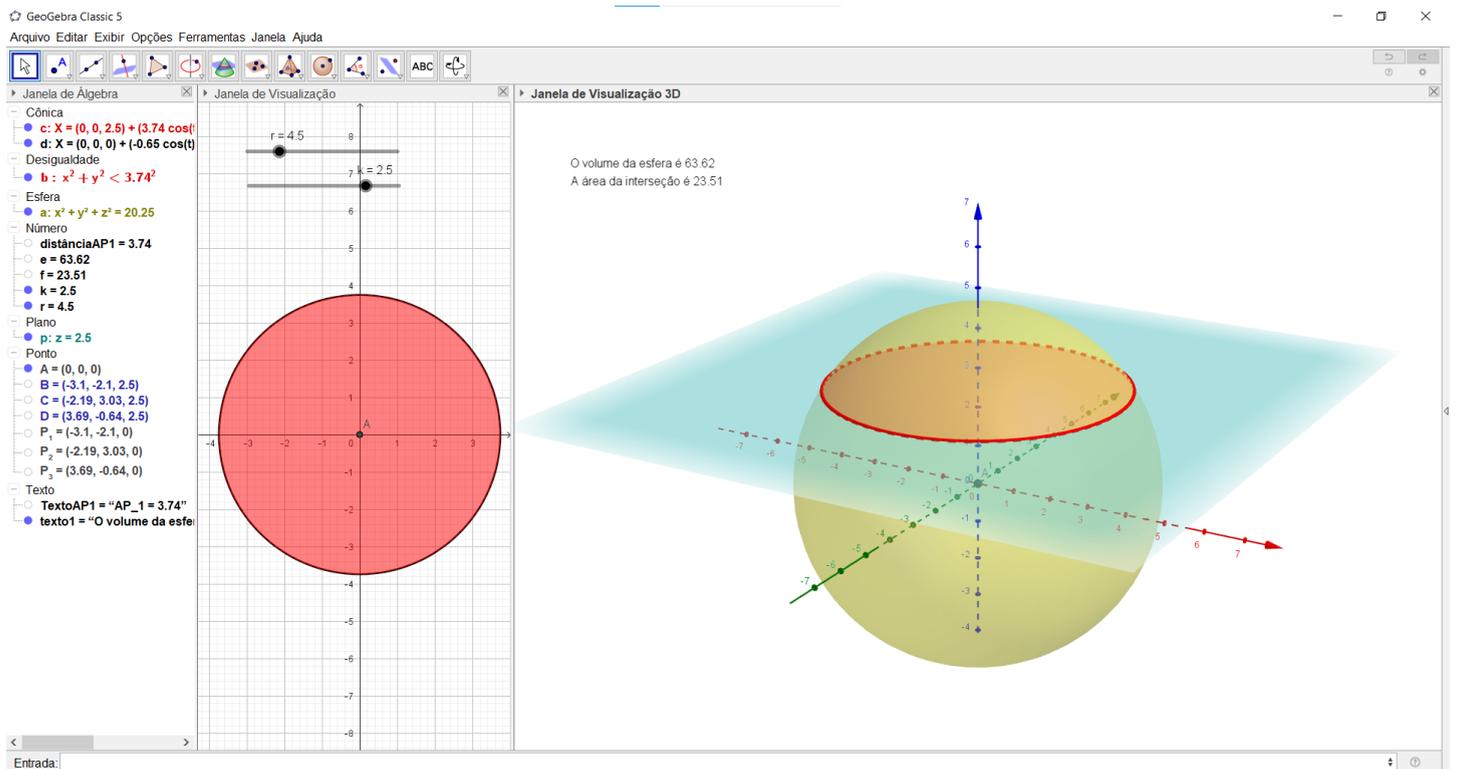
29) Agora calcule a área da cônica interseção, digitando $2 \cdot \pi \cdot \text{distânciaAP1}$ no campo de entrada. (O número “f” foi criado)



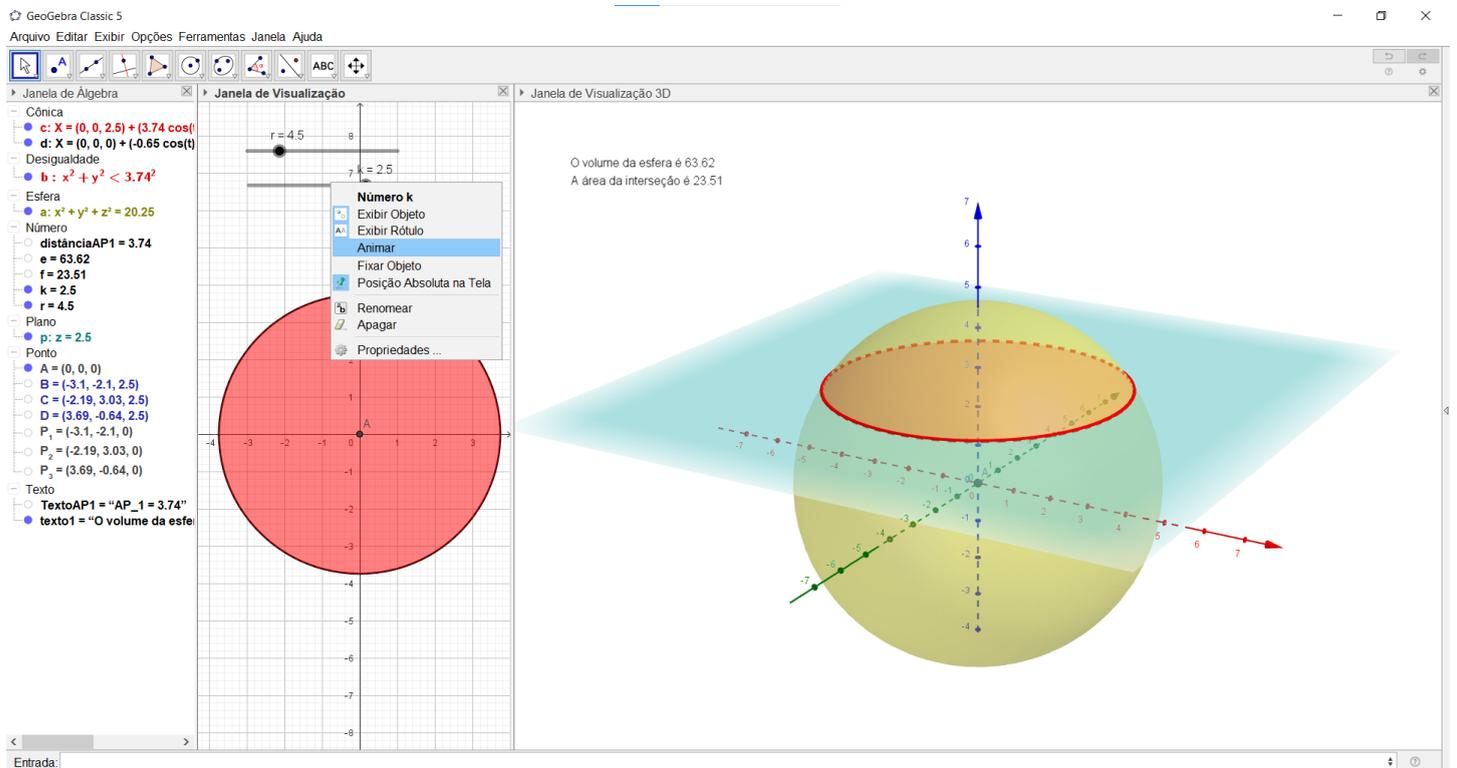
30) Na janela 3D, clique na penúltima ferramenta “Texto” e clique em algum lugar na janela 3D. Uma caixa de edição de texto vai aparecer. Digite “O volume da esfera é” e então clique em “Objetos” e selecione o número “e” (que carrega o volume da esfera). Escreva “A área da interseção é” e selecione o número “f” em “Objetos”.



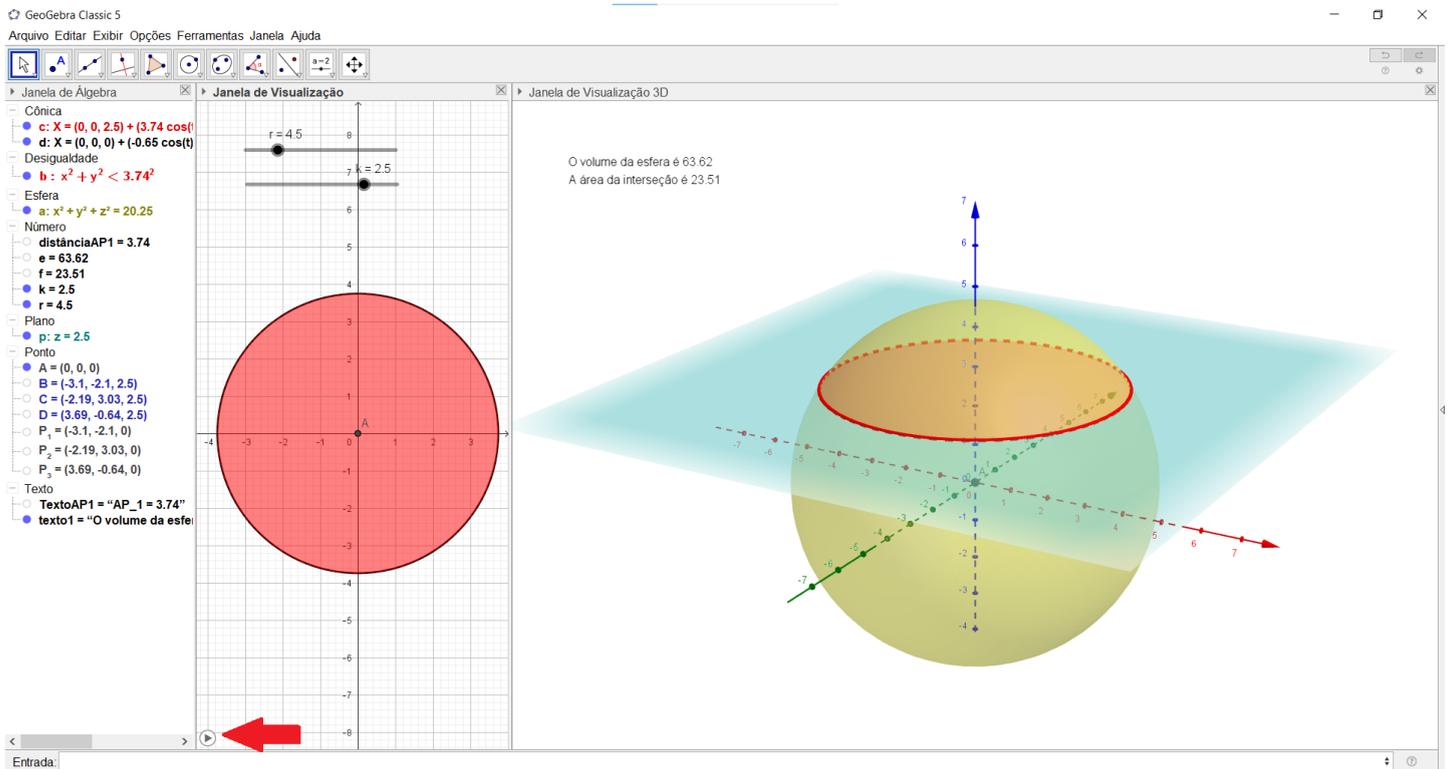
31) O resultado deveria ser o seguinte:



32) Clique no controle deslizante k e clique em "Animar".



33) Note que um botão de “play” surgiu no canto inferior esquerdo da janela 2D. Ele controle a animação da construção. (Somente o controle k foi animado, então só vai controlar a animação do controle k)



34) Agora anime o controle k e veja o que acontece com os círculos nas duas janelas de visualização - 2D e 3D - e os números calculados e escritos em forma de texto.