Sistemas 2x2

CURSO	**TEMA**	**WWW.DANIPARTAL.NET**
1ºBach	4. Sistemas y Gauss	Colegio Marista "La Inmaculada" de Granada

INFORMACIÓN GENERAL

Resolución de sistemas de 2 ecuaciones y 2 incógnitas.

Dos rectas secantes en un punto generan un sistema con solución única (SCD).

Dos rectas paralelas no tienen puntos en común, por lo que forman un sistema incompatible (SI).

Dos rectas coincidentes tienen infinitos puntos en común, por lo que su sistema asociado es compatible indeterminado con un parámetro libre (SCI).

Vídeo asociado:

https://www.youtube.com/watch?v=0nekRWceX-E

RESOLVER SISTEMAS 2X2 MEDIANTE REDUCCIÓN DE INCÓGNITAS

Dado un sistema de ecuaciones 2x2 siempre podemos aplicar método de reducción para eliminar una incógnita de una de las ecuaciones y poder despejar.

Con la letra F_i indicaremos la fila-i (ecuación-i) sobre la cual operamos durante el proceso de reducción.

$$\left\{\begin{array}{c} x-y=0 \\ 2x+y=2 \end{array}\right\} \rightarrow F_1'=2\cdot F_1 \rightarrow \left\{\begin{array}{c} 2x-2y=0 \\ 2x+y=2 \end{array}\right\}$$

$$F_2'=F_2-F_1 \rightarrow \left\{\begin{array}{c} 2x-2y=0 \\ 3y=2 \end{array}\right\}$$

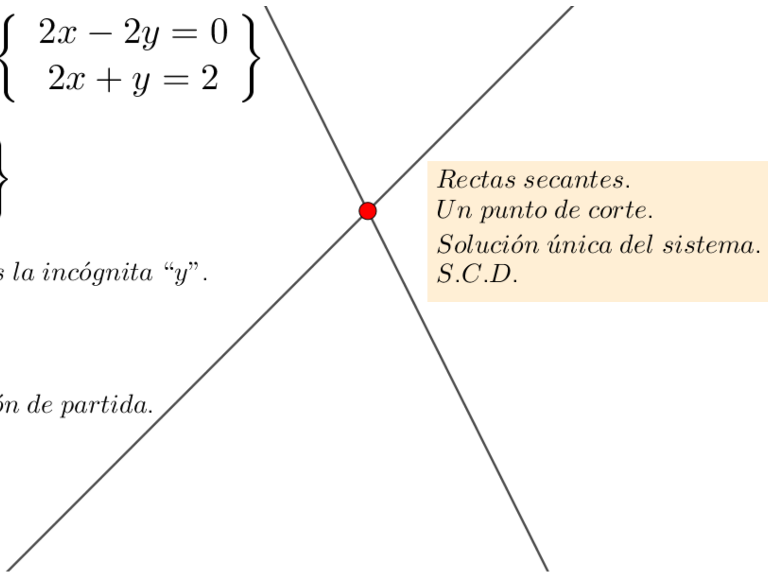
De la segunda ecuación (2ª fila) despejamos la incógnita "y".

$$3y=2 \rightarrow y=2/3$$

Sustituimos este valor en la primera ecuación de partida.

$$x-2/3=0 \rightarrow x=2/3$$

$Solución\ general: x=2/3\ ,\ y=2/3$



En el ejemplo anterior, las dos rectas asociadas a las ecuaciones del sistema son secantes en un punto. Las coordenadas del punto de corte son la solución de un sistema compatible determinado (SCD).

Idea importante**: una ecuación lineal de dos incógnitas siempre genera una recta en el plano**. Por lo tanto, podemos ver un sistema 2x2 como dos rectas en el plano. Y esas dos rectas pueden cortarse en un punto por ser secantes (SCD), no cortarse nunca por ser paralelas (SI) o cortarse en infinitos puntos por ser coincidentes (SCI).

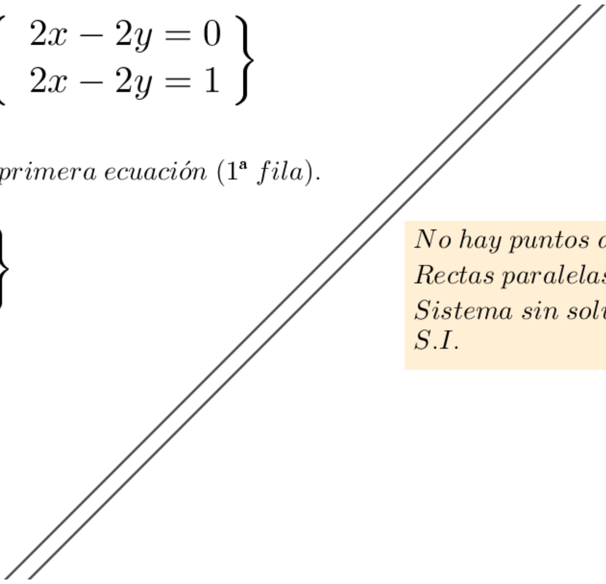
$$\left\{\begin{array}{c} x - y = 0 \\ 2x - 2y = 1 \end{array}\right\} \rightarrow F_1' = 2F_1 \rightarrow \left\{\begin{array}{c} 2x - 2y = 0 \\ 2x - 2y = 1 \end{array}\right\}$$

Restamos segunda ecuación (2ª fila) menos primera ecuación (1ª fila).

$$F_2' = F_2 - F_1 \rightarrow \left\{\begin{array}{c} 2x - 2y = 0 \\ 0 = 1 \end{array}\right\}$$

$$0 = 1 \rightarrow Absurdo\ matemático$$

En el momento que aparece un absurdo matemático significa que el sistema no tiene solución.



No hay puntos de corte. Rectas paralelas. Sistema sin solución. S.I.

Al resolver el sistema asociado a dos rectas paralelas aparece un absurdo matemático. Significa que el sistema no tiene solución (SI).

$$\left\{\begin{array}{c} x - y = 2 \\ 2x - 2y = 4 \end{array}\right\} \rightarrow F_1' = 2F_1 \rightarrow \left\{\begin{array}{c} 2x - 2y = 4 \\ 2x - 2y = 4 \end{array}\right\}$$

Restamos segunda ecuación (2ª fila) menos primera ecuación (1ª fila).

$$F_2' = F_2 - F_1 \rightarrow \left\{\begin{array}{c} 2x - 2y = 4 \\ 0 = 0 \end{array}\right\}$$

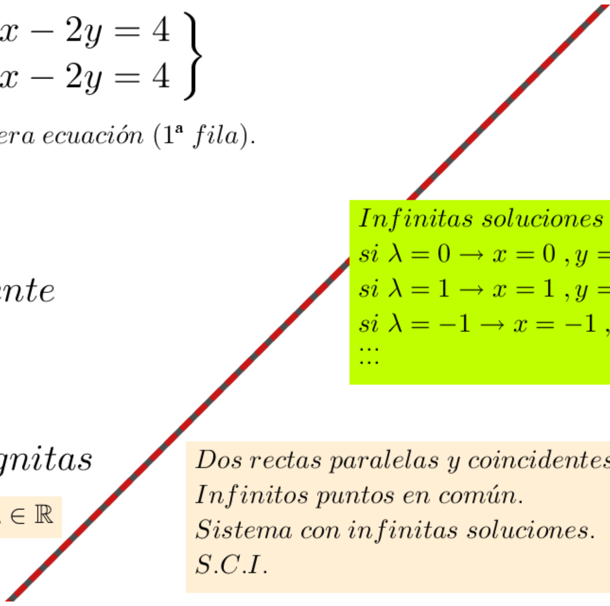
$$0 = 0 \rightarrow Tautología\ o\ verdad\ evidente$$

Siempre que aparece una tautología podemos obviar la fila correspondiente.

$$2x - 2y = 4 \rightarrow 1\ ecuación\ y\ 2\ incógnitas$$

$2 - 1 = 1$ *grado de libertad* $\rightarrow$ *Por ejemplo* : $x = \lambda \in \mathbb{R}$

Solución general : $x = \lambda\ ,\ y = \lambda - 2$



Infinitas soluciones :
si $\lambda = 0 \rightarrow x = 0\ , y = -2$
si $\lambda = 1 \rightarrow x = 1\ , y = -1$
si $\lambda = -1 \rightarrow x = -1\ , y = -3$
$\vdots$

Dos rectas paralelas y coincidentes. Infinitos puntos en común. Sistema con infinitas soluciones. S.C.I.

Cuando dos rectas son coincidentes, aparecen infinitos puntos en común. Una de las dos ecuaciones del sistema 2x2, tras aplicar reducción, queda como 0 = 0 (tautología).

Siempre que encontremos una tautología, podemos eliminarla. De esta forma, nos quedará una única ecuación con dos incógnitas. Una de las incógnitas será un parámetro libre (valor que oscila desde menos hasta más infinito). Tendremos infinitas soluciones del sistema (ya que hay infinitos puntos en común).