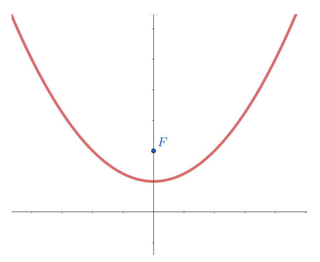
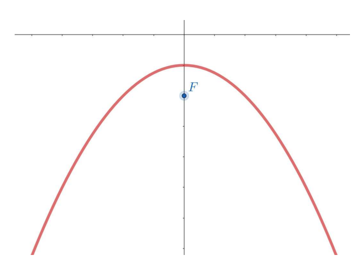
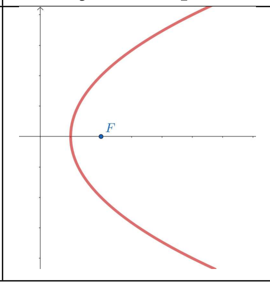
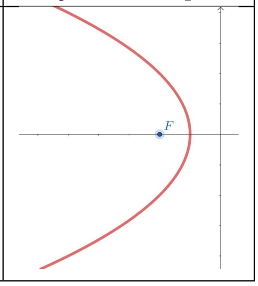
Equação (E.1), basta notar que as construções são apenas reflexões com os eixos do sistema de coordenadas.

Observe que, ao contrário da elipse e da hipérbole, a parábola tem quatro equações reduzidas quando centrada na origem. Verifique o resumo apresentado na Tabela E.1 relacionando a posição relativa da cônica com a **Equação Reduzida da parábola**.

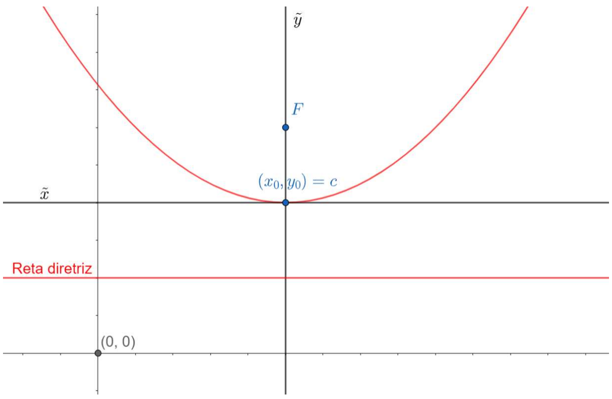
Tabela E.1 – Posição relativa da parábola aos eixos

$x^2 = 4yp$	$x^2 = -4yp$	$y^2 = 4xp$	$y^2 = -4xp$
			

Fonte: Próprio autor.

Consideremos agora o caso em que a cônica não esteja centrada na origem, isto é, que $C = (x_0, y_0) \neq (0, 0)$, e com a reta diretriz paralelo ao Eixo x. Intuitivamente, basta realizar uma translação no sistema de coordenadas que recairemos nos casos anteriores. Isto é, consideraremos o sistema de coordenadas com origem no ponto C e com Eixos $E_{\tilde{x}}$ e $E_{\tilde{y}}$ paralelos aos eixos do sistema de coordenadas original E_x e E_y, respectivamente, como mostra a Figura E.9.

Figura E.9 – Exemplo de parábola transladada



Fonte: Próprio autor.

Como neste novo sistema de coordenadas a parábola está centrada na origem e com a reta diretriz sobre o eixo focal $\tilde{y}$, a sua equação reduzida será

$$\tilde{x}^2 = 4\tilde{y}p.$$

Mas podemos relacionar as novas variáveis, com respeito às antigas, da seguinte forma: $\tilde{x} = x - x_0$ e $\tilde{y} = y - y_0$. Então, no sistema de coordenada original, a **Equação Reduzida da**

Parábola será

$$(x-x_0)^2 = 4p(y-y_0). \tag{E.5}$$

De modo análogo, para os casos do vértice na origem e concavidade para baixo, para direita e para esquerda, obtemos respectivamente

$$(x-x_0)^2 = -4p(y-y_0), \tag{E.6}$$

$$(y-y_0)^2 = 4p(x-x_0) \text{ e} \tag{E.7}$$

$$(y-y_0)^2 = -4p(x-x_0). \tag{E.8}$$

Note que, no caso em que o centro da Parábola está na origem do sistema de coordenadas, as Equações (E.1),(E.2),(E.3) e (E.4) recairão nas Equações (E.5), (E.7), (E.6) e (E.8), respectivamente. Desta forma a parábola admite as possibilidades de **Equações Reduzidas** descritas na Tabela E.2.

Tabela E.2 – Equação geral de acordo com a posição relativa da parábola

Equação	Condição	Figura
$(x-x_0)^2 = 4p(y-y_0).$	Eixo Focal da parábola é paralelo ao Eixo y do sistema de coordenadas	Figura E.4(a)
$(x-x_0)^2 = -4p(y-y_0).$	Eixo Focal da parábola é paralelo ao Eixo y do sistema de coordenadas	Figura E.6
$(y-y_0)^2 = 4p(x-x_0).$	Eixo Focal da parábola é paralelo ao Eixo x do sistema de coordenadas	Figura E.4(c)
$(y-y_0)^2 = -4p(x-x_0).$	Eixo Focal da parábola é paralelo ao Eixo x do sistema de coordenadas	Figura E.8

Fonte: Próprio autor.

Para o caso em que o Eixo Focal da parábola não é paralelo a nenhum dos eixos do sistema de coordenadas, como no caso da Figura E.4(b), a equação da parábola não será mais chamada de equação reduzida pois ela torna-se mais complexa e não será abordada neste trabalho.

Supondo que o foco pertença à reta diretriz, obteremos uma reta perpendicular a reta diretriz que passa pelo foco. Será demonstrado apenas um caso, para os demais a demonstração é análoga.

Utilizando o conhecimento demonstrado anteriormente, sejam $X = (x, y)$, $F(k, -p)$ e a reta diretriz $y = -p$. Pela definição de parábola temos,

$$\begin{aligned}
& d(X,F) = d(X,r) \\
\Rightarrow \quad & \sqrt{(x-k)^2 + (y-(-p))^2} = y + p \\
\Rightarrow \quad & (x-k)^2 + (y+p)^2 = (y+p)^2 \\
\Rightarrow \quad & (x-k)^2 = 0 \\
\Rightarrow \quad & x = k.
\end{aligned}$$