

Esercizi sul metodo della parabola e studio del segno

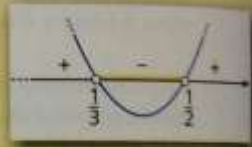
143 ESERCIZIO GUIDA Risolviamo la disequazione $5x(x-1) + x^2 + 1 < 0$.

Sviluppiamo i calcoli e otteniamo: $6x^2 - 5x + 1 < 0$.
 Risolviamo l'equazione associata $6x^2 - 5x + 1 = 0$.

$\Delta = 25 - 24 = 1 > 0 \rightarrow x = \frac{5 \pm 1}{12} \begin{cases} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} \end{cases}$

La parabola è SOTTO all'asse x (MINORE di zero)

per valori interni all'intervallo delle radici, pertanto la disequazione è verificata per $\frac{1}{3} < x < \frac{1}{2}$.



Risolvi le seguenti disequazioni di secondo grado.

144 $3x^2 - 12 > 0$ $|x < -2 \vee x > 2|$ **148** $-x^2 - 6x + 7 > 0$ $|-7 < x < 1|$
145 $x^2 + 3x - 18 \geq 0$ $|x \leq -6 \vee x \geq 3|$ **149** $3x^2 - 2x - 5 > 0$ $|x < -1 \vee x > \frac{5}{3}|$

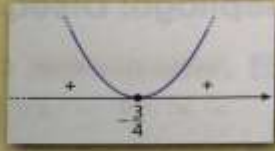
161 ESERCIZIO GUIDA Risolviamo la disequazione $9 + 8x(3 + 2x) \leq 0$.

Svolgiamo i calcoli e otteniamo: $16x^2 + 24x + 9 \leq 0$.
 Risolviamo l'equazione associata $16x^2 + 24x + 9 = 0$:

$\frac{\Delta}{4} = 144 - 144 = 0 \rightarrow x_1 = x_2 = -\frac{12}{16} = -\frac{3}{4}$.

La parabola è SOPRA all'asse x

per ogni valore di $x \neq -\frac{3}{4}$ e si annulla per $x = -\frac{3}{4}$.
 Pertanto l'unica soluzione della disequazione è $x = -\frac{3}{4}$.



Risolvi le seguenti disequazioni di secondo grado.

162 $9x^2 - 12x + 4 < 0$ $|\exists x \in \mathbb{R}|$ **167** $4x^2 + \frac{1}{4} - 2x \geq 0$ $|\forall x \in \mathbb{R}|$
163 $-16x^2 - 9 + 24x \leq 0$ $|\forall x \in \mathbb{R}|$ **168** $49x^2 - 14x + 1 \geq 0$ $|\forall x \in \mathbb{R}|$
164 $20x - 4x^2 - 25 < 0$ $|x \neq \frac{5}{2}|$ **169** $8x(2x + 1) > -1$ $|x \neq -\frac{1}{4}|$

L'equazione associata ha $\Delta < 0$

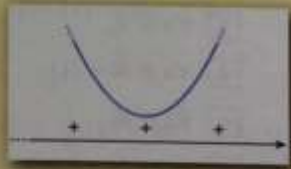
172 ESERCIZIO GUIDA Risolviamo la disequazione $5(2x+7) < -x^2$.

Sviluppiamo i calcoli e otteniamo: $x^2 - 10x + 35 < 0$.

Risolviamo l'equazione associata $x^2 + 10x + 35 = 0$:

$\frac{\Delta}{4} = 25 - 35 = -10 < 0 \rightarrow$ equazione impossibile.

La parabola è sempre SOPRA all'asse x, pertanto la disequazione è impossibile.



Risolvi le seguenti disequazioni di secondo grado.

173 $3x^2 + 2x + 5 > 0$

$[\forall x \in \mathbb{R}]$

177 $x^2 + x + 7 \geq 0$

$[\forall x \in \mathbb{R}]$

174 $\frac{1}{9}x^2 + x + 9 \leq 0$

$[\exists x \in \mathbb{R}]$

178 $x(2-x) < 6$

$[\forall x \in \mathbb{R}]$

175 $x^2 - 4x + 16 > 0$

$[\forall x \in \mathbb{R}]$

179 $-x^2 - 6 > 3x$

$[\exists x \in \mathbb{R}]$

Disequazioni risolubili con scomposizioni in fattori

336 **ESERCIZIO GUIDA** Risolviamo la disequazione di terzo grado $x^3 - 5x^2 - 4x + 20 > 0$.

Scomponiamo in fattori il polinomio $x^3 - 5x^2 - 4x + 20$ con un raccoglimento parziale:

$$x^2(x-5) - 4(x-5) > 0 \rightarrow (x^2-4)(x-5) > 0.$$

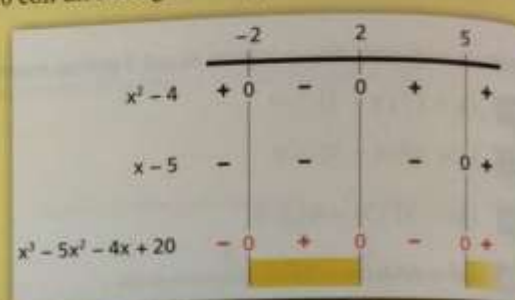
Studiamo il segno dei due fattori.

$$x^2 - 4 > 0 \rightarrow x < -2 \vee x > 2$$

$$x - 5 > 0 \rightarrow x > 5$$

La disequazione data è verificata per:

$$-2 < x < 2 \vee x > 5.$$



Risolvi le seguenti disequazioni di grado superiore al secondo, scomponendo in fattori.

337 $x^3 - 4x^2 - 5x > 0$

$[-1 < x < 0 \vee x > 5]$

341 $x^5 + 6x^4 + 9x^3 > 0$

$[x > 0]$

338 $x^4 + 7x^3 + 12x^2 < 0$

$[-4 < x < -3]$

342 $16x - x^5 \geq 0$

$[x \leq -2 \vee 0 \leq x \leq 2]$

339 $x^5 - 25x^3 > 0$

$[-5 < x < 0 \vee x > 5]$

343 $x^4 - 5x^2 \geq 0$

$[x \leq -\sqrt{5} \vee x \geq \sqrt{5} \vee x = 0]$

340 $x^3 + x^2 - 4x - 4 \leq 0$

$[x \leq -2 \vee -1 \leq x \leq 2]$

344 $x^6 + 8x^3 \geq 0$

$[x \leq -2 \vee x \geq 0]$