

Kurz GeoGebra

2.

Pravděpodobnost a statistika

GeoGebra institut Ostrava
ggi.vsb.cz



Tabulkový procesor má základní výpočetní funkce, které známe z programu Excel a umožňuje import dat z externího souboru. Je-li okno **Tabulka** aktivní, nabízí GeoGebra panel nástrojů pro analýzu dat. Data je možné propojit s grafickým prostředím **Nákresny** a využít jej k jejich názorné interpretaci.

Přehled nástrojů pro Tabulku (verze Klasik 5)

Nástroj pohybu



Ukazovátko

Nástroje pro analýzu dat



Analýza jednorozměrných dat



Regresní analýza dvojrozměrných dat



Analýza více proměnných



Pravděpodobnostní kalkulačka

Nástroje pro seznam a tabulku



Seznam



Seznam bodů

1 2

3 4

Matice



Tabulka



Lomená čára

Výpočetní nástroje



Součet



Aritmetický průměr



Počet



Maximum



Minimum

Další funkce

Pravděpodobnost

Příkazem `nCr(n, r)` určíme hodnotu kombinačního čísla a příkazem `nPr(n, r)` hodnotu variačního čísla.

Popisná analýza

geometrický průměr	<code>GeometrickyPrumer(data)</code>
harmonický průměr	<code>HarmonickyPrumer(data)</code>
arimetický průměr	<code>Prumer(data)</code>
medián	<code>Median(data)</code>
modus	<code>Modus(data)</code>
dolní kvartil	<code>Kvartil1(data)</code>
horní kvartil	<code>Kvartil3(data)</code>
percentil	<code>Percentil(data, p)</code>
výběrová směrodatná odchylka	<code>Stdev(data)</code>
výběrový rozptyl	<code>VyberovyRotptyl(data)</code>

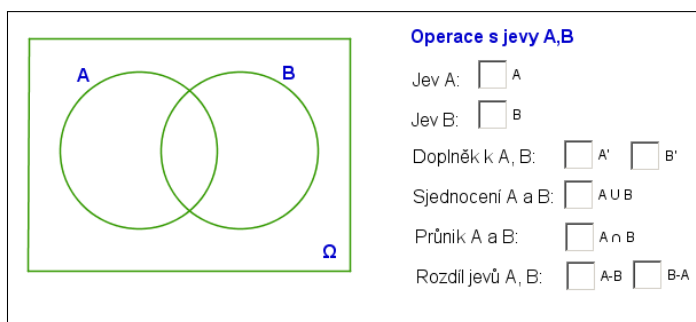
Grafy

Pro propojení dat v tabulce s nákresem vytvoříme ze sledovaného sloupce dat v tabulce seznam pomocí volby `Vytvorit(seznam)`. V opačném případě, chceme-li do tabulky vložit prvky seznamu, použijeme příkaz `NaplNitSloupec(cislo_sloupce, seznam)`, případně `NaplNitRadek(cislo_radku, seznam)`, `NaplNitBunky(bunky, seznam)`. Data v seznamu lze seřadit pomocí příkazu `Tridit(seznam)`.

kategorie v seznamu	<code>Unikatni(seznam)</code>
četnost	<code>Cetnost(seznam)</code>
kumulativní četnost	<code>Cetnost(true, seznam)</code>
tabulka četností	<code>FrekvencniTabulka(seznam)</code>
tabulka - interval	<code>FrekvencniTabulka(hranice_trid, seznam)</code>
bodový graf	<code>BodovyGraf(seznam)</code>
histogram	<code>SloupcovyGraf(kat_v_seznamu, seznam, sirka_sloupcu)</code>
histogram	<code>Histogram(hranice, cetnost(hranice, seznam))</code>
krabicový graf	<code>BoxPlot(nastaveni_pozice_y, meritko_y, seznam)</code>

Příklad 1: Jevové operace

Zadání: Znázorněte základní operace s jevy - sjednocení, průnik, rozdíl.

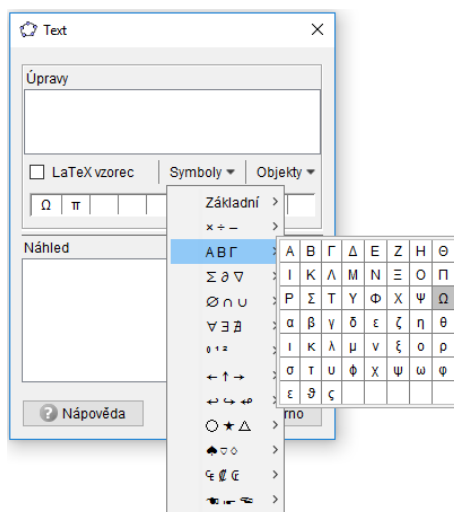


Obrázek 1: Ukázka hotové pomůcky.

Konstrukce



Nejprve si vytvoříme obdélník představující základní prostor a poté všechny množiny, se kterými budeme pracovat.

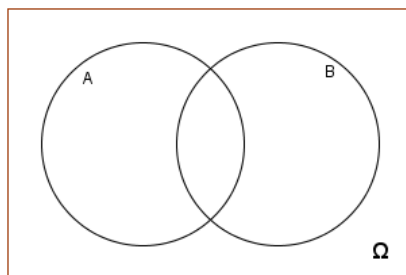
1.	<input type="text" value="Vstup:"/>	Do <i>Vstupu</i> postupně zadáme souřadnice bodů A–D reprezentující vrcholy obdélníku: $(0, 0)$ $(6, 0)$ $(6, 4)$ $(0, 4)$
2.	<input type="text" value="Vstup:"/>	Do <i>Vstupu</i> zadáme body E, F představující středy kružnic: $(2, 2)$ $(4, 2)$
3.		Postupným klikáním na body A, B, C, D a znovu bod A vytvoříme obdélník, který bude představovat základní prostor Ω .
4.	ABC	Do pravého dolního rohu obdélníku vložíme symbol Ω (obr. 2). Ve <i>Vlastnostech</i> objektu text1 na záložce <i>Text</i> nastavíme velikost na <i>Střední</i> a písmo na tučné <input type="text" value="T"/>).



Obrázek 2: Vložení symbolu Ω .

Jednotlivé množiny budou reprezentovány kružnicemi o poloměru 1.5.

5.		Vytvoříme kružnici e se středem v bodě E a poloměrem 1.5 (ve <i>Vlastnostech</i> v záložce <i>Základní</i> nastavíme <i>popisek</i> na A a zaškrtneme <i>zobrazit popis: popisek</i>).
6.		Vytvoříme kružnici f se středem v bodě F a poloměrem 1.5 (ve <i>Vlastnostech</i> v záložce <i>Základní</i> nastavíme <i>popisek</i> na B a zaškrtneme <i>zobrazit popis: popisek</i>).






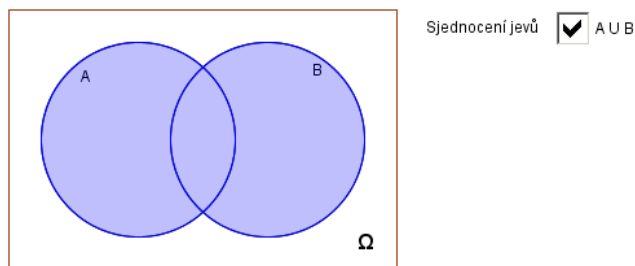
Obrázek 3: Množiny A a B , základní prostor Ω .

V následujících konstrukcích ukážeme různé přístupy, jak lze jednotlivé operace s jevy graficky znázornit.

Sjednocení jevů

Ke kopírování a vkládání rovnic a textů do *Vstupu* je možné použít klávesové zkratky CTRL+C a CTRL+V, což nám mnohdy může ulehčit práci.

1.		Z algebraického okna postupně zkopírujeme rovnice kružnic e , f . Vložíme je do <i>Vstupu</i> a upravíme: smažeme názvy kružnic, místo $=$ použijeme \leq a obě nerovnice spojíme logickou spojkou \vee . Logickou spojku \vee a \leq nalezneme pod  na konci <i>Vstupu</i> .
2.	ABC	Do nákrasny vložíme text Sjednocení jevů:
3.		Do nákrasny vložíme zaškrťovací políčko i , dáme mu popisek $A \cup B$.
4.		Ve vlastnostech objektu definující sjednocení (<i>Pro pokročilé</i>) upravíme <i>Podmínky zobrazení objektu: i</i>

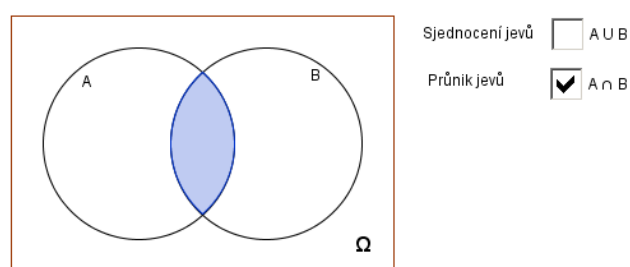


Obrázek 4: Sjednocení jevů.

Průnik jevů



Průnik lze znázornit obdobně jako sjednocení s využitím logické spojky \wedge . Ukážeme si způsob znázornění s využitím grafických nástrojů.

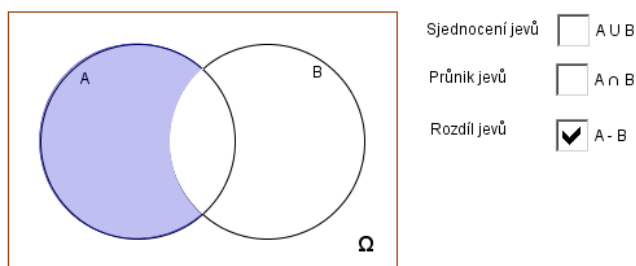
1.		Nalezneme průsečíky kružnic. Zvolíme nástroj a klikneme na kružnice e a f.
2.		Vytvoříme dva oblouky - klikneme na střed kružnice a průsečíky (ve vlastnostech oblouků změním barvu a upravíme průhlednost).
3.	ABC	Do nákresny vložíme text Průnik jevů:
4.		Do nákresny vložíme zaškrtnuté políčko j, dáme mu popisek $A \cap B$.
5.		Ve vlastnostech oblouků (Pro pokročilé) upravíme Podmínky zobrazení objektu: j



Obrázek 5: Průnik jevů.

Rozdíl jevů $A - B$

1.		Klikneme na první průsečík, pak na libovolný bod na kružnici pro jev A a na druhý průsečík.
2.		Ve vlastnostech oblouku změňíme barvu a případně upravíme neprůhlednost.
3.	<input data-bbox="288 465 357 495" type="text" value="vstup:"/>	Vytvoříme kruhový oblouk - zadáme <code>KruhObloukUhlu(F, G, H)</code> .
4.		Ve vlastnostech oblouku změňíme barvu na bílou a nastavíme neprůhlednost na 100.
5.	ABC	Do nákrсны vložíme text Rozdíl jevů:
6.		Do nákrсны vložíme zaškrťavací políčko m , dáme mu popisek $A - B$.
7.		Ve vlastnostech použitých oblouků (<i>Pro pokročilé</i>) upravíme <i>Podmínky zobrazení objektu</i> : m



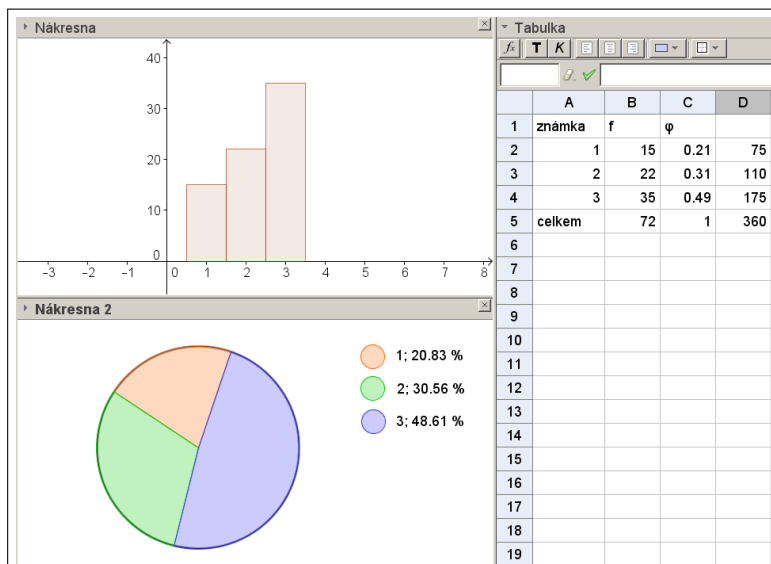
Obrázek 6: Rozdíl jevů.

Vyzkoušejte

1. Upravte Booleovské hodnoty u zaškrťavacích políček tak, aby šla znázornit pouze jedna zvolená operace (*Skriptování, Po aktualizaci*).
2. Znázorněte rozdíl $B - A$.
3. Znázorněte doplněk A' .

Příklad 2: Koláčový a sloupcový graf

Zadání: Mějme k dispozici známky studentů. Graficky znázorněte absolutní a relativní četnosti. Dále vytvořte koláčový a sloupcový graf.



Konstrukce

1.		Zobrazit → Tabulka
2.		Zobrazí vstupní pole Tabulky.

Vytvoříme tabulku. Do sloupce A zadáme varianty známek a do sloupce B počet studentů, kteří získali danou známku.

	A	B	C
1	známka	f	
2	1	15	
3	2	22	
4	3	35	
5			

S tabulkou pracujeme obdobně jako v Excelu.

3.		Určíme celkový počet udělených známek. Do buňky B5 zapíšeme: =suma (B2 : B4)
4.		Určíme relativní četnosti jednotlivých známek. V případě první známky zapíšeme do buňky C2: =B2/\$B5\$
5.		Hodnoty relativních četností pro zbývající známky obdržíme potáhnutím za pravý dolní roh.

Některé charakteristiky lze určit i přímo v tabulce. Klikneme do libovolné buňky a zvolíme možnost


pro součet, pro počet, pro průměr, pro minimální a pro maximální hodnotu. Následně označíme data, pro která chceme charakteristiku vypočítat.

	A	B	C	D
1	známka	f	φ	
2		1	15	0.21
3		2	22	0.31
4		3	35	0.49
5	celkem		72	
6				

Vytvoříme histogram (sloupcový graf). Nejprve si otevřeme Nákresnu (*Zobrazit* → *Nákresna*).

6.	<input type="text" value=""/>	Do vstupního pole zadáme příkaz: <code>SloupcovyGraf (A2:A4, B2:B4)</code>
----	-------------------------------	--

Vytvoříme koláčový graf. Otevřeme Nákresnu2 (*Zobrazit* → *Nákresna2*). Klikneme prvním tlačítkem myši do Nákresny 2 a skryjeme osy.

7.		Vytvoříme kružnici danou středem a bodem (v Nákresně 2 se objeví kromě kružnice ještě střed kružnice A a bod na kružnici B).
----	---	--

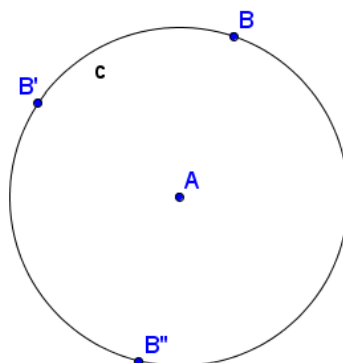
V tabulce četností si dopočteme úhly.

8.	<input type="text" value=""/>	Spočítáme úhel pro výseč první známky. Do buňky D2 zapíšeme: $=C2 * 360^\circ$
9.	<input type="text" value="75"/>	Potáhnutím za pravý dolní roh určíme hodnoty i pro ostatní možnosti.

Na kružnici vyneseme body posunuté o příslušný úhel.


10.	<input type="text" value=""/>	Do vstupního pole zadáme příkaz: <code>Rotace (B, D2, A)</code>
11.	<input type="text" value=""/>	Do vstupního pole zadáme příkaz: <code>Rotace (B', D3, A)</code>
12.	<input type="text" value=""/>	Do vstupního pole zadáme příkaz: <code>Rotace (B'', D4, A)</code>

Poslední rotace není potřeba.



Nyní přejdeme k vytvoření jednotlivých výsečí.

13.	<input type="text" value="vstup:"/>	Do vstupu zadáme příkaz: <code>KruhovaVysecDanaUhlem (A, B, B')</code>
14.	<input type="text" value="vstup:"/>	Do vstupu zadáme příkaz: <code>KruhovaVysecDanaUhlem (A, B' , B'')</code>
15.	<input type="text" value="vstup:"/>	Do vstupu zadáme příkaz: <code>KruhovaVysecDanaUhlem (A, B'' , B)</code>

Vzhledem k tomu, že některé příkazy mají svůj ekvivalent v nástroji na liště nástrojů, můžeme místo příkazu `KruhovaVysecDanaUhlem` v krocích 13-15 využít nástroj .

Vyzkoušejte

Jednotlivým částem koláčového grafu můžeme změnit barvu, skrýt body, přidat popisky, případně přidat legendu.