

Problemas – Tema 5

Problemas resueltos - 10 - cambio de variable impar en seno

1. Resuelve $\int \operatorname{sen}^3 x \cdot \cos^5 x \, dx$

La integral es impar en seno, impar en coseno y par en el producto seno por coseno. Vamos a proponer el cambio de variable válido para integrales impar en seno: $\cos x = t$.

$$\text{Diferenciamos} \rightarrow -\operatorname{sen} x \, dx = dt \rightarrow dx = \frac{dt}{-\operatorname{sen} x}$$

$$I = \int \operatorname{sen}^3 x \cdot \cos^5 x \, dx = \int \operatorname{sen}^3 x \cdot t^5 \frac{dt}{-\operatorname{sen} x} = - \int \operatorname{sen}^2 x \cdot t^5 \, dt$$

$$I = - \int \operatorname{sen}^2 x \cdot t^5 \, dt = - \int (1 - \cos^2 x) \cdot t^5 \, dt = - \int (1 - t^2) t^5 \, dt = - \int (t^5 - t^7) \, dt = \int (t^7 - t^5) \, dt$$

$$I = \frac{t^8}{8} - \frac{t^6}{6} + C$$

Deshacemos el cambio de variable:

$$I = \frac{\cos^8 x}{8} - \frac{\cos^6 x}{6} + C$$