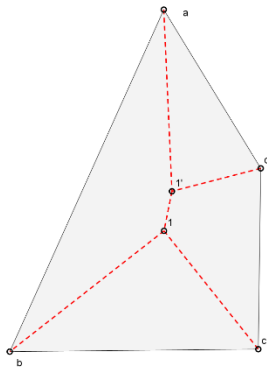


32 Lloses

32.2 Llosa. Quadrilàter. Tot recolzat. Línies de trencament

El juliol de 2021 *José Manuel Tocado Cabezas* redacta el document '*Cálculo de losas de hormigón armado mediante el método de las líneas de rotura*' publicat per el *Departamento de Mecànica de Estructuras e Ingeniería Hidràulica de la Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Granada*. En aquest estudi es fa un resum històric del mètode de les línies de trencament per al càlcul de lloses i una introducció teòrica (*K. W. Johansen-1972*). Però el que el fa particularment interessant és que en els exemples se segueix, al peu de la lletra, la teoria prèviament exposada, cosa difícil d'obtenir en la bibliografia sobre el tema. Per tot això, es creu oportú realitzar una aplicació amb el programa GeoGebra que aprofiti les particularitats gràfiques del sistema de les línies de trencament.



Aquesta aplicació explica el càlcul d'una llosa simple en forma de quadrilàter o, dit d'una altra manera, s'analitza una llosa amb quatre costats de la manera més general possible. S'ha suposat que aquests quatre costats estan simplement recolzats i que la càrrega q està uniformement repartida a tota la superfície de la llosa.

Encara que la present memòria no farà una exposició explícita de la teoria de les línies de trencament, a mesura que es vagi desenvolupant l'exemple es faran les notes precises per a la seva compressió.

Fig. 32.1

La llosa triada és aproximadament la mateixa que exposa *José Manuel Tocado* en el seu estudi. Es tracta de la llosa que s'observa a la figura 32.1 de vèrtexs a...d que en el requadre de geometria de la segona pantalla gràfica es dona en coordenades i metres. Està sotmesa a una càrrega uniformement repartida $q = 14.7 \text{ kN/m}^2$. A continuació, s'expliquen els següents punts:

1. Proposta de línies de trencament. Patró de trencament. És el punt més important de l'exemple, atès que les línies de trencament poden tenir formes diferents. En l'aplicació, els punts 1 i 1' són punts mòbils que ens permeten dibuixar les línies de trencament que s'han representat amb una línia vermella discontinua. Les línies de trencament representen les formes que tindrien les fissures en el cas que la càrrega produís la plastificació o pre-trencament de la llosa. Es tindrà en compte que:

1.1 Si no es coneix prèviament quin serà el patró de trencament no és possible calcular la llosa per aquest mètode.

1.2 Inclòs sabent (o intuït) quin és el patró de trencament, la disposició de les línies de trencament poden tenir diferents siluetes (aproximades), tal com es veu a la figura 32.1 movent els punts 1 i 1'. Per tant, per a cada patró de trencament es tindrà un resultat diferent. S'haurà de buscar un patró que produeixi el resultat més pessim possible, cosa que en GeoGebra serà relativament fàcil. Per a una llosa quadrada amb càrrega uniformement repartida, el patró de trencament està molt clar, els punts 1 i 1' coincideixen i la forma de les línies de trencament són indiscutibles, però en altres casos es poden produir errors. És per això que normatives com el '*Documento de aplicació de la EHE-08*' o l'*Eurocódigo 2*' únicament permeten utilitzar el mètode com a comprovació i no com a càlcul principal. En referència a aquesta qüestió *José Manuel*

Tocado cita la següent frase de Johansen: “En carregar una placa fins al trencament, aquest ve precedit de fissures que poden idealitzar-se en línies rectes situades i dirigides en formes diferents segons la forma de la placa, entregues, càrregues, armadures...”.

1.3 Les vores de la llosa es converteixen en eixos de rotació (o gir) a efectes de trencament.

1.4 Les línies de trencament s’expressen com a línies rectes.

1.5 Les línies de trencament acaben en la vora de la llosa.

1.6 Les línies de trencament divideixen la llosa en regions. Les línies hauran de coincidir amb el punt de trobada dels eixos de gir de cada regió.

1.7 El punt 1 és el que suposadament ha de tenir la màxima deformació.

2. Regions. Les línies de trencament divideixen la llosa en regions anomenades A...D (fig. 32.2).

Es calcula la superfície de les regions $\Omega_A... \Omega_D$. Lògicament, aquestes superfícies variaran si varien les posicions dels punts 1 i 1’.

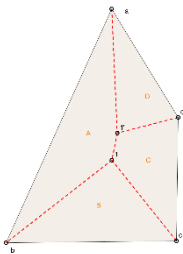


Fig. 32.2

3. Centroides. Es calcula el centroide de cadascuna de les regions $g_A...g_D$ (fig. 32.3).

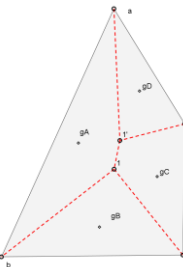


Fig. 32.3

4. Deformacions unitàries. Suposant que el punt 1 és el que té més deformació de la llosa i donada en aquest punt la deformació unitària 1_m , es calculen els descensos dels centroides $\delta 1_A... \delta 1_D$. Aquests també variaran si varien les dimensions o forma de les regions.

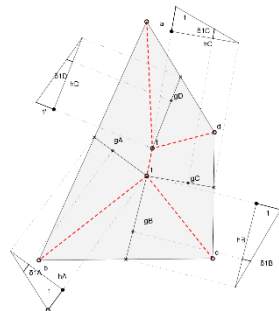


Fig. 32.4

.5. Energia potencial perduda per la càrrega deguda a la deformació E. Multiplicant la càrrega q per la suma de les àrees de les regions Ω_i , i pel descens del seus centroides δ_i , es troba el valor E.

.6. Projecció de les línies de trencament. Per a cada regió, les línies es projecten als eixos de gir horitzontals del conjunt. Això es veu a les figures 32.5 a 32.9. Com s'observa, es creen els segments r_{1i} , r_{2i} , s_{1i} i s_{2i} per a cada regió.

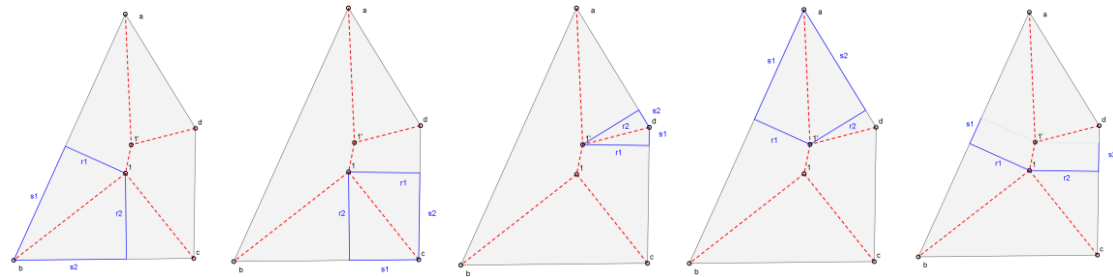


Fig. 32.5

Fig. 32.6

Fig. 32.7

Fig. 32.8

Fig. 32.9

.7. Treball sobre les línies de trencament W_i . Per a cada regió tindrem $W_i = M \cdot (s_i/r_i) \cdot 2$. Sent M el moment resultant.

.8. Energia total generada per la llosa W_t . Serà la suma de totes les W_i . $W_t = \sum W_i$.

.9. Moment flector de trencament $M_{t,max}$. Serà $E = W_t$, amb la qual cosa es pot deduir el valor d' $M_{t,max}$.

Al full de càlcul de GeoGebra es pot observar, al detall, el procés aquí indicat.

El resultat obtingut en el procés manual de càlcul de l'exemple de *José Manuel Tocado* és de $M = 33.94$ mkN/m. Amb GeoGebra i amb subtils moviments dels punts 1 i 1' els valors d' $M_{t,max}$ estan compresos entre 30 i 35 mkN/m.

S'ha dir que l'aplicació subministra únicament un sol moment flector màxim de trencament $M_{t,max}$. Aquest condiona l'armat principal perpendicular a la línia 1-1'. En lloses rectangulars o sensiblement rectangulars el màxim moment va en sentit de la menor dimensió, coincidint igualment amb l'armat principal.