



อนุกรมเรขาคณิต (Geometric Series)

เมื่อ $a_1, a_1r, a_1r^2, \dots, a_1r^{n-1}$ เป็นลำดับเรขาคณิต

จะได้ $a_1 + a_1r + a_1r^2 + \dots + a_1r^{n-1}$ เป็นอนุกรมเรขาคณิต ซึ่งมี a_1 เป็นพจน์แรกของอนุกรมและ r เป็นอัตราส่วนร่วมของอนุกรมเรขาคณิต

ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต

ให้ S_n แทนผลบวก n พจน์แรกของอนุกรม

$$\begin{aligned} S_n &= a_1 + a_1r + a_1r^2 + \dots + a_1r^{n-2} + a_1r^{n-1} && \text{①} \\ \text{①} \times r \text{ ได้ } rS_n &= a_1r + a_1r^2 + \dots + a_1r^{n-1} + a_1r^n && \text{②} \\ \text{①} - \text{②} \text{ ได้ } S_n - rS_n &= a_1 + a_1r^n \\ (1-r)S_n &= a_1(1-r^n) \\ S_n &= \frac{a_1(1-r^n)}{(1-r)} \quad \text{เมื่อ } r \neq 1 \end{aligned}$$

$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} ; r \neq 1$$

หรืออาจเขียนผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตได้อีกแบบหนึ่งคือ

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \\ &= \frac{a_1 - a_1r^n}{1-r} \\ &= \frac{a_1 - a_n r}{1-r} \\ &= \frac{a_1 - a_1r^{n-1} \cdot r}{1-r} \\ \therefore a_n &= a_1r^{n-1} \end{aligned}$$

$$S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1-r} ; r \neq 1$$



1. จงหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต เมื่อกำหนดให้

1) $n = 4, a_1 = 3, r = 2$

2) $n = 7, a_1 = 5, r = 4$

3) $n = 9, a_1 = -3, r = 5$

4) $n = 10, a_1 = 4, r = 3$

5) $n = 11, a_1 = -7, r = 3$

6) $n = 14, a_1 = -5, r = -2$

2. จงหาผลบวก 9 พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต $2 + 6 + 18 + 54 + \dots$

3. จงหาผลบวก 8 พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต $9 + 12 + 16 + \frac{64}{3} + \dots$

4. จงหาผลบวก 10 พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต $\frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \frac{8}{27} + \frac{16}{81} + \dots$

5. จงหาผลบวกของพจน์ของอนุกรมเรขาคณิตที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1) $9 + 27 + 81 + \dots + 729$

3) $4 + 2 + 1 + \dots + \frac{1}{512}$

5) $1 + (-2) + 4 + \dots + 256$

2) $2 + 8 + 32 + \dots + 8,192$

4) $16 + 8 + 4 + \dots + \frac{1}{32}$

6) $(-1) + 3 + (-9) + \dots + (-729)$

6. อนุกรมเรขาคณิต $4 + 12 + 36 + \dots$ มีกี่พจน์ จึงจะทำให้ผลบวกเป็น 13,120

7. อนุกรมเรขาคณิต $48 - 96 + 192 + \dots$ จะต้องบวกกันกี่พจน์ ถึงจะได้ผลบวกเป็น 528

8. อนุกรมเรขาคณิตอนุกรมหนึ่งมีพจน์แรกเป็น $\frac{1}{2}$ และพจน์ที่ 4 เท่ากับ 32 จงหาผลบวก 6 พจน์แรกของอนุกรมนี้

9. อนุกรมเลขคณิตอนุกรมหนึ่งมี $a_1 = 81$, $a_n = -16$ และ $S_n = 55$ จงหา r และ n

10. พลต้งใจจะออมเงินโดยวันแรกเขาเก็บไว้ 1 บาท วันที่สอง 2 บาท วันที่สาม 4 บาท วันที่สี่ 8 บาท
เช่นนี้เรื่อยไปจนครบ 15 วัน พอลจะมีเงินออมทั้งหมดเท่าใด
