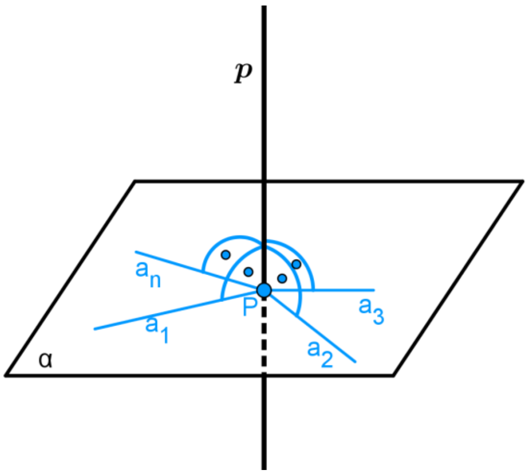
OSNOVNI POJMOVI

NORMALNOST PRAVE I RAVNI

DEFINICIJA: Prava je normalna na ravan, ako i samo ako je normalna na svaku pravu te ravni koja sadrži tačku prodora



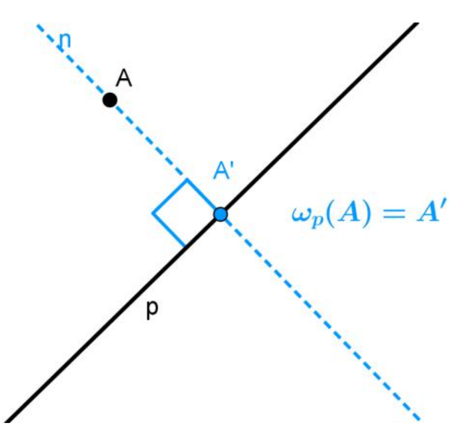
$$\boldsymbol{p \perp \alpha \overset{def}{\Longleftrightarrow} (\exists P)(p \cap \alpha = \{P\}) \wedge (\forall a \subset \alpha)\ (a \ni P\ \Rightarrow p \perp a)}$$

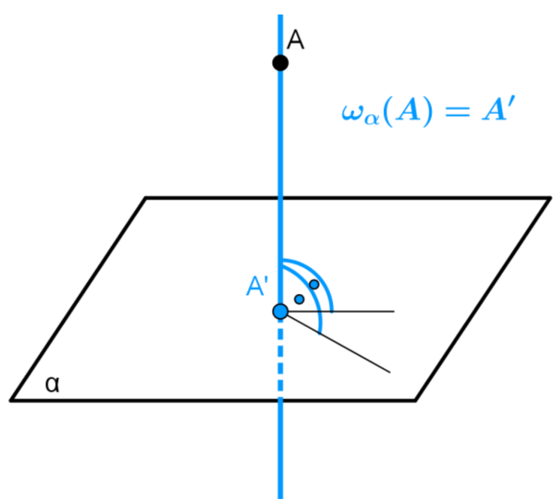
Da bismo proverili da li je prava normalna na ravan po definiciji, neophodno bi bilo proveriti da je prava normalna na SVAKU pravu te ravni koja sadrži tačku prodora. kako je ovo nemoguće učiniti, jer je takvih pravih beskonačno mnogo, uvodimo važnu teoremu koja daje potreban i dovoljan uslov za normalnost prave i ravni - Košijeva teorema ⟶

KOŠIJEVA TEOREMA: Prava je normalna na ravan ako i samo ako je normalna na dve različite prave te ravni koje sadrže tačku prodora.
Dokaz ove teoreme nalazi se u udžbeniku za prvi razred, u okviru poglavlja koje se odnosi na relaciju normalnosti i svodi se na elementarnu primenu podudarnosti trouglova, kao i osobina jednakokrakog trougla.

ORTOGONALNA PROJEKCIJA

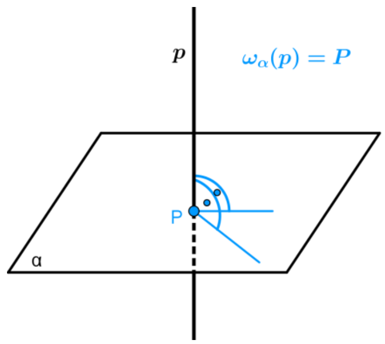
ORTOGONALNA PROJEKCIJA TAČKE A na datu pravu p (ravan α) je tačka A' koja je podnožje normale konstruisane iz date tačke A na datu pravu (ravan), u oznaci $\omega_p(A) = A'$ $(\omega_\alpha(A) = A')$.





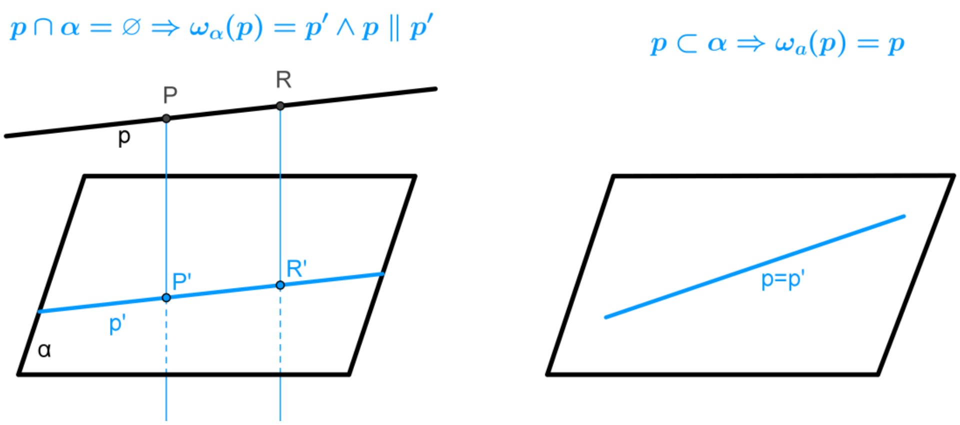
ORTOGONALNA PROJEKCIJA PRAVE p na ravan α određena je ortogonalnim projekcijama njenih tačaka na datu ravan.

- Ako je prava normalna na ravan, onda je njena ortogonalna projekcija TAČKA i to TAČKA PRODORA.

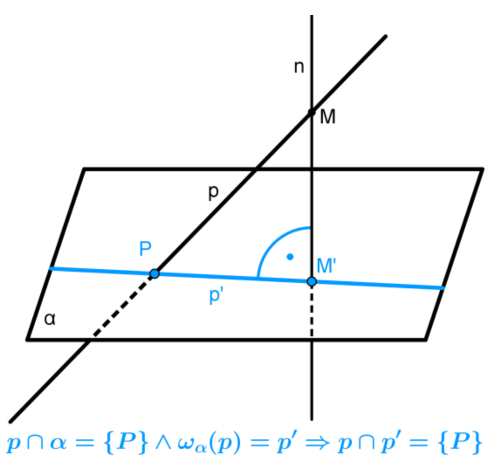


$$p \perp \alpha \;\wedge\; p \cap \alpha = \{P\} \;\Rightarrow\; \omega_\alpha(p) = P$$

- Ako je prava paralelna sa ravni onda je njena ortogonalna projekcija prava koja joj je paralelna

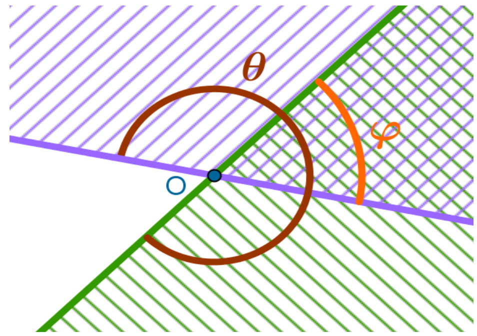


- U ostalim slučajevima prava i njena projekcija na ravan seku se u tački prodora



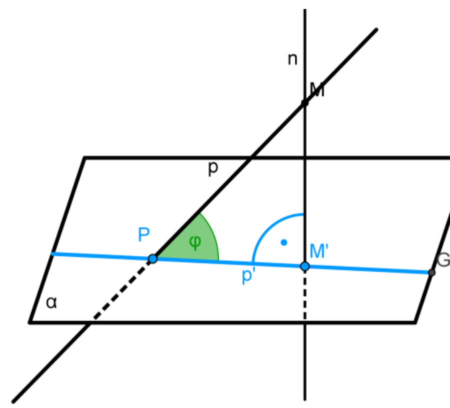
UGLOVI U PROSTORU

Podsetnik: **Ugao između dve prave koje se seku** je presek ili unija dve poluravni koje te prave određuju u ravni u kojoj se nalaze.



Prostorni uglovi su ugao između prave i ravni i ugao između dve ravni (ugao diedra) i oni se takođe svode na uglove izmeu dve prave!

- UGAO IZMEĐU PRAVE I RAVNI je oštar ugao između date prave i njene ortogonalne projekcije na datu ravan, u oznaci $\measuredangle(p,\alpha)$. Ovaj ugao je najmanji od svih uglova, koje prava p obrazuje sa pravama iz ravni koje sadrže tačku prodora.

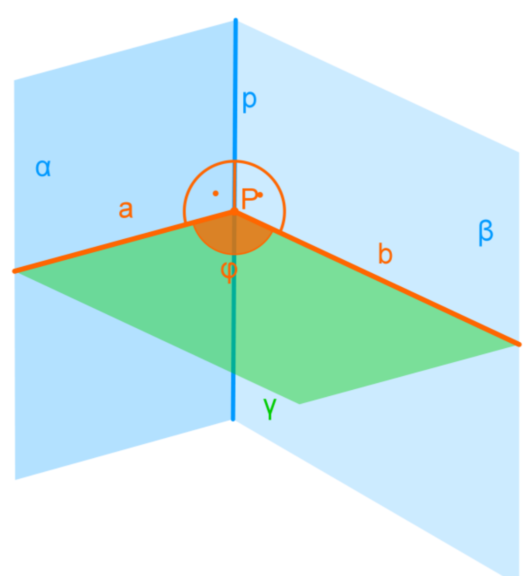


$$p \cap \alpha = \{P\} \wedge \omega_\alpha(p) = p' \Rightarrow \measuredangle(p,\alpha) = \measuredangle(p,p')$$

- DIEDAR (u prevodu, dvostrana površ) u prostoru odgovara uglu u ravni. Naime, diedar je presek ili unija dva poluprostora koja određuju dve ravni koje se seku. Prava preseka ***p*** je IVICA DIEDRA, dok su poluravni α i β STRANE DIEDRA.

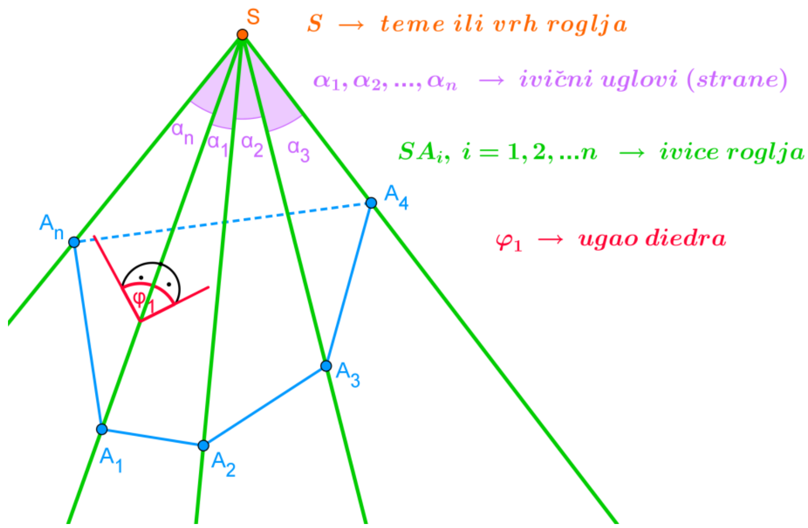
  UGAO DIEDRA u oznaci $\measuredangle\alpha p\beta$, gde su α i β strane, a p ivica diedra, je ugao preseka datog diedra i ravni γ normalne na njegovu ivicu $\rightarrow \quad \varphi = \measuredangle aPb$.

  Kako je $p \perp \gamma \quad \wedge \quad a,\ b \subset \gamma \quad \Rightarrow \quad p \perp a, b$ (na osnovu Košijeve teoreme o normalnosti prave i ravni)



ROGALJ I TRIEDAR

- Neka je $A_1A_2 \dots A_n$ proizvoljan mnogougao, a tačka S tačka koja nije u ravni mnogougla. Skup svih polupravih sa $SA_1,\ SA_2 \dots SA_n$ naziva se **rogalj**. Tačka S je **vrh** ili **teme** roglja, poluprave $SA_1,\ SA_2, \dots, SA_n$ su **ivice roglja**, a uglovi $\measuredangle A_1SA_2,\ \measuredangle A_2SA_3 \dots \measuredangle A_nSA_1$ su **strane roglja** ili **ivični uglovi** (jer su im kraci ivice roglja). Diedar formiran od dve susedne strane roglja je **diedar roglja (**strane su mu susedne strane roglja, a ivica je njihova zajednička ivica**)**
- Rogalj koji ima n strana je **n-tostrani rogalj**.
- **Trostrani rogalj** zovemo **triedar** (u prevodu, trostrana površ). Triedar u prostoru odgovara trouglu u ravni, te ima i neke slične osobine.
- Ako je mnogougao $A_1A_2 \dots A_n$ konveksan (nekonveksan), onda je i odgovarajući rogalj konveksan (nekonveksan).

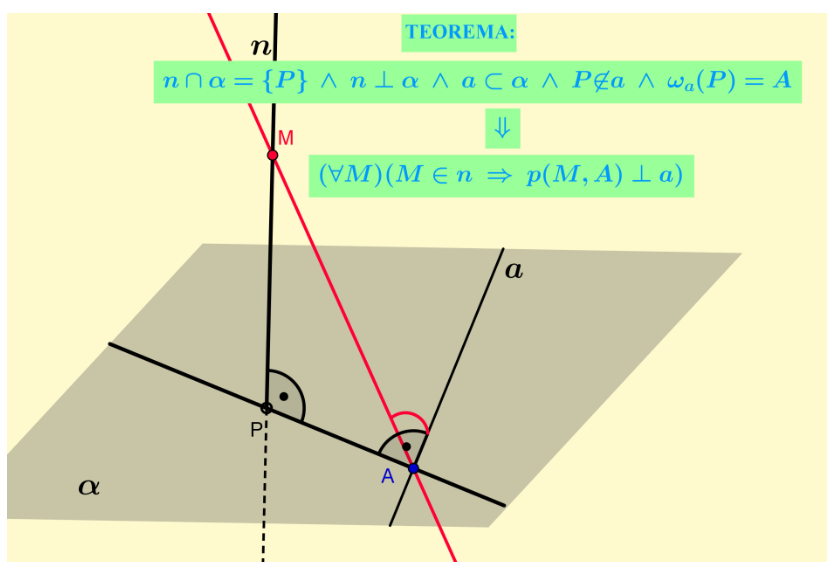


NEKE VAŽNE TEOREME

TEOREMA O TRI NORMALE: Neka je prava n normalna na ravan α i prodire je u tački P. Neka je a prava u ravni α koja ne sadrži tačku P, a tačka A ortogonalna projekcija tačke P na pravu a. Tada je svaka prava koja seče pravu n i sadrži tačku A normalna na pravu a.

Dokaz teoreme je na sledećem linku

https://www.geogebra.org/m/xqkkHKsb#material/cRzrDWtM



TEOREMA: Naspram jednakih ivičnih uglova (strana) triedra, leže jednaki uglovi diedara, i obrnuto.

Ova teorema odgovara teoremi o stranicama i uglovima trougla → Naspram jednakih stranica trougla leže jednaki uglovi.

Dokaz teoreme je nasledećem linku

https://www.geogebra.org/m/xqkkHKsb#material/DnGxuPaE

TEOREMA: Svaki ivični ugao (strana) triedra manji je od zbira druga dva ivična ugla (strane triedra), a veći od njihove razlike.

Ova teorema odgovara teoremi o stranicama trougla → Svaka stranica trougla manja je od zbira druge dve stranice, a veća od njihove razlike.

TEOREMA: Zbir svih ivičnih uglova (strana) roglja manji je od punog ugla.

Ukoliko bi zbir bio jednak punom uglu, onda bi se tačka *S*, koja je vrh roglja našla unutar mnogougla $A_1A_2 \ldots A_n$, tj. sve tačke $S, A_1, A_2, \ldots, A_n$ bi bile u istoj ravni.

TEOREMA: Neka je dat proizvoljan diedar sa uglom φ i na jednoj njegovoj strani duž $|AB|$. Neka je $|A'B'|$ normalna projekcija date duži na drugu stranu diedra. Tada važe sledeća tvrđenja:

1. Ako je duž $|AB|$ paralelna ivici diedra, onda je njena projekcija $|A'B'|$ podudarna i paralelna sa $|AB|$.
2. Ako je $|AB|$ normalna na ivicu diedra, onda je njena projekcija $|A'B'| = |AB| cos\varphi$.

Teorema je na sledećem linku

https://www.geogebra.org/m/xqkkHKsb#material/MXjq7UFR