Teoría – Tema 3

Teoría - 2 - unidad imaginaria y notación binómica

Definición de unidad imaginaria

Ante la imposibilidad de efectuar raíces de índice par y radicando negativo, aparecen los números complejos $\mathbb{C}$. El elemento característico de los complejos es la unidad imaginaria i , definida:

$i=\sqrt{-1} \rightarrow i^2=-1$

El cuadrado de la unidad imaginaria es igual a *-1*.

Con esta unidad imaginaria podemos resolver ecuaciones cuyas soluciones no existen en el cuerpo de los números reales.

Ejemplo 1 resuelto

Resuelve $x^2+x+1=0$

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{1-4}}{2}=\frac{-1}{2}\pm\frac{\sqrt{-3}}{2} \rightarrow x=\frac{-1}{2}\pm\frac{\sqrt{3\cdot(-1)}}{2}=\frac{-1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}\cdot\sqrt{-1}}{2}$$

Si $i=\sqrt{-1} \rightarrow x_1=\frac{-1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot i$, $x_2=\frac{-1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot i$

Las dos soluciones pertenecen a los números complejos, por aparecer la unidad imaginaria *i*.

La parte que va multiplicada a la unidad imaginaria i se llama parte imaginaria del número, y la parte que no va multiplicada a i es la parte real del número complejo.

Con ayuda de i podemos construir números no reales, que llamaremos números complejos.

$x=5\in\mathbb{R} \rightarrow 5=5+0\cdot i$ → Un número real es un complejo sin unidad imaginaria.

$i=0+i$ → La unidad imaginaria i es un número complejo sin componente real.

$z=-1-\sqrt{3}\cdot i$ → Su parte real vale -1 y su parte imaginaria $-\sqrt{3}$.

Los números complejos que no poseen parte real se llaman **imaginarios puros**. Mientras que los números complejos que no poseen parte imaginaria se llaman **reales puros**.

Muestra de números imaginarios puros (complejos sin parte real):

$$i=0+i$$

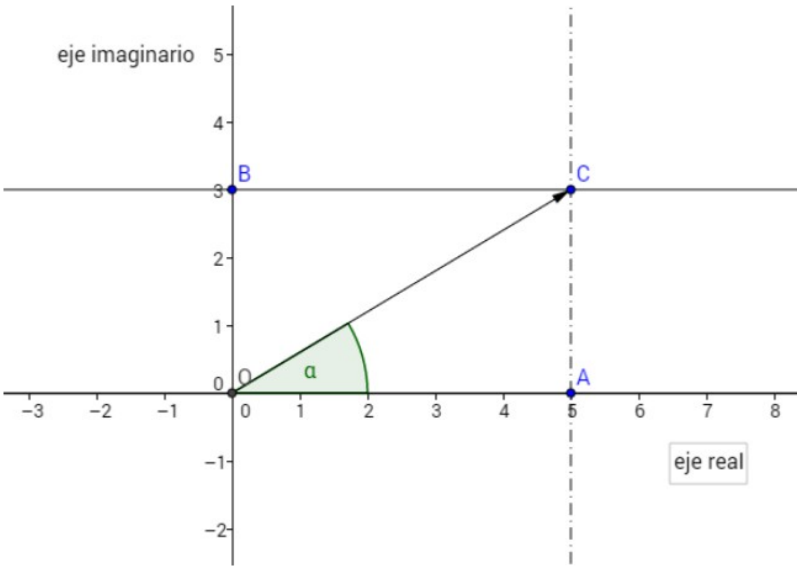
$$2\cdot i=0+2\cdot i$$

$$-5\cdot i=0-5\cdot i$$

$$\left(\frac{2+\sqrt{7}}{3}\right)\cdot i=0+\left(\frac{2+\sqrt{7}}{3}\right)\cdot i$$

Vamos a representar los números complejos en dos ejes cartesianos. El eje horizontal pasará a llamarse **eje real** y el eje vertical será el **eje imaginario**. Ambos forman el **plano complejo**.

Como su propio nombre indica, en el eje real representaremos números reales (complejos sin parte imaginaria) y en el eje imaginario representaremos números imaginarios puros (complejos sin parte real). En los cuatro cuadrantes tendremos números complejos con parte real y con parte imaginaria distinta de cero.



En la gráfica superior el punto $A(5,0)=5$ indica un número real, el punto $B(0,3)=3\cdot i$ indica un imaginario puro, y $C(5,3)=5+3\cdot i$ un número complejo con parte real y parte imaginaria no nulas.

De manera general siempre podremos expresar un complejo con la notación binómica:

$$z=a+b\cdot i$$

Siendo a, b números reales.

En nuestro ejemplo anterior $z=5+3\cdot i$ tendríamos $a=5, b=3$.