

$$I = \int \frac{x}{\cos^2(x)} dx$$

1. Soy una desdichada integral, que no me sé solucionar. ¿Quién escuchará el clamor de mi pobre diferencial, que mis llantos tiene que aguantar?

¿Impar en seno?

$$\text{¿} \cos(x) = t \text{?}$$

2. No eres impar en seno, ¡qué fatalidad! No posees senos por ningún lugar. Por lo tanto, su cambio de variable no puedes utilizar.

¿Impar en coseno?

$$\text{¿sen}(x) = t?$$

3. Tampoco eres impar en coseno. Tu exponente al cuadrado te condena. Si al menos tu exponente fuese impar, lo pondrías intentar. Pero al cuadrado, jamás lo conseguirás.

¿Par en seno·coseno?

$$¿\text{tg}(x) = t?$$

4. El cambio par en seno por coseno podrías tantear, para a ver quién es el guapo que la “x” de tu numerador sea capaz de expresar según tu nueva variable tic, toc, tic, tac. Porque una arcotangente saldrá, y la cosa más fea se pondrá.

¿Por partes?

5. Espera preciosa, no llores más. Que una solución las Matemáticas te pueden dar. Existe un método apropiado para tu pobre integral. Pero ten cuidado cómo eliges, porque la puedes cag.....

$\zeta u(x)?$

$\zeta v'(x)?$

6. ¡Oh qué alegría, no me puedo aguantar! Si me descompongo en dos partes quizás tenga alguna oportunidad.

ALPES

Arcos-Logaritmos-Polinomios- Exponencial-Seno y Coseno

7. Recuerdo cuando Dani Partal me explicó una extraña regla para la función $u(x)$ poder seleccionar. Si tengo un polinomio y un coseno, será coser y cantar.

$¿u(x) = x?$ Síííí

$¿v'(x) = \cos^2(x)?$ Noo

8. Cuidadín chiquitina, no te vayas a acelerar. Porque en la función trigonométrica la estás a puntito de fastidiar.

¿ $u(x) = x$? Síííí

¿ $v'(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$? Síí

9. Porque $v'(x)$ no es el coseno al cuadrado. Fíjate, querida integral. Aparece dividiendo, por lo que tendrás una fracción que integrar.

$$u(x) = x \rightarrow u'(x) = 1$$

$$v'(x) = \frac{1}{\cos^2(x)} \rightarrow v(x) = \operatorname{tg}(x)$$

10. Rememora la derivada de la tangente. Dos formas distintas encontrarás. La primera, 1 + tangente al cuadrado. La segunda, 1 dividido por coseno al cuadrado. ¡Ésta debes utilizar!

$$\int u(x) \cdot v'(x) dx = u(x) \cdot v(x) - \int v(x) \cdot u'(x) dx$$

$$I = x \cdot \operatorname{tg}(x) - \int \operatorname{tg}(x) dx$$

11. Una integral por partes, la cosa fácil saldrá. Pero la fórmula de la teoría, jamás de los jamases puedes olvidar. Así conseguirás una nueva integral mucho más fácil de solucionar.

$$I = x \cdot \operatorname{tg}(x) - \int \operatorname{tg}(x) dx$$

$$\text{¿} \operatorname{tg}(x) = t \text{?}$$

12. Aparece una tangente, ahora sí que lo clavarás. Puedes usar el cambio de seno por coseno par. ¿O habrá otra forma para tu trabajo acortar?

$$\text{tg}(x) = \frac{\text{sen}(x)}{\text{cos}(x)}$$

13. Piensa, piensa, piensa. Repasa en tu cuaderno y encontrarás, una integral trigonométrica que mucha luz te dará.

$$I = x \cdot \operatorname{tg}(x) - \int \frac{\operatorname{sen}(x)}{\operatorname{cos}(x)} dx$$

14. Y la derivada de un logaritmo aparecerá, ya que el numerador se parece mucho a la deriva del denominador. Ya casi a punto estás. Pero ojo, un signo “menos” en el numerador debes aportar.

$$I = x \cdot \operatorname{tg}(x) - (-) \int \frac{-\operatorname{sen}(x)}{\operatorname{cos}(x)} dx$$

15. Ya sabes que si un signo “menos” dentro vas a colocar, fuera te espera otro signo “menos” para balancear a la integral. De esta forma, ahora sí, el numerador es la derivada del denominador que aparece dentro de tu integral.

$$I = x \cdot \operatorname{tg}(x) + \ln|\cos(x)|$$

16. Ojito con el valor absoluto. No lo vayas a olvidar. El argumento del logaritmo siempre positivo será. Siempre positivo, nunca negativo. No te vayas a empanar.

$$I = x \cdot \operatorname{tg}(x) + \ln|\cos(x)| + C$$

17. Para cantar victoria solo quedará añadir la Constante al final de la solución de la integral.

Vivan las Mates, viva el cálculo diferencial, viva nuestro colegio, viva San Marcelino Champagnat.