Problemas – Tema 9

Problemas resueltos - 6 - ecuación general del plano - parte 1 de 2

1. Obtener la ecuación general del plano dado en paramétrica $\Pi:\left\{\begin{matrix} x=\beta \\ y=\alpha \\ z=\dfrac{3}{2}+\alpha-\dfrac{\beta}{2} \end{matrix}\right\}$ **.**

Consideramos los parámetros como incógnitas.

$$\left\{\begin{matrix} \beta=x \\ \alpha=y \\ \alpha-\dfrac{\beta}{2}=z-\dfrac{3}{2} \end{matrix}\right\}$$

Por la determinación lineal del plano, podemos obtener su ecuación general a partir de dos vectores y de un punto del plano. En la matriz ampliada del sistema anterior necesitamos que su rango no sea tres, por lo cual el determinante de la matriz ampliada debe ser nulo.

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & x \\ 1 & 0 & y \\ 1 & \dfrac{-1}{2} & z-\dfrac{3}{2} \end{vmatrix}=0 \quad \to \text{Sarrus} \to \quad \frac{-x}{2}+y-z+\frac{3}{2}=0$$

Puedo dejar la ecuación general así o, si no deseo trabajar con fracciones, puedo multiplicar toda la ecuación por un factor 2 → $x-2y+2z-3=0$

2. Dado el plano en general $\Pi: x-2y+2z-3=0$, pasar a su forma paramétrica. Recuerda que para pasar de general a paramétrica (ya sea en rectas o planos) debemos resolver el sistema.

¿Qué significa resolver un sistema de una ecuación y tres incógnitas?

Como sabemos que la ecuación representa un plano, y que un plano en paramétricas posee dos parámetros libres, debemos resolver considerando SCI con dos parámetros libres. Dos de las incógnitas serán esos parámetros. Por ejemplo:

$y=\alpha\in\mathbb{R}$, $z=\beta\in\mathbb{R}$ $\rightarrow$ $x=2\alpha-2\beta+3$

El plano en paramétricas queda: $\Pi: \begin{Bmatrix} x=2\alpha-2\beta+3 \\ y=\alpha \\ z=\beta \end{Bmatrix}$

3. Dado el plano $\Pi : x+2y+4z-4=0$ obtener sus puntos de corte con los tres ejes de coordenadas.

Si $y=0$, $z=0$ $\rightarrow$ $x+2\cdot 0+4\cdot 0-4=0$ $\rightarrow$ $x=4$ $\rightarrow$ $A(4,0,0)$

Si $x=0$, $z=0$ $\rightarrow$ $0+2y+4\cdot 0-4=0$ $\rightarrow$ $y=2$ $\rightarrow$ $B(0,2,0)$

Si $x=0$, $y=0$ $\rightarrow$ $0+2\cdot 0+4z-4=0$ $\rightarrow$ $z=1$ $\rightarrow$ $C(0,0,1)$