

II. Lokales und globales Differenzieren

1. Differenzenquotient und mittlere Änderungsrate

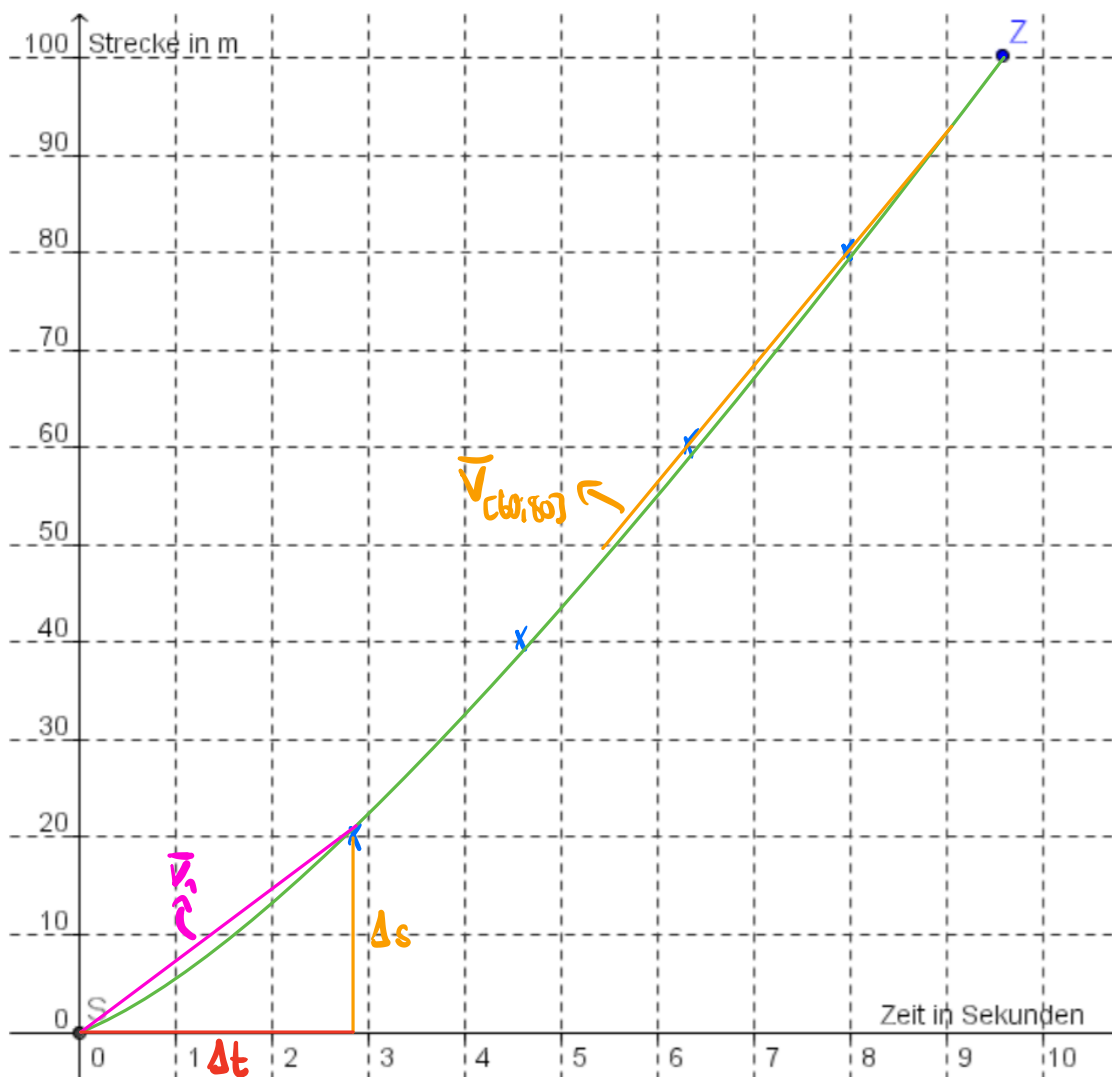
Usain Bolt hat bei der Leichtathletik-Weltmeisterschaft in Berlin 2009 einen neuen Weltrekord über 100 Meter aufgestellt, als er die Strecke in 9,58 Sekunden zurücklegte.

Es drängt sich eine Frage auf: **Wie schnell ist eigentlich Usain Bolt maximal?**

Folgende Werte wurden dabei gemessen:

| | | | | | | |
|---|---|------|------|------|-------|-------|
| Zurückgelegte Strecke s in m | 0 | 20 | 40 | 60 | 80 | 100 |
| Zwischenzeit t in s | 0 | 2,89 | 4,64 | 6,31 | 7,92 | 9,58 |
| Durchschnittsgeschwindigkeit \bar{v} in $\frac{m}{s}$ | 0 | 6,92 | 8,62 | 9,51 | 10,10 | 10,44 |

- a) Trage die Werte in untenstehendes $s - t - Diagramm$ ein und vervollständige obige Tabelle, indem für jedes Zeitintervall $[0; t]$ die Durchschnittsgeschwindigkeit \bar{v} berechnet wird.



- b) Vergleiche die berechneten Geschwindigkeiten und schlieÙe daraus, auf die vorliegende Bewegungsart. Begründe, warum keiner der berechneten Werte der Maximalgeschwindigkeit v_{MAX} von Usain Bolt entspricht.

Die Bewegungsart ist ungleichmäßig beschleunigt.

Die Maximalgeschwindigkeit v_{MAX} lässt sich so nicht berechnen, da der Start stets berücksichtigt wird.

- c) Finde anhand der Daten eine bessere Näherung zur Bestimmung der Maximalgeschwindigkeit v_{MAX} von Usain Bolt und deute dein Vorgehen geometrisch.

Wir bestimmen die Durchschnittsgeschwindigkeit zwischen 0 m und 80 m : $\bar{v} \approx 12,4 \frac{m}{s} \approx 44,7 \frac{km}{h}$

Dies verstehen wir als Steigung der Sekanten zwischen P_0 und P_{80}

- d) Beschreibe wie anhand der Grafik die Maximalgeschwindigkeit von Usain Bolt bestimmt werden könnte.

Wir schieben die beiden Punkte immer enger zusammen, so dass aus der Sekanten im Grenzfall eine Tangente wird, die die momentane Geschwindigkeit angibt.

MERKE

Ist die Funktion f auf dem Intervall $[a; b]$ definiert, so heißt

$$\bar{m} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

der Differenzenquotient (oder mittlere Änderungsrate) von f in Intervall $[a; b]$

Geometrisch entspricht dies der Steigung der Sekanten durch $P(a | f(a))$ und $Q(b | f(b))$

→ keine Definitionslücken!

